

# MOTEURS A EXPLOSION

LES

# MOTEURS A EXPLOSION

# LES

# MOTEURS A EXPLOSION

ÉTUDE A L'USAGE

DES

## CONSTRUCTEURS & CONDUCTEURS D'AUTOMOBILES

COMPRENANT :

DES ÉLÉMENTS DE THERMODYNAMIQUE ET DE RÉSISTANCE DES MATÉRIAUX,
L'ÉTABLISSEMENT DES MOTEURS ET DE LEURS CYCLES,
LES PRINCIPES DE CONSTRUCTION DES PIÈCES DE MACHINE,
L'ANALYSE DES PERTURBATIONS
DUES SOIT A LA NATURE DES PHÉNOMÈNES, SOIT A L'EMPLOI DES ORGANES,
L'EXAMEN DES PROPRIÉTÉS DES COMBUSTIBLES EMPLOYÉS
ET DU RÉGIME DE LA DÉTONATION,
L'EXPOSÉ DES PRINCIPES DEVANT SERVIR DE BASES A LA COMPARAISON
DES VOITURES AUTOMOBILES
ET PARTICULIÈREMENT AUX COURSES, ETC., ETC.

PAR

GEORGE MOREAU

Ancien élève de l'École Polytechnique et de l'École nationale
des Mines de Paris.

PARIS

LIBRAIRIE POLYTECHNIQUE, Ch. BÉRANGER, ÉDITEUR

SUCCESSEUR DE BAUDRY ET Cie

15, RUE DES SAINTS-PÈRES, 15

MAISON A LIÈGE, 21, RUE DE LA RÉGENCE

1900

# TABLE DES CHAPITRES



## CHAPITRE PREMIER

### CONSIDÉRATIONS GÉNÉRALES



## CHAPITRE II

### ÉTUDE THÉORIQUE DES MOTEURS

## CHAPITRE III

### IMPERFECTIONS DES CYCLES



## CHAPITRE IV

### TRANSMISSION DE L'EFFORT

## CHAPITRE V

### LES RÉSISTANCES PASSIVES



## CHAPITRE VI

### ORGANES DES MOTEURS

## CHAPITRE VII

### ÉTUDE DES COMBUSTIBLES EMPLOYÉS DANS LES MOTEURS A EXPLOSION



## CHAPITRE VIII

### COMPARAISON ET ESSAIS DES MOTEURS ET DES VOITURES AUTOMOBILES

# AVERTISSEMENT

Les *Moteurs à explosion*, dont nous nous occupons spécialement dans le présent ouvrage, ne sont pas nés d'hier; les découvertes et les travaux de Lenoir, Otto, Beau de Rochas, etc., datent du milieu du XIX[e] siècle; et, pourtant, ce n'est que tout récemment que la construction de ces machines a pris une extension toute particulière, due au développement de l'*automobilisme*.

Certes, il est des ingénieurs qui n'ont point besoin de publications nouvelles pour y puiser des connaissances qu'ils possèdent à fond. Mais il est, dans le public s'intéressant à la question du transport sur route, bien des esprits suffisamment versés dans les sciences mathématiques pour vouloir procéder à l'analyse d'un problème qui les captive et auxquels pourtant manquent des connaissances spéciales leur permettant de satisfaire leurs désirs. Ceux-là sont nombreux, et c'est à eux que nous nous adressons, tout aussi bien qu'aux premiers auxquels nous soumettons, chemin faisant, quelques idées personnelles que nous croyons dignes de fixer leur attention.

Nous bornant à l'étude des *Moteurs à explosion* nous

avons exposé d'abord les principes fondamentaux de la *thermodynamique*, ce qui nous a permis ensuite de passer à l'*étude théorique* des machines préalablement définies. Serrant de plus près le problème et examinant ce qui se passe dans la pratique, nous avons tenu compte des perturbations inhérentes à la nature du phénomène et des circonstances connexes, ce qui nous a conduit à envisager le *cycle pratique* ou *cycle corrigé*, indépendamment des conditions de bon fonctionnement et de rendement de l'engin.

Abordant ensuite la *transmission de l'effort*, nous avons relevé les influences dues à l'obliquité de la bielle courte, car les aménagements imposés à bord des véhicules automobiles ne comportent pas de grands développements pour les pièces en mouvement.

La nécessité de fournir des indications précises relatives à la *construction des pièces de machine* nous a décidé à condenser en un court paragraphe quelques principes de la *résistance des matériaux*.

Dans le but de pouvoir *calculer un moteur*, il était obligatoire d'en étudier les *résistances passives* aussi bien celles provenant de l'appareil actif que celles résultant des mouvements de l'organisme annexe.

Prenant comme point de départ le *moteur à gaz*, il était naturel d'en montrer les ressources et d'étudier les diverses substances qui, volatilisées, étaient susceptibles de remplacer le fluide initial.

Nous avons été ainsi amené à décrire les propriétés des divers *combustibles* employés.

Enfin, en terminant, nous avons montré la marche à suivre pour *calculer un moteur*, pour en mesurer la force,.

en même temps que nous avons insisté sur la méthode à appliquer pour comparer entre eux les véhicules de systèmes différents ou les unités relevant d'un même type.

Nous croyons avoir réussi à grouper dans notre livre les données nécessaires pour permettre aux esprits de bonne volonté l'étude complète d'un moteur à explosion et, en même temps, nous avons traité certaines questions sur lesquelles nous croyons devoir appeler l'attention de nos lecteurs. Nous citerons principalement les modifications qu'introduisent dans les formules les variations des coefficients de dilatation des gaz, des chaleurs spécifiques, de l'échelle thermométrique, les perturbations dues à l'influence du mécanisme, les inégalités du régime de détonation et nous recommandons à ceux que ces questions intéressent la nécessité de procéder à des études complètes touchant les propriétés du pétrole et des combustibles à employer.

Enfin les *sportsmen* peuvent trouver des indications utiles dans notre dernier chapitre où nous exposons les bases d'une méthode de comparaison que nous préconisons pour les courses.

Nous devons ici rendre hommage à ceux dont les travaux nous ont servi, particulièrement à MM. A. Witz, Sauvage, Jamin, Cornu, Belpaire, Boulvin, Vermand, Lucas, H. Résal, Haton de la Goupillière, aussi bien qu'à MM. Farman, Milandre, Vigreux, Bouquet, etc., etc. A des titres divers, les publications de ces savants nous ont été utiles et à quelques-unes d'entre elles nous avons fait de larges emprunts.

Nous ne pouvons citer ici le nom des auteurs des nombreux mémoires que nous avons consultés et où nous

avons puisé des renseignements relativement aux travaux exécutés à l'étranger, principalement en Allemagne et en Angleterre. Chemin faisant, en parcourant les chapitres qui suivent, on relèvera les noms de Grover, Ayrton et Perry, Dugald Clerk, Siemens, Slaby, Diesel, Petréano, etc., etc. Nous ne pouvons dans cet ouvrage, fort condensé, indiquer la part qui revient à chacun, mais nous tenons à rendre un juste hommage à ceux qui nous ont précédé et aux travaux desquels, avec un peu d'appréhension mais en toute conscience, nous venons joindre le nôtre.

G. Moreau.

Paris, décembre 1899.

# LES MOTEURS A EXPLOSION

## CHAPITRE PREMIER

### CONSIDÉRATIONS GÉNÉRALES

I. *Définition du sujet.* — Problème du transport sur routes. — Conditions à remplir. — Moteurs. — Classification des moteurs. — Moteurs à deux, quatre, six... temps.

II. *Données théoriques.* — Nécessité de la théorie. — Unités de mesure. — Constitution de la matière. — Equivalent mécanique de la chaleur. — Equation du travail. — Variations de l'énergie. — Chaleur absorbée ou dégagée dans une transformation élémentaire. — Représentation du travail extérieur. — Cycles fermés. — Energie interne.

III. *Etude des gaz parfaits.* — Définition des gaz parfaits. — Propriétés des gaz parfaits. — Courbes figuratives. — Travail effectué. — Cycle de Carnot. — Coefficient économique. — Cycles réversibles quelconques. — Entropie. — Fonction caractéristique. — Cycles divers. — Détente des gaz. — Représentation entropique des cycles. — Représentation du travail. — Ecoulement des gaz. — Utilisation des vapeurs dans les moteurs à gaz.

IV. *Inexactitudes de la théorie.* — Impossibilité d'opérer sur des gaz parfaits. — Formules de Van der Waals et de Clausius. — Point critique. — Echelle thermométrique.

# CHAPITRE PREMIER

## CONSIDÉRATIONS GÉNÉRALES

### I. — Nature du sujet

**Problème du transport sur routes.** — Les voitures automobiles, malgré des tentatives datant du siècle dernier sont, on peut bien le dire, d'invention récente et n'ont reçu une forme pratique que durant ces dernières années.

L'automobile est un véhicule destiné à circuler sur les routes ordinaires et portant avec lui une machine capable d'engendrer la force qui doit le mettre en mouvement.

D'après cette définition, la locomotive, qui produit sa vapeur et est actionnée par un mécanisme utilisant l'énergie fournie par la chaudière, n'est pas *une automobile*, car elle a besoin d'une voie spéciale, pourvue de rails métalliques. De même, nous refusons cette qualification aux tramways mus par des moyens mécaniques, car ils exécutent leurs déplacements sur des voies ferrées disposées à cet effet.

Nous ne pouvons non plus ranger dans la catégorie des automobiles la voiture qui emprunte son énergie à une source extérieure. Tel serait le cas d'un véhicule circulant sur routes ordinaires, mais exécutant un trajet déterminé et demandant, par exemple, son pouvoir moteur à un câble transportant l'électricité.

Ce qui caractérise l'automobile, c'est une indépendance

absolue qui n'est limitée que par la possibilité d'affronter un sol suffisamment préparé et la facilité de se procurer les approvisionnements nécessaires à la marche.

Il va de soi que l'engin doit être apte à vaincre les difficultés en présence desquelles il se trouvera. L'indépendance dont nous parlons ne peut s'exercer qu'en dedans de la limite du possible. Sa force mécanique est nettement définie et telle machine ne pourra faire ce qu'accomplira telle autre dont le moteur sera plus puissant ou la construction supérieure.

Il existe entre les machines comme entre les hommes de profondes différences. Ce sont les qualités du sujet qui lui fournissent des moyens d'action plus ou moins puissants. Le développement des chemins de fer a précédé de longtemps celui de l'automobilisme. La raison en est simple.

Dès l'origine, on a vu qu'il fallait à la locomotive un terrain spécial, une voie particulière. On ne s'est point servi de la propriété commune, c'est-à-dire des routes, mais on a isolé des champs, nivelé le sol, entaillé les collines, comblé des vallées, adouci les tournants et, sur une plate-forme solidement établie, des barres d'acier ont été posées, destinées à fournir à la fois aux véhicules un chemin facile et un guide des plus sûrs.

Quand il s'agit de mettre en mouvement une voiture sur les routes ordinaires, le problème est plus difficile, quoique moins coûteux.

On doit franchir des rampes parfois très raides, affronter par contre-coup des pentes accentuées. Les tournants se présentent souvent très brusques et, même sur un chemin tout droit, des déplacements peuvent devenir urgents par suite de rencontres imprévues. Enfin on n'a plus à rouler sur deux rails métalliques mais sur un sol dont les inégalités peuvent être très grandes et dans lequel se creusent parfois de profondes ornières. Bref, on n'est plus sur un territoire

réservé où l'on est maître et seigneur, mais on utilise le bien commun, la route, où l'on doit respecter les intérêts des autres, car la liberté de chacun est limitée par la liberté d'autrui.

**Conditions à remplir.** — Il résulte de ce qui précède que le problème de l'automobilisme est essentiellement différent de celui des chemins de fer.

Tout d'abord, en raison du tracé et du profil de la route, par suite aussi de son état souvent défectueux, pour transporter un poids déterminé, avec une vitesse donnée, on conçoit qu'il faudra une force beaucoup plus grande que pour réaliser un déplacement égal, dans le même temps, sur une voie ferrée.

D'un autre côté, le problème de la traction mécanique sur route ne peut être assimilé à celui de la traction animale. On exigera de la machine des vitesses beaucoup plus grandes, des efforts beaucoup plus prolongés, une énergie plus durable.

Cette rapidité de déplacement entraînera, sur les mauvaises routes particulièrement, des résistances qu'il faudra vaincre, des trépidations et des chocs auxquels il faudra résister.

Le problème ne sera pas résolu quand on se bornera à placer sur un véhicule une machine puissante capable de le mettre en mouvement. Il faudra plus que cela. On devra non seulement emporter les approvisionnements nécessaires pour un temps de marche suffisant, mais de plus on devra transporter un certain poids utile : voyageurs ou marchandises.

Il en résulte que le moteur devra réunir les qualités suivantes :

Développer une énergie suffisante ;

Être résistant ;

Être léger et peu encombrant ;

N'exiger qu'une faible consommation pour son alimentation ;

La voiture elle-même devra présenter les mêmes conditions de solidité et de légèreté ;

Enfin les dispositifs et le fini de la construction devront être tels qu'on puisse entretenir le mécanisme en bon état, tout en le manœuvrant facilement.

**Moteurs**. — Tant que les ingénieurs n'ont eu à leur disposition que la vapeur, la question n'a fait que peu de progrès. Le générateur, encombrant et lourd, a toujours été un obstacle des plus sérieux, et ce n'est que très récemment que l'on a construit des chaudières très légères ayant un grand pouvoir de vaporisation sous un petit volume.

Grâce aux inventeurs qui se sont lancés dans cette voie, et, au premier rang, il faut citer M. Serpollet, l'automobile à vapeur a vu le jour. Toutefois l'application semble limitée et l'emploi de la vapeur n'est actuellement avantageux que pour des véhicules nécessitant des forces un peu considérables.

L'utilisation de l'électricité fournit aussi de bons résultats. Mais nous avons déjà déclaré que nous refusions le nom d'automobiles aux voitures qui empruntent leur énergie à une source extérieure. Comme il n'est pas question d'actionner, à bord, une machine dynamo au moyen d'un autre moteur, ce qui serait une absurdité puisqu'il vaudrait mieux utiliser directement le moteur, nous en venons à conclure que les automobiles doivent transporter un certain nombre de piles, ou une provision d'accumulateurs. Les piles présentent de graves inconvénients et leur emploi est coûteux ; aussi préfère-t-on les accumulateurs. Malheureusement ceux-ci sont fort lourds, aujourd'hui du moins, et, comme ils ne peuvent emmagasiner l'énergie que d'une

façon restreinte, une voiture électrique ne peut circuler que dans les zones où l'on dispose des moyens nécessaires pour recharger les accumulateurs ou les échanger contre des unités nouvelles.

L'air comprimé fournit également une solution. Mais les réservoirs sont encombrants et vite épuisés. Il serait irrationnel d'avoir un compresseur sur le véhicule, car on aurait un bien meilleur rendement en appliquant directement le moteur à la traction. L'emploi de l'air comprimé devra donc être limité aux cas très spéciaux où l'alimentation serait assurée, soit par la présence de compresseurs d'air, soit par l'existence d'une canalisation distribuant l'air comprimé.

Remarquons en passant que l'utilisation des gaz liquéfiés peut venir en aide à l'automobilisme. Sans doute il y aurait de graves difficultés à vaincre, surtout en raison du froid intense que produirait l'évaporation, mais il n'y a pas d'objection de principe.

Nous laissons de côté les machines à air chaud dont les dispositifs encombrants se prêtent mal aux exigences du problème que nous étudions et nous en arrivons au type connu sous le nom de *machines à gaz*.

Dans ces moteurs, primitivement étudiés pour fonctionner avec le gaz d'éclairage, on admet un mélange de gaz et d'air dont on provoque la brusque combinaison par une inflammation en temps convenable. La haute température développée augmente considérablement la pression, et l'énergie ainsi fournie détermine le mouvement d'un piston qui transforme en travail la chaleur ou plutôt une fraction de la chaleur ainsi produite.

On a utilisé, pour former un mélange tonnant, tantôt le gaz d'éclairage, tantôt des carbures d'hydrogène provenant de la distillation de certaines substances ou de la décomposition de quelques autres. Dans plusieurs cas, on a produit, au moyen d'appareils spéciaux, des gaz dits pauvres, prove-

nant de combustions incomplètes et chargés d'oxyde de carbone.

Quelques inventeurs ont proposé de fournir le fluide actif en distillant des bois et des résidus de toutes sortes.

Enfin, tout récemment, on a vu que les gaz provenant des hauts fourneaux étaient susceptibles de détoner avec l'air et, par suite, d'être utilisés pour conduire des machines appropriées.

Au point de vue *automobilisme*, ces diverses solutions sont peu intéressantes. Les gaz comprimés qu'il faudrait emporter seraient vite épuisés et l'approvisionnement ne sera suffisant que le jour où les progrès de la science permettront de les emporter à l'état liquéfié.

Aujourd'hui l'acétylène pourrait être employé et nous verrons plus loin sous quelles conditions.

Heureusement, la nature nous fournit des carbures d'hydrogène sous une forme liquide ; ce sont les produits connus sous le nom de « pétroles ». Nous verrons, dans un autre chapitre, quelle est leur composition et quel est leur degré de pureté. Ici, nous nous bornons à retenir le fait que la vapeur de pétrole, mélangée à un volume d'air convenable, forme un mélange tonnant. Il y a donc là une solution du problème. L'approvisionnement s'emporte sous forme liquide et le pétrole gazéifié fournit par son oxydation l'énergie dont on a besoin.

Un autre corps présente des avantages analogues ; c'est l'alcool dont nous nous occuperons quand nous traiterons la question des *combustibles*.

**Classification des moteurs.** — Il résulte de ce que nous venons de dire que tous les types de moteur ne sont pas applicables à la locomotion automobile et qu'un petit nombre d'entre eux sont réellement appropriés à ce mode de transport. Nous nous proposons d'envisager, dans cette étude,

uniquement les *moteurs à gaz* et même nous nous limiterons à une certaine classe d'entre eux.

Voyons à présent comment on peut classifier ces machines. Lorsque l'on conduit le mécanisme au moyen d'un piston ordinaire, l'effort produit peut s'exercer sur une des faces seulement, et alors la machine est dite à *simple effet* ou alternativement sur les deux faces et alors le moteur est dit à *double effet*.

Remarquons, au point de vue théorique, qu'il n'y a pas de différence entre les deux systèmes, car ce qui se passe d'un côté du piston est la répétition de ce qui s'est passé de l'autre côté un moment auparavant. L'emploi du double effet constitue un moyen de produire, dans un appareil unique, au moyen d'un dispositif convenablement approprié, la somme des efforts qu'on ne saurait exercer qu'en employant deux unités dont chacune serait à simple effet.

Considérant en ce moment les vapeurs de pétrole et d'alcool comme susceptibles de jouer vis-à-vis de l'air le même rôle que les gaz combustibles, nous ne ferons pas de différence entre les types qui utilisent une substance au lieu d'une autre. Nous considérerons uniquement la façon dont se comporte le mélange tonnant dans le cylindre.

Remarquons tout d'abord que si la combinaison de l'élément combustible avec l'air fournit toujours des résidus identiques, sauf le cas de combinaison incomplète, il existe deux façons de réaliser cette transformation :

1° Au moyen d'une combustion progressive transformant le mélange d'une manière relativement lente ;

2° Au moyen d'une détonation permettant d'obtenir une combinaison beaucoup plus rapide.

Nous pouvons donc introduire ici deux divisions : les moteurs à combustion et les moteurs à explosion.

Si, au lieu de considérer la façon dont se comporte le mélange tonnant, nous examinons les conditions de pression sous lesquelles il est introduit, nous voyons que les gaz peu-

vent, avant leur admission dans le cylindre, subir une compression ou en être exempts.

D'autre part, une fois l'admission effectuée, la force vive du piston et des pièces en mouvement peut être utilisée pour produire, dans le cylindre même, une compression des gaz. Enfin remarquons que cette compression peut avoir lieu, soit que les gaz aient été introduits à la pression atmosphérique, soit qu'ils aient subi une compression partielle préalable.

Toutefois ce qui caractérise surtout l'appareil est la compression dans le cylindre moteur. Nous aurons donc des moteurs dans lesquels le mélange, avec ou sans compression préalable, agira aussitôt son admission, et d'autres dans lesquels cette admission sera suivie d'une compression effectuée dans le cylindre même.

Quant à la composition du mélange, elle importe peu au point de vue de la forme des organes, bien qu'elle ait une influence capitale au point de vue du rendement. Mais la façon de réaliser le mélange peut conduire à des types nouveaux, soit qu'on dose les gaz avant leur entrée dans le cylindre, soit que le dosage ait lieu dans le cylindre même, grâce à des admissions successives de gaz et d'air. Le mélange peut être ébauché à l'extérieur et complété à l'intérieur du cylindre. Enfin la matière active peut être injectée à l'état liquide et subir une volatilisation.

Ces manières de procéder, superposées aux réalisations plus haut mentionnées, conduisent à des types dérivés nouveaux.

Nous devons également mentionner les moteurs rotatifs qui sont encore dans l'enfance et qui aujourd'hui peuvent se diviser en deux catégories :

Ceux dans lesquels le mouvement est communiqué à l'arbre au moyen d'un piston prenant, sous l'influence des forces produites, un mouvement circulaire ;

Ceux dérivant du turbo-moteur et que l'on peut désigner sous le nom de machines à réaction.

Enfin, pour être complet, mentionnons les machines dites atmosphériques, dans lesquelles l'énergie disponible du mélange tonnant est employée à soulever un piston que la pression atmosphérique ramène à son point de départ en produisant un travail utile.

Laissant de côté la division en simple et double effet, nous pouvons établir la classification suivante :

*Moteurs à combustion*

- Avec compression dans le cylindre.
  - Avec compression préalable.
    - Le mélange est introduit formé.
    - Le mélange se fait ou se complète dans le cylindre.
  - Sans compression préalable.
    - Le mélange est introduit formé.
    - Le mélange se fait ou se complète dans le cylindre.
- Sans compression dans le cylindre.
  - Avec compression préalable.
    - Le mélange est introduit formé.
    - Le mélange se fait ou se complète dans le cylindre.
  - Sans compression préalable.
    - Le mélange est introduit formé.
    - Le mélange se fait ou se complète dans le cylindre.

*Moteurs à explosion*

- Avec compression dans le cylindre.
  - Avec compression préalable.
    - Le mélange est introduit formé.
    - Le mélange se fait ou se complète dans le cylindre.
  - Sans compression préalable.
    - Le mélange est introduit formé.
    - Le mélange se fait ou se complète dans le cylindre.
- Sans compression dans le cylindre.
  - Avec compression préalable.
    - Le mélange est introduit formé.
    - Le mélange se fait ou se complète dans le cylindre.
  - Sans compression préalable.
    - Le mélange est introduit formé.
    - Le mélange se fait ou se complète dans le cylindre.

*Moteurs rotatifs*. . . . . . . . . . . .
- Moteurs rotatifs proprement dits.
- Moteurs à réaction.

*Moteurs atmosphériques.*

Il est à remarquer que notre classification, ainsi présentée, comporte des types qui n'existent pas et qui ne seraient

guère pratiques sans dispositifs compliqués ; mais cela importe peu, si tous les moteurs existants trouvent place dans notre tableau.

Notre but est d'étudier uniquement les moteurs à explosion ; aussi laisserons-nous de côté les autres, sauf une mention spéciale pour les moteurs rotatifs auxquels ce mode de travail peut parfaitement s'appliquer.

**Moteurs à deux, quatre, six..... temps.** — En dehors des considérations qui ont servi à baser la classification précédente, il est intéressant de voir comment les phases se produisent par rapport à la position du piston.

Supposons que les gaz viennent d'être expulsés ; le piston est à fond de course, il continue son mouvement : ou bien il aspire un mélange à la pression atmosphérique, ou bien il aspire successivement de l'air et du gaz de façon à doser ce mélange.

Cette admission a lieu pendant une partie de la course ou pendant la course totale. Dans le premier cas, il se peut que l'explosion ait lieu ; la pression monte et il se développe une énergie qui pousse le piston en avant à fond de course ; alors s'ouvrent les orifices d'exhaustion et le piston revient en arrière, ce qui constitue la phase d'expulsion. A l'expiration de cette phase, les choses se retrouvent en l'état initial. Le piston a accompli deux oscillations, l'une en avant, l'autre en arrière. Le moteur est dit à *deux temps*.

Lorsque l'admission est coupée avant que le piston soit arrivé à fond de course, on peut laisser la détente se produire jusqu'à ce que le piston ait accompli une course simple. Quand il revient en arrière, il provoque la compression des gaz tout aussi bien que si l'admission avait eu lieu pendant la course totale. La seule différence est que la pression finale est plus faible dans le premier cas que dans le second.

Il est des cas où l'explosion ne se produit que lorsque,

après une oscillation double, le piston est revenu à la position initiale, ou tout au moins à une position très voisine. L'expansion des gaz détermine le mouvement en avant. La détente se produit, puis le piston revient en arrière, expulse les gaz et l'appareil est prêt pour un nouveau cycle. Le piston a été chassé deux fois en avant et est revenu deux fois en arrière. Le moteur est dit à *quatre temps*.

Dans ce qui précède, nous avons supposé que les gaz étaient admis dans le cylindre à la pression atmosphérique, mais il peut en être autrement; des compresseurs peuvent être adjoints à la machine soit pour comprimer préalablement le mélange, soit pour emmagasiner séparément l'air et les gaz combustibles ou même un mélange insuffisant dont le dosage se complète dans le cylindre.

Ajoutons enfin que les organes de distribution de ces machines peuvent être fixes ou variables, ce qui introduit autant de types différents.

Nous venons d'examiner les éléments essentiels de la marche d'une machine à gaz, ceux qui déterminent une différence capitale entre les moteurs à deux temps et les moteurs à quatre temps. Mais il peut arriver que le cycle se complique. Nous citerons deux cas principaux.

1° Dans le but de rafraîchir le cylindre où a lieu l'explosion, avec l'intention de balayer les résidus de la combustion précédente, ou même pour réchauffer l'air qui servira au mélange suivant, l'expulsion des gaz peut être suivie d'une admission d'air pur durant la marche en avant du piston qui, lors de son retour, expulsera le fluide introduit;

2° Lorsque le mélange est prêt à détoner, au lieu d'en provoquer l'allumage, il peut y avoir intérêt à laisser se produire une détente pendant la marche en avant, suivie d'une recompression pendant la marche en arrière. En un mot, on suspend l'opération pendant une révolution complète de l'arbre, et, durant ce temps, on laisse le mélange en contact

avec les parois du cylindre, dans le double but de les refroidir et d'emmagasiner de la chaleur dans le mélange pour le rendre plus actif;

3° Enfin ces deux dispositifs peuvent se combiner.

On voit donc là la possibilité de moteurs à 4, 6, 8 temps et plus.

Dans la pratique, le moteur à deux temps devient moteur à quatre temps et ceux qui comptaient quatre phases peuvent en admettre six.

Nous remarquerons que ces phases supplémentaires sont applicables aux moteurs rotatifs et que leur emploi déterminera de nouvelles catégories.

Comme nous le verrons dans ce qui va suivre, les gaz expulsés du cylindre sont fréquemment à haute pression et à température élevée ; il peut donc y avoir intérêt à les laisser dépenser leur énergie dans un cylindre de détente, d'où la naissance des *moteurs compound*.

Nous pouvons maintenant présenter la classification suivante pour les moteurs à explosion :

| | | |
|---|---|---|
| *Moteurs à 2 temps.* | Sans compression préalable. | Le mélange est fait hors du cylindre. |
| | | Le mélange est fait ou se complète dans le cylindre. |
| | Avec compression préalable. | Le mélange est fait hors du cylindre. |
| | | Le mélange est fait ou se complète dans le cylindre. |
| *Moteurs à 4 temps.* | Sans compression préalable. | Le mélange se fait hors du cylindre. |
| | | Le mélange se fait ou se complète dans le cylindre. |
| | Avec compression préalable. | Le mélange se fait hors du cylindre. |
| | | Le mélange se fait ou se complète dans le cylindre. |

| | | |
|---|---|---|
| *Moteurs à temps multiples.* | Moteurs à 2 temps auxquels on ajoute | Deux temps pour l'échauffement du mélange. |
| | | Deux temps pour admission et expulsion d'air. |
| | | Quatre temps en combinant les données précédentes. |
| | Moteurs à 4 temps auxquels on ajoute | Deux temps pour l'échauffement du mélange. |
| | | Deux temps pour admission et expulsion d'air. |
| | | Quatre temps en combinant les données précédentes. |
| *Moteurs compound* . . . . . . . . . . | | |
| *Moteurs rotatifs* . . . . . . . . . . . | | proprement dits |
| | | à réaction |
| | | à phases supplémentaires. |

La classification que nous proposons pourrait encore se ramifier d'après les variations que peuvent subir la composition du mélange, l'admission et la recompression. Toutefois nous jugeons inutile de pousser plus loin cette subdivision qui conduirait à une nomenclature sans utilité, liste dans laquelle bien des termes pourraient manquer.

## II. — Données théoriques

**Nécessité de la théorie.** — Avant d'entrer dans le vif de la question, c'est-à-dire avant d'analyser la marche des moteurs à explosion, nous croyons devoir exposer quelques idées qui servent de bases à la science qui nous préoccupe, et rappeler quelques données dont nous aurons à nous servir fréquemment.

Nous chercherons à être aussi concis et aussi clair que possible, en traitant de questions abstraites, mais nous ne croyons pas devoir glisser trop légèrement sur des vérités dont on ne saurait trop se pénétrer, et nous adjurons les

*praticiens* de ne pas faire fi de la théorie, toujours en étroit rapport avec l'application, pourvu que l'analyse des phénomènes ait été poussée assez loin.

Du reste, les *praticiens* qui voudront bien nous suivre dans les développements où nous allons entrer seront étonnés de voir combien les données empiriques, laborieusement recueillies, ressortent facilement des calculs de la thermodynamique.

**Unités de mesure.** — Avant tout, il convient de s'entendre sur les unités de mesure à employer. Ce point est capital. Tout le monde sait combien il est ennuyeux d'avoir à se servir du système anglais et de compter en livres par pouce carré, quand on doit tabler sur des kilogrammes par centimètre carré. Cette question, si simple en apparence, n'a reçu une solution satisfaisante que lors du Congrès des électriciens tenu à Paris en 1881.

Les unités fondamentales adoptées ont été celles de longueur, de masse et de temps.

La longueur choisie a été le centimètre.

La masse est définie comme celle de 1 centimètre cube d'eau distillée, prise à son maximum de densité.

L'unité de temps est la seconde.

Les deux premiers éléments ont entre eux une relation métrique tandis que le troisième est tout à fait indépendant.

On a cherché à avoir des données comparables telles que le centimètre et le gramme-masse, tandis qu'il est anormal de comparer le *mètre* et le kilogramme, qui est le poids d'un *décimètre* cube d'eau.

En désignant par L la longueur, par M la masse et par T le temps, il est évident que la *surface* est fonction de $L^2$ et que le *volume* dépend de $L^3$.

Quant à la *vitesse*, elle correspond à une longueur divisée par un temps, donc elle est caractérisée par un terme en L et un terme en $T^{-1}$.

L'*accélération* est le produit de la masse par le quotient d'une vitesse par un temps; elle dépendra donc de L, de $T^{-}$ et de M.

La *force*, produit de la masse par l'accélération, est fonction de M, L et $T^{-2}$.

Quant à la *pression*, c'est le quotient d'une force $M L T^{-2}$ par une surface; elle sera caractérisée par $M L^{-1} T^{-2}$.

La *densité*, quotient d'une masse par un volume, est représentée par $M L^{-3}$.

La *quantité de mouvement* $= \frac{\text{Longueur} \times \text{masse}}{\text{temps}}$. Caractéristique : $M L T^{-1}$.

Le *travail* = force $\times$ longueur = $L^2 M T^{-2}$, etc., etc.

Ce système est désigné sous le nom de centimètre, gramme, seconde et la mention de ses unités s'accompagne du chiffre C G S.

L'unité de force a reçu le nom de *dyne*. Un dyne, agissant sur l'unité de masse, lui imprime une accélération de 1 centimètre par seconde, à la latitude de Paris et au niveau de la mer. L'accélération due à la pesanteur est $9^m,80896$. Un gramme vaut donc 980,896 dynes.

Quand une force de 1 *dyne* est appliquée à un point qui se déplace de 1 centimètre dans le sens de la force, on est en présence de l'unité de travail qui a reçu le nom d'*erg*.

Puisqu'un gramme vaut 980,896 dynes, un kilogramme vaut 980 896 dynes. Le mètre valant 100 centimètres, un kilogrammètre vaut 98 089 600 ergs.

Par suite, un cheval de 75 kilogrammètres vaut 7 356 720 000 ergs.

Comme unité mécanique de la chaleur on a proposé de choisir la *thermie* dérivée de l'erg. Une thermie est capable d'élever de 0° à 1° centigrade une masse d'eau de $\frac{1}{4,16 \times 10^7}$ grammes.

Il peut arriver que la mesure des quantités, au moyen de

ces unités conduise à des chiffres exagérés. Dans ce cas, pour simplifier la numération, on emploie des multiples ou des sous-multiples en préfixant les mots :

| | | | | |
|---|---|---|---|---|
| *Méga* | qui multiplie l'unité | par | . . . . . . . . . . . | 1 000 000 |
| *Myria* | — | — | . . . . . . . . . . . | 10 000 |
| *Milli* | — | — | . . . . . . . . . . . | $\frac{1}{10\,000}$ |
| *Micro* | — | — | . . . . . . . . . . . | $\frac{1}{1\,000\,000}$ |

Dans la pratique, on continue à employer comme unités le mètre, le kilogramme, la seconde, et tous les dérivés de ces éléments.

Remarquons en passant que le cheval-vapeur tend à faire place au *Poncelet* de 100 kilogrammètres, mesure beaucoup plus rationnelle et équivalant à 9 808 960 000 ergs.

Quant à l'unité de température, elle reste jusqu'à présent le degré centigrade qui est « l'élévation de température « nécessaire pour accroître le volume du corps thermomé- « trique de la centième partie de la quantité dont il s'accroît « quand on le porte de la glace fondante dans la vapeur d'eau « bouillante, sous la pression de 760 millimètres de mer- « cure » (Jamin).

Nous reviendrons plus loin sur cette unité, défectueuse à tous égards.

**Constitution de la matière.** — Lorsque l'on cherche l'explication rationnelle d'un phénomène physique, on est presque toujours conduit à prendre pour point de départ un autre phénomène au sujet duquel on peut se poser de nouvelles questions. C'est ainsi que de proche en proche on en arrive à analyser toute une série de faits et à émettre des hypothèses d'où l'on déduit des conséquences dont le degré de concordance plus ou moins grand avec les faits observés sont des preuves *a posteriori* plus ou moins probantes du bien fondé de l'hypothèse.

Pour bien comprendre la façon d'être des phénomènes calorifiques, il importe d'avoir quelques notions sur la constitution de la matière.

Remarquons tout d'abord que les idées fondamentales d'*étendue* et de *temps* sont en nous et se conçoivent sans explication. Elles nous sont fournies par la perception du monde externe.

De l'idée d'étendue dérive celle de mouvement qui résulte de la conception que nous avons des positions successives qu'un point peut occuper dans l'espace.

Quant à l'idée de la matière, elle est également primitive, et nous ne concevons guère l'espace comme représentant le vide absolu.

Laissant à la métaphysique le soin de définir et de préciser ces différentes idées, nous ne retiendrons que les notions d'*étendue*, de *mouvement*, de *temps* et de *matière*. De celles-là découlent toutes les autres et particulièrement celles de *force* et d'*énergie*.

Le principe de la conservation de l'énergie ne peut être admis qu'après réflexion, mais il est facile d'y arriver ainsi qu'à celui de la conservation de la matière. La formule « rien ne se perd, rien ne se crée », est un axiome qui s'applique à la matière comme à l'énergie et que nous percevons nettement à travers les multiples transformations de la nature.

Si l'on en vient à considérer les corps matériels, empruntant les idées émises par Bernouilli, on en arrive à les considérer comme un agrégat de particules infinitésimales, animées de mouvements de vibration, de rotation et de translation, exerçant l'une sur l'autre des actions attractives ou répulsives. Que ces particules qui nous occupent soient des atomes irréductibles représentant les éléments des corps simples, ou des molécules formées par des groupements d'atomes et constituant les corps composés, il nous importe peu pour les développements spéciaux que nous avons en vue.

Lorsque les corps se présentent sous forme de gaz ou de vapeurs on admet qu'ils sont constitués par des particules (atomes ou molécules) dans un état constant de vibration ou de rotation et animées de mouvements dirigés dans tous les sens. Il en résulte sur les parois d'un récipient une série de chocs qui déterminent une *pression*.

Dans les liquides, on admet que les particules constituantes sont rapprochées les unes des autres jusqu'au contact de leurs sphères d'attraction, ce qui limite l'expansion de la matière, mais permet aux éléments constituants de glisser ou de rouler les uns sur les autres.

Dans les solides, les résultantes des forces sont telles que les particules intégrantes doivent être immobiles les unes par rapport aux autres, tout en conservant leur mouvement vibratoire.

Si l'on veut bien admettre que la chaleur n'est qu'une des manifestations de l'énergie et que celle-ci implique le mouvement, on comprendra aisément comment les divers états (solides liquides et gazeux) sont reliés entre eux.

On sait aujourd'hui que tout gaz peut être liquéfié et que tout liquide peut être solidifié. Inversement, on conçoit qu'une substance réfractaire puisse être volatilisée avec ou sans l'intermédiaire d'un état liquide. Nous reviendrons du reste plus loin sur ce point.

Il en résulte que l'on peut suivre un corps évoluant entre les trois états.

Lorsque l'on comprime un gaz dans un espace clos, sa température s'élève, ce qui prouve que l'énergie interne est modifiée. Si on le détend sans lui fournir de chaleur, on le refroidit parce que les molécules ont retrouvé leur situation première et que la chaleur a été transformée en énergie.

Lorsque l'on passe de l'état gazeux à l'état liquide, on constate un abondant dégagement de chaleur. Il est donc évident que l'énergie interne a été profondément modifiée

et que la quantité de mouvement a diminué dans de notables proportions.

Le même phénomène se présente lors de la solidification d'un liquide et sa constatation conduit à des conclusions analogues.

Il est donc légitime d'admettre la théorie de Bernouilli, et c'est ce que nous ferons dans les calculs que nous présenterons.

**Équivalent mécanique de la chaleur.** — Il est admis et prouvé que la dépense de travail produit de la chaleur. Les expériences de Joule, de Hirn, de Violle, de Fabre et Silberman, de Rowland, de Weber, de Lenz, de Bosscha, etc., ont permis de déterminer la relation qui existe entre ces deux éléments.

Une calorie étant la quantité de chaleur nécessaire pour porter 1 kilogramme d'eau de 0° à 1° centigrade, et un kilogrammètre étant le travail nécessaire pour élever un poids de 1 kilogramme à la hauteur de 1 mètre, on trouve qu'il faut 424 kilogrammètres pour produire une calorie et l'on désigne ce nombre 424 par la lettre E, qui représente cet *équivalent mécanique de la chaleur.*

D'une façon générale, un travail $\mathcal{T}$ produira une quantité de chaleur Q et on aura

$$E = \frac{\mathcal{T}}{Q}$$

En faisant varier les conditions de l'expérience et la nature des corps expérimentés, on a toujours trouvé pour E un nombre constant. Les écarts constatés semblent répondre à des erreurs d'observation ou à des inégalités d'expérimentation.

**Equation du travail.** — Considérons un point matériel de



masse $m$ sollicité par un grand nombre de forces et prenons trois axes de coordonnées rectangulaires $Oxyz$.

Appelons $XX'X''$..... les composantes des forces suivant $Ox$;
— $YY'Y''$..... les composantes des forces suivant $Oy$;
— $ZZ'Z''$..... les composantes des forces suivant $Oz$.

Désignons par $dx$, $dy$, $dz$ les espaces élémentaires parcourus suivant chaque axe, lorsque le point considéré subit un déplacement infiniment petit sous l'influence des forces qui lui sont appliquées.

Si $v_0$ est la vitesse initiale et $v$ la vitesse au bout du temps $t$, on a

$$\int \left(Xdx + Ydy + Zdz\right) = \frac{1}{2} m \left(v_2 - v_0^2\right)$$

*Le travail total est égal au demi-accroissement de la force vive.*

Cette équation peut être étendue à un système matériel. L'équation précédente peut être écrite pour chaque point et en les ajoutant il vient

$$\sum \int \left(Xdx + Ydy + Zdz\right) = \frac{1}{2} \sum . m \left(v^2 - v_0^2\right)$$

Dans un corps animé d'un mouvement de translation, c'est-à-dire dont toutes les molécules se déplacent dans le même sens $v$ et $v_0$ sont les mêmes pour tous les points du corps. Désignons le travail par $\mathcal{T}$. Il vient :

$$\mathcal{T} = \frac{1}{2} \Sigma m \left(v^2 - v_0^2\right)$$

ou
$$\mathcal{T} = \frac{1}{2} \left(v^2 - v_0^2\right) \Sigma m$$

en faisant sortir $v^2 - v_0^2$ du signe $\Sigma$. Quant à $\Sigma m$, c'est la masse totale du corps qu'on désignera par M. On aura donc

$$\mathcal{T} = \frac{1}{2} M \left(v^2 - v_0^2\right)$$

Le travail, dans ce cas, est bien égal encore à la demi-variation de la force vive.

**Variations de l'énergie.** — Considérons un corps constitué ainsi que nous l'avons défini plus haut. Les molécules, en vibration ou en rotation, posséderaient une énergie actuelle que nous désignons par I.

F sera la somme des efforts intermoléculaires.

Fournissons à ce corps une petite quantité de chaleur dQ. Le travail correspondant sera EdQ et il sera employé à faire varier l'énergie moléculaire d'une quantité dI, à produire une variation dF dans l'ensemble des forces intermoléculaires et enfin à engendrer un travail extérieur $d\mathfrak{T}$. Par suite on aura

$$E\,dQ = dI + dF + d\mathfrak{T}$$

Mais la distinction entre I et F échappe à nos investigations, tandis qu'au contraire on peut définir la somme I + F que l'on représente par U, énergie interne du corps. Comme

$$U = I + F$$

on a
$$dU = dI + dF$$

et par suite
$$EdQ = dU + d\mathfrak{T}.$$

L'état physique d'un corps est caractérisé par sa pression, son volume et sa température. Il existe entre ces trois éléments une relation $F(p,v,t) = 0$, qui est inconnue dans la plupart des cas, mais qui a pu être établie pour les gaz parfaits. En ce moment, nous nous en tenons en cas général.

Prenons
$$F(p, v, t) = 0.$$

En différentiant, il vient

$$\frac{\partial F}{\partial p}\,dp + \frac{\partial F}{\partial v}\,dv + \frac{\partial F}{\partial t}\,dt = 0.$$

En faisant $dp = 0$, c'est-à-dire en provoquant le changement d'état physique à pression constante, il vient

$$\frac{\partial F}{\partial v} dv + \frac{\partial F}{\partial t} dt = 0$$

ou

$$\frac{dv}{dt} = - \frac{\frac{\partial F}{\partial t}}{\frac{\partial F}{\partial v}}$$

En divisant par $v$ chaque membre de cette équation, et en remarquant que si l'on pose

$$\alpha = \frac{1}{v} \frac{dv}{dt}$$

($\alpha$ se rapporte aux variations de l'unité de volume,)

on a :

$$\alpha = \frac{1}{v} \frac{dv}{dt} = - \frac{1}{v} \frac{\frac{\partial F}{\partial t}}{\frac{\partial F}{\partial v}}$$

$\alpha$ est le coefficient de dilatation sous pression constante.

En appelant $\beta$ le coefficient de dilatation à volume constant, on aurait de même, en faisant $dv = 0$ et posant $\beta = \frac{1}{p} \frac{dp}{dt}$.

$$\beta = - \frac{1}{p} \frac{\frac{\partial F}{\partial t}}{\frac{\partial F}{\partial p}}.$$

On établira également le coefficient de compressibilité $\mu$ en faisant $dt = 0$. Comme $dv$ et $dp$ sont de sens contraires, on pose $\mu = - \frac{1}{v} \frac{dv}{dp}$.

$$\mu = \frac{1}{v} \frac{\frac{\partial F}{\partial p}}{\frac{\partial F}{\partial v}}.$$

Ces trois coefficients étant liés par la relation

$$\frac{\partial F}{\partial p} dp + \frac{\partial F}{\partial v} dv + \frac{\partial F}{\partial t} dt = 0$$

ne sont pas entièrement arbitraires puisque la connaissance de deux d'entre eux détermine celle du troisième.

**Chaleur absorbée ou dégagée dans une transformation élémentaire.** — Reprenons un corps défini par

$$F(p, v, t) = 0$$

Considérons l'unité de poids. Pour les variations d$p$, d$v$, d$t$, on a une variation de chaleur dQ.

Prenons d'abord $t$ et $p$ pour variables indépendantes. Faisons varier le corps en maintenant la pression constante ; la température variera de d$t$ et on développera une quantité de chaleur Cd$t$, C étant *la chaleur spécifique vraie sous pression constante* (Jamin). Ensuite la température étant devenue $t + dt$, faisons varier la pression à température constante, la variation correspondante sera $h$d$p$, quantité analogue à Cd$t$. Par suite avec

$$dQ = C dt + h dp.$$

En prenant $t$ et $v$ pour variables indépendantes, on aura de même

$$dQ = c dt + l dv.$$

$c$ désigne la chaleur spécifique du corps à volume constant; $l$ représente la chaleur latente de dilatation à température constante.

De même en faisant varier $p$ et $v$ et désignant par $k$ et $\lambda$ des coefficients analogues aux précédents, on a

$$dQ = k dp + \lambda dv.$$

Egalant deux valeurs de dQ, nous trouvons :

$$dQ = Cdt + hdp = cdt + ldv$$

et si nous remarquons que

$$ldv = l\left(\frac{dv}{dt}\,dt + \frac{dv}{dp}\,dp\right)$$

il vient en substituant :

$$Cdt + hdp = cdt + l\frac{dv}{dt}\,dt + l\frac{dv}{dp}\,dp.$$

et en identifiant les coefficients de d$t$ et de d$p$, nous trouvons :

$$C = c + l\frac{dv}{dt}$$

$$h = l\frac{dv}{dp}.$$

De même on aurait :

$$\lambda = l + c\frac{dt}{dv}$$

$$k = c\frac{dt}{dp}$$

Or nous savons que :

$$\alpha = \frac{1}{v}\frac{dv}{dt} \qquad \beta = \frac{1}{p}\frac{dp}{dt} \qquad \text{et } \mu = -\frac{1}{v}\cdot\frac{dv}{dp}$$

En substituant on aura donc :

$$C = c + l\alpha v$$

$$h = -lv\mu$$

$$\lambda = l + \frac{c}{\alpha v}$$

$$k = \frac{c}{\beta p}.$$

**Représentation du travail extérieur**. — Lorsque nous avons supposé que l'état du corps était défini par la rela-

tion $F(p,v,t) = 0$, nous avons implicitement admis que cette fonction F était rapportée à trois axes coordonnés. Considérons un point appartenant au corps et projeté en A sur le plan des $pv$, les axes $Op$ et $Ov$ étant rectangulaires (fig. 1).

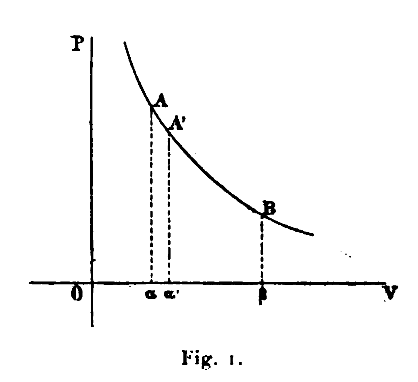



Fig. 1.

Lorsque l'état physique du corps variera, le point A tracera une courbe AB, courbe qui dépendra de la dilatation.

Si l'on suppose un gaz contenu dans un cylindre de volume invariable, dont la section est égale à l'unité, et fermé par un piston mobile exerçant sur le gaz une pression $p$, en faisant varier le volume de $dv$, le travail extérieur élémentaire sera évidemment $pdv$, car le piston se sera soulevé de $dv$.

$$d\mathcal{T} = pdv.$$

Cette expression est du reste générale. Considérons (fig. 2) un corps C qui a une pression $p$ et un volume $v$; il est limité par une surface ABD. Si le volume subit une variation infiniment petite, la nouvelle surface occupera la position A'B'; la différence entre les deux surfaces sera $dv$.

Fig. 2.

Au point A prenons un élément de surface $\omega$ et appelons $\varepsilon$ la distance en A entre les surfaces AB et A'B'. La pression sur $\omega$ est $\omega p$. Le chemin parcouru étant $\varepsilon$, le travail

engendré est $p\varepsilon\omega$. et pour tout le corps on a

$$d\mathcal{T} = \Sigma\varepsilon\omega p$$

et comme $p$ est constant sur toute la surface

$$d\mathcal{T} = p\Sigma\varepsilon\omega$$

$\varepsilon\omega$ représentant le volume limité entre les deux surfaces et ayant $\omega$ pour base, $\Sigma\varepsilon\omega$ représente donc le volume compris entre les deux surfaces, c'est-à-dire $dv$.

Par suite on a

$$d\mathcal{T} = pdv.$$

Puisque cette expression est générale, revenons à la figure 1.

Soit le point A pour lequel $v = O\alpha$ et $p = \alpha A$. Faisons-lui subir une variation infiniment petite ; il vient en A′. On voit que $\alpha\alpha' = dv$.

L'aire élémentaire $\alpha AA'\alpha'$ a pour expression, à un infiniment petit du second ordre près, $\alpha\alpha' \times \alpha A$, c'est-à-dire $pdv$. Par suite, pour une variation finie de A en B on aura :

$$\mathcal{T} = \int pdv = \text{aire } \alpha AB\beta.$$

Remarquons que l'on a identiquement :

$$pdv = p\left(\frac{\partial v}{\partial p}dp + \frac{\partial v}{\partial t}dt\right)$$

Cette expression est fonction de deux variables indépendantes $p$ et $t$ et n'est pas une différentielle exacte. L'intégration ne sera possible que si on connaît une nouvelle relation entre $p$ et $v$, c'est-à-dire la courbe de transformation.

**Cycles fermés.** — Lorsque la courbe décrite par le point considéré est une courbe fermée, on dit que le corps par-

court un *cycle fermé*, c'est-à-dire que, après une série de transformations, le corps est revenu à son état initial. Le point A parcourt la courbe (fig. 3) dans le sens des flèches. Les positions extrêmes sont M et N. Quand A va de M en N, $\alpha$ va de $m$ en $n$; $dv$ est positif, le travail l'est également. Quand A revient de N en M, $\alpha$ va de $n$ en $m$; $dv$ est négatif : le travail est négatif. L'aire interceptée par la ligne fermée représente le travail total.

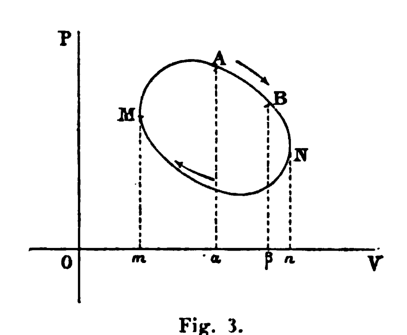


Fig. 3.

Nous avons vu que

$$dQ = c dt + l dv$$

expression qui dépend des variables $dt$ et $dv$. Comme nous ne supposons aucune relation entre $c$ et $l$, la fonction $c dt + l dv$ n'est pas intégrable ; mais elle le deviendra si, connaissant le chemin parcouru, une relation nouvelle est établie.

Un cycle est dit *réversible* quand, sans absurdité, on peut supposer qu'il est parcouru dans le sens direct ou dans le sens rétrograde.

**Energie interne.** — Nous avons vu que l'on avait :

$$EdQ = dU + d\mathcal{T}$$

dU représente la variation de l'énergie interne. Pour un cycle fermé, le corps revenant à son état initial, $\int dU = 0$ et il reste

$$\mathcal{T} = EQ.$$

On a pu formuler le principe suivant :

*Quand un corps subit une série de transformations constituant un cycle fermé, il y a un rapport constant* E *entre la valeur numérique* $\mathcal{T}$ *du travail produit et celle* Q *de la chaleur absorbée. Ce rapport est indépendant de la nature du corps que l'on emploie, des modifications qu'il subit et du sens dans lequel s'accomplit la transformation.* (Voir Jamin, *Cours de physique* II, p. 31**.)

Quant à la fonction U, on la désigne sous le nom d'*énergie interne*, ou d'*énergie potentielle.*

Reprenons la figure n° 3 et considérons deux positions du point figuratif : A et B.

Prenons pour variables $t$ et $v$, on sait que

$$EdQ = dU + d\mathcal{T}$$

$$dQ = cdt + ldv$$

$$d\mathcal{T} = pdv.$$

par suite

$$dU = E(cdt + ldv) - pdv$$

ou

$$dU = Ecdt + (El - p)dv.$$

Le premier terme de cette expression représente le travail correspondant à la chaleur employée à faire varier le corps sous volume constant ; le second représente le travail de dilatation, déduction faite du travail extérieur ; c'est le *travail interne.*

Nous arrêterons ici les notions de thermodynamique générale pour envisager un cas particulier nous intéressant plus directement.

## III. — Étude des gaz parfaits

**Définition des gaz parfaits.** — Dans les théories que nous venons d'exposer nous n'avons rien supposé relativement à

la constitution des corps et nous nous proposons d'appliquer les données précédentes au cas qui nous préoccupe, c'est-à-dire au travail des gaz. Dès à présent, remarquons que nous comprenons, sous le nom de gaz, les vapeurs qui, aux températures considérées, se comporteront de la même façon. Nous verrons ultérieurement quelles seront les corrections à introduire de ce chef.

C'est au moyen de procédés expérimentaux que les physiciens ont étudié les gaz ; c'est au moyen d'hypothèses plus ou moins complètes, plus ou moins rationnelles, que l'on a essayé d'expliquer les phénomènes naturels. Il en résulte que les chiffres observés ou calculés présentent avec la vérité certaines divergences résultant, soit d'extrapolations trop considérables, soit d'erreurs d'observations, soit enfin d'insuffisance de la théorie.

Les formules établies pour représenter la marche des variations des gaz ne sont vraies, ou tout au moins ne sont suffisamment rigoureuses qu'entre certaines limites qu'il ne faut pas dépasser. Au delà de ces limites apparaissent des écarts susceptibles de s'accentuer et il ne faut accepter les résultats des extrapolations que sous toutes réserves.

Quoi qu'il en soit, on est convenu d'admettre l'hypothèse des gaz parfaits, c'est-à-dire de fluides dont la constitution serait telle qu'ils se comporteraient rigoureusement suivant les formules approchées établies par expérience. Grâce à cette hypothèse, il est possible d'établir des formules rigoureuses, qui sont d'autant plus intéressantes que, dans la pratique, et dans la limite ordinaire des champs d'expérience, les fluides ordinaires se comportent assez bien d'après les lois ainsi établies.

**Propriétés des gaz parfaits.** — Sachant que $p$, $v$, et $t$ définissent l'état d'un gaz parfait à un moment quelconque, en désignant par $p_0$ $v_0$ $t_0$ la valeur de ces éléments pour l'état

initial nous formulerons les lois suivantes, qui caractérisent les gaz parfaits :

1° *Loi de Mariotte.* — Pour une même température, le produit de la pression par le volume est constant.

$$pv = p_0 v_0.$$

2° *Loi de Gay-Lussac.* — Le coefficient de dilatation $\alpha$ est le même pour tous les gaz, $\alpha$ étant la quantité dont s'accroît l'unité de volume pour une variation de température de 1° à pression constante, $v = v_0(1 + \alpha t)$.

Supposons que nous partions de l'état $p_0\ v_0$ 0°. Nous faisons varier le gaz à température constante ; il prend la pression $p$ et le volume $w$.

D'après la loi de Mariotte on a

$$p_0 v_0 = pw.$$

Augmentons la température de 1° ; d'après la loi de Gay-Lussac, le volume deviendra $v$ et on aura

$$v = w(1 + \alpha t)$$

ou

$$w = \frac{v}{1 + \alpha t}$$

Par suite, il vient en substituant

$$p_0 v_0 = p\frac{v}{1 + \alpha t}$$

ou enfin

$$pv = p_0 v_0(1 + \alpha t)$$

Cette relation est l'équation caractéristique des gaz.

3° *Loi de Delaroche et Bérard* — La chaleur spécifique c de l'unité de volume est la même pour tous les gaz.

$$\frac{c}{v} = \text{constante}.$$

4° La chaleur spécifique C d'un gaz, sous pression constante, est la même, quelles que soient la température et la pression.

$$dQ = Cdt$$
$$dp = 0$$

5° *Loi de Dulong.* — Des volumes égaux de tous les gaz, pris à la même température et à la même pression, dégagent ou absorbent une même quantité de chaleur pour conserver leur température primitive, quand on les comprime ou qu'on les dilate d'une même fraction de leur volume.

$\frac{dQ}{v}$ étant la quantité de chaleur dégagée par l'unité de volume et $\frac{dv}{v}$ la variation de la même unité, on a :

$$\frac{\frac{dQ}{v}}{\frac{dv}{v}} = \frac{dQ}{dv} = l$$

$l$ est la chaleur latente de dilatation ou de compression.

Nous avons déjà établi que, avec $dp = 0$, on avait

$$C = c + \frac{ldv}{dt}$$

ou bien
$$(C - c)\,dt = ldv$$

Comme nous avons

$$pv = p_0v_0\,(1 + \alpha t)$$

on obtient en différenciant

$$pdv + vdp = p_0v_0\,\alpha dt.$$

Si on pose
$$dp = 0$$

il vient
$$pdv = p_0v_0\,\alpha dt$$

ou $$dv = \frac{1}{p} p_0 v_0 \alpha dt$$

En remplaçant $dp$ par sa valeur dans la formule

$$(C - c) dt = l dv.$$

on a : $$(C - c) dt = \frac{l}{p} p_0 v_0 \alpha dt$$

ou $$l = p \frac{(C - c)}{p_0 v_0 \alpha}.$$

qui introduit une relation entre $l$, C et $c$.

Reprenons la formule $pv = p_0 v_0 (1 + \alpha t)$.

Le coefficient $\alpha$ est le même pour tous les gaz parfaits et à pour valeur dans l'échelle centigrade $\frac{1}{273}$. Si nous posons $T = 273 + t$, T désignera ce qu'on est couvenu d'appeler la température absolue.

La relation $pv = p_0 v_0 (1 + \alpha t)$ dans laquelle $t$ représente des degrés observés par rapport au 0 thermométrique, montre que $1 + \alpha t$ s'annule par $t = -273°$. A cette température on a $pv = 0$, ce qui implique un volume nul, proposition manifestement absurde, puisqu'on ne peut détruire la matière.

Laissons de côté cette anomalie sur laquelle nous reviendrons, et tenons-nous-en aux températures entre lesquelles la loi est rationnelle.

Nous avons posé $$T = 273 + t$$

c'est-à-dire $$T = \frac{1}{\alpha} + t$$

ou $$\alpha T = 1 + \alpha t.$$

Par suite dans $pv = p_0 v_0 (1 + \alpha t)$ on peut remplacer $1 + \alpha t$ par $\alpha T$ et on a

$$pv = \alpha p_0 v_0 T$$

Pour chaque gaz $\alpha p_0 v_0$ représente une constante que l'on

désigne par R et qui est la caractéristique du gaz. La formule vient donc ainsi :

$$pv = RT.$$

L'habitude est de calculer R en supposant $v_0$ égal à l'unité et en prenant pour unité de pression la pression atmosphérique de 10 333 kilogrammes par mètre carré.

Le rapport des chaleurs spécifiques des gaz sous pression constante et à volume constant se désigne par $\gamma$ et est numériquement voisin de 1,40.

Nous avons vu qu'avec $F(p,v,t) = 0$ on avait :

$$C = c + l \frac{dv}{dt}$$

$$h = l \frac{dv}{dp}$$

$$\lambda = l + c \frac{dt}{dv}$$

$$k = c \frac{dt}{dp}$$

Lorsque $F(p,v,t) = 0$ devient $pv = RT$ ou $pv = p_0 v_0 (1 + \alpha t)$.

on a $$pdv + vdp = RdT = Rdt.$$

Si l'on se reporte à ce qui a été dit plus haut, on a supposé $p$ constant, c'est-à-dire $dp = 0$ quand on a défini $l$. Cette équation différentielle se réduit donc à :

$$pdv = Rdt$$

par suite $$\frac{dv}{dt} = \frac{R}{p}, \quad \text{et} \quad \frac{dt}{dv} = \frac{p}{R}.$$

De même quand $t$ est constant $dt = 0$ et on a :

$$pdv + vdp = 0$$

ou $$\frac{dv}{dp} = - \frac{v}{p}$$

Quand $v$ est constant $dv = 0$ et on a :

$$v dp = R dt$$

ou

$$\frac{dt}{dp} = \frac{v}{R}.$$

Il vient par suite :

$$C = c + \frac{l R}{p}$$

$$h = - l \frac{v}{p}$$

$$\lambda = l + c \frac{p}{R}$$

$$k = c \frac{v}{R}.$$

Ce qui donne :

$$l = \frac{p}{R} (C - c)$$

$$h = - \frac{v}{R} (C - c)$$

$$\lambda = \frac{p C}{R}$$

$$k = \frac{cv}{R}.$$

Reprenons l'équation

$$dQ = c dt + l dv$$

qu'on peut écrire identiquement :

$$dQ = c \left( \frac{dt}{dv} dv + \frac{dt}{dp} dp \right) + l dv$$

Remplaçons $\frac{dt}{dv}$, $\frac{dt}{dp}$ et $l$ par les valeurs que nous venons de trouver, et il vient :

$$dQ = \frac{1}{R} (cv dp + Cp dv)$$

Nous aurons à utiliser cette expression.

Prenons un gaz parfait de poids égal à l'unité, sous le volume $v$ et la pression $p$. Chauffons-le à volume constant de dT avec une chaleur $c$dT. Détendons adiabatiquement dans le vide jusqu'au volume correspondant à la pression $p$, à la température T + dT, ce qui n'absorbe pas de chaleur. Enfin refroidissons le de dT sous la pression $p$. Il se dégage une chaleur CdT. Le gaz est revenu à son état initial, ayant accompli un travail égal à $pdv$.

Or $dv = \frac{dv}{dT} dT$, puisque nous supposons $dp$ nul. On aura :

$$E c dT - E C dT = -p \frac{dv}{dT} dT.$$

Mais de $pv = RT$ on tire $p \frac{dv}{dT} = R$. Donc il vient :

$$E(C - c) = R$$

formule qui permet de calculer E, car C et $c$ sont mesurés directement, et l'évaluation de R est des plus faciles. On en déduit $\frac{C - c}{R} = \frac{1}{E}$; par suite les coefficients calculés plus haut deviennent :

$$l = \frac{p}{E}$$

et

$$h = -\frac{v}{E}.$$

Nous avons vu que la variation de l'énergie interne avait pour expression

$$dU = E c dt + (El - p) dv$$

Comme $l = \frac{p}{E}$, cette équation se réduit à :

$$dU = E c dt.$$

Dans les limites ou $c$ est indépendant de la température on peut intégrer, et on trouve :

$$U - U_1 = Ec(t - t_1) = Ec(T - T_1)$$

Donc dans les limites considérées la variation de l'énergie interne est proportionnelle à l'écart des températures.

Dans le mode isotherme, l'énergie intérieure reste constante.

**Courbes figuratives**. — Nous avons déjà vu qu'il était possible de figurer par une courbe plane (fig. 1 et 3) la marche du phénomène que nous étudions. Dans le cas d'un gaz, la fonction $F(p,v,t) = 0$ est connue; c'est $pv = RT$ en ayant soin de remarquer que $dt = dT$.

Parmi les nombreuses variations thermiques, deux sont particulièrement intéressantes.

Dans l'une, la pression et le volume sont modifiés à température constante; c'est le *mode isotherme*.

Dans l'autre, la transformation s'effectue sans perte ni gain de chaleur; c'est le *mode adiabatique*.

Quand la transformation a lieu suivant des lignes qui, entre les mêmes températures, fournissent ou absorbent des quantités égales de chaleur, ces lignes sont dites *isodiabatiques*.

**Travail effectué**. — Nous savons que lorsque le point A décrit une courbe figurative, le travail extérieur correspondant est astreint à la relation :

$$d\mathcal{T} = pdv$$

Si la courbe figurative est une isotherme, la relation :

$$pv = RT$$

se réduit à $$pv = \text{constante} = p_0v_0$$

et la courbe est une hyperbole équilatère

En différentiant on obtient :

$$pdv = -vdp$$

et on a $$v = \frac{p_0 v_0}{p}$$

par suite $$d\mathcal{T} = -v dp = -p_0 v_0 \frac{dp}{p}$$

et en intégrant entre $p_0$ et $p$ :

$$\mathcal{T} = v_0 p_0 L \frac{p_0}{p}$$

$L$ désignant le logarithme népérien.

Comme $pv = p_0 v_0$ dans le mode isotherme, $\frac{p_0}{p} = \frac{v}{v_0}$. et on a aussi :

$$\mathcal{T} = v_0 p_0 L \frac{v}{v_0}.$$

Si l'on considère la quantité de chaleur $Q = \frac{1}{E} \mathcal{T}$, on voit qu'on a :

$$Q = \frac{1}{E} p_0 v_0 L \frac{p_0}{p} = \frac{1}{E} p_0 v_0 L \frac{v}{v_0}.$$

Si au lieu de considérer une isotherme, nous considérons une adiabatique, il n'y a ni perte ni gain de chaleur pendant la transformation ; par suite :

$$dQ = 0$$

Or nous savons que :

$$dQ = \frac{1}{R} (cvdp + Cpdv)$$

Donc on doit avoir dans le cas adiabatique :

$$cvdp + Cpdv = 0$$

en posant $\frac{C}{c} = \gamma$, on a identiquement :

$$\frac{dp}{p} + \gamma \frac{dv}{v} = 0$$

intégrant entre $p_0 v_0$ et $pv$ on a :

$$L\frac{p}{p_0} + \gamma L\frac{v}{v_0} = 0$$

ou

$$L\frac{p}{p_0} = \gamma L\frac{v_0}{v}$$

En passant des logarithmes aux nombres :

$$\frac{p}{p_0} = \frac{v_0^{\gamma}}{v^{\gamma}},$$

ou enfin

$$p_0 v_0^{\gamma} = pv^{\gamma} = \text{constante.}$$

La courbe adiabatique est une courbe hyperbolique qui a pour équation :

$$pv^{\gamma} = \text{const.}$$

Comparée à l'isotherme $pv =$ const. elle la coupe au point considéré. Au-dessus du point elle est à droite de l'hyperbole équilatère et au-dessous du même point elle reste au-dessous de cette courbe. Il ne faut pas oublier que $\gamma$ est plus grand que l'unité.

Remarquons que si $p_0 v_0^{\gamma} = pv^{\gamma}$

on a

$$p = \left(\frac{v_0}{v}\right)^{\gamma}$$

mais

$$pv = RT$$

et

$$p_0 v_0 = RT_0$$

il en résulte

$$\frac{p}{p_0} = \left(\frac{v_0}{v}\right)^{\gamma} = \frac{T}{T_0}\frac{v_0}{v}$$

ou

$$\frac{T}{T_0} = \left(\frac{v_0}{v}\right)^{\gamma - 1}$$

on a également

$$\frac{T}{T_0} = \left(\frac{p}{p_0}\right)^{\frac{\gamma - 1}{\gamma}}$$

Évaluons le travail correspondant à une adiabatique entre les positions $v_0p_0$ et $vp$.

$$d\mathcal{T} = p\,dv$$

et
$$\mathcal{T} = \int_{v_0p_0}^{vp} p\,dv$$

Reprenons
$$pv^\gamma = p_0v_0^\gamma$$

on en tire
$$p = \frac{p_0v_0^\gamma}{v^\gamma} \text{ ou } p = p_0v_0^\gamma\, v^{-\gamma}$$

par suite

$$\mathcal{T} = \int_{v_0p_0}^{vp} p_0v_0^\gamma\, v^{-\gamma}\, dv = p_0v_0^\gamma \int_{v_0p_0}^{vp} v^{-\gamma}\, dv.$$

En intégrant on obtient

$$\mathcal{T} = \frac{p_0v_0^\gamma}{1-\gamma}\left(v^{1-\gamma} - v_0^{1-\gamma}\right)$$

$$\mathcal{T} = \frac{p_0v_0}{1-\gamma}\left(\frac{v^{1-\gamma}}{v_0^{1-\gamma}} - 1\right)$$

Remarquons que

$$\frac{v^{1-\gamma}}{v_0^{1-\gamma}} = \frac{v_0^{\gamma-1}}{v^{\gamma-1}} = \frac{T}{T_0}$$

et que

$$p_0v_0 = RT_0.$$

Donc :

$$\mathcal{T} = \frac{1}{1-\gamma}\, RT_0 \left(\frac{T}{T_0} - 1\right) = \frac{R}{1-\gamma}\left(T - T_0\right).$$

Si la température s'abaisse, il y a détente : $T - T_0$ est négatif, $1 - \gamma$ aussi, le travail est positif.

Si la température s'élève, il y a travail négatif de compression.

Mais nous savons que

$$E\,(C - c) = R$$

par suite $$\mathcal{T} = \frac{R}{1-\gamma}\left(T - T_0\right)$$

devient $$\mathcal{T} = \frac{E(C-c)}{1-\gamma}\left(T - T_0\right)$$

ou comme $$\gamma = \frac{C}{c}$$

$$\mathcal{T} = -Ec\,(T - T_0)$$

et comme $$T - T_0 = t - t_0$$

$$\mathcal{T} = Ec\,(t_0 - t)$$

expression qui est positive quand il y a détente, car alors $t_0 > t$.

**Cycle de Carnot.** — Supposons (fig. 4) un cycle composé de deux isothermes AB et DC à des températures $t_1$ et $t_2$ et de deux adiabatiques AD et BC.

| | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|
| Nous appellerons | $p_1$ et $v_1$ | la pression | et le volume en | A | à la température | $t_1$ |
| — | $p_2$ et $v_2$ | — | — | B | — | $t_1$ |
| — | $p_3$ et $v_3$ | — | — | C | — | $t_2$ |
| — | $p_4$ et $v_4$ | — | — | D | — | $t_2$ |

Supposons que le gaz parte de la position figurative A et se détende isothermiquement de A en B puis adiabatiquement de B en C.

Ensuite ce gaz est comprimé, isothermiquement de C en D et adiabatiquement de D en A. De A en B le gaz emprunte de la chaleur, de C en D il en cède.

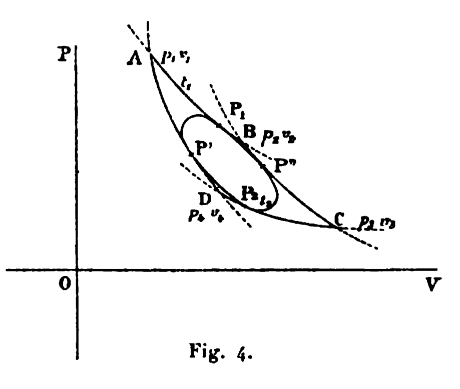



Fig. 4.

Nous avons établi les relations qui donnent le travail nécessaire pour accomplir ces diverses phases.

De A en B on a $$\mathcal{T} = p_1 v_1 L \frac{p_1}{p_2}$$

Mais $p_1 v_1 = RT_1$, par suite :

$$\mathcal{T} = RT_1 \; L \frac{p_1}{p_2}$$

La quantité de chaleur empruntée à la source

$$t_1 = T_1 - 273^\circ$$

sera : $$Q_1 = \frac{1}{E} \; RT_1 L \; \frac{p_1}{p_2}$$

De B en C le gaz se refroidit de $t_1$ à $t_2$ ou de $T_1$ à $T_2$.

De C en D le gaz cède de la chaleur, et cette quantité sera :

$$Q_2 = \frac{1}{E} \; RT_2 L \; \frac{p_4}{p_3}$$

Enfin de D en A le gaz se réchauffe de $t_2$ à $t_1$.

Remarquons qu'on a :

$$p_1 v_1 = p_2 v_2$$
$$p_2 v_2^{\gamma} = p_3 v_3^{\gamma}$$
$$p_3 v_3 = p_4 v_4$$
$$p_4 v_4^{\gamma} = p_1 v_1^{\gamma}$$

En multipliant ces quatre équations membre à membre et divisant les deux membres par les facteurs communs, il vient :

$$v_1 v_3 = v_2 v_4$$

En multipliant membre à membre les quatre équations ci-dessus, après avoir élevé la première et la troisième à la puissance $\gamma$, on obtient de même :

$$p_1 p_3 = p_2 p_4$$

**Coefficient économique.** — On appelle *coefficient écono-*

*mique* la quantité $\frac{Q_1 - Q_2}{Q_1}$ qui s'écrit :

$$\frac{\frac{1}{E}\,RT_1\,L\,\frac{p_1}{p_2} - \frac{1}{E}\,RT_2 L\,\frac{p_4}{p_3}}{\frac{1}{E}\,RT_1 L\,\frac{p_1}{p_2}}$$

En simplifiant cette expression et remarquant que $\frac{p_1}{p_2} = \frac{p_4}{p_3}$ elle se réduit à :

$$\frac{T_1 - T_2}{T_1}$$

Quant au rapport $\frac{Q_2}{Q_1}$ que l'on trouverait égal à $\frac{T_2}{T_1}$ il a reçu le nom de *coefficient de perte*.

**Cycles réversibles quelconques.** — Un cycle réversible

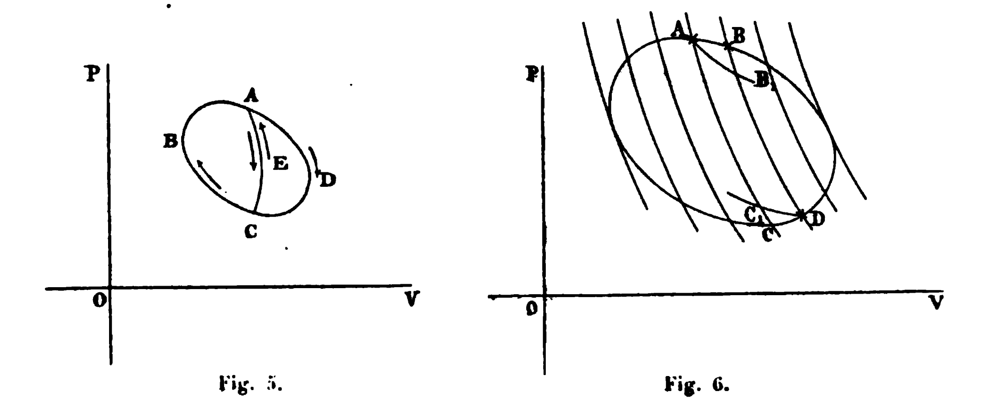


Fig. 5. Fig. 6.

quelconque (fig. 5) peut être décomposé d'une infinité de manières en deux cycles réversibles.

Choisissons deux points A et B que nous joignons par une ligne AEC qui ne doit remplir d'autre condition que celle de provoquer des transformations réversibles. Si le corps parcourt le cycle CBAEC puis CEADC, il aura parcouru la ligne AC en suivant deux transformations exactement in-

verses ; ce sera donc comme s'il ne l'avait pas parcourue. Comme A et C sont quelconques, cette division est possible d'une infinité de manières.

Prenons (fig. 6) un corps parcourant un cycle quelconque réversible. Divisons ce cycle par une série d'adiabatiques telles que CA, BD... Puis par les point d'intersection A et D menons les isothermes $AB_1$, $DC_1$... On remplace le cycle primitif par une série de cycles de Carnot tels que $AC_1DB_1$ et une série d'aires élémentaires $ABB_1$.

Pour un cycle $AC_1DB_1$ appelons $dQ_1$ la quantité de chaleur fournie suivant l'isotherme supérieure et $dQ_2$ la quantité de chaleur restituée suivant l'isotherme inférieure. On a :

$$\frac{dQ_1 - dQ_2}{dQ_1} = \frac{T_1 - T_2}{T_1}$$

ou
$$\frac{dQ_1}{T_1} - \frac{dQ_2}{T_2} = 0$$

Pour l'ensemble des cycles $AC_1DB_1$ on aura :

$$\int \left( \frac{dQ_1}{T_1} - \frac{dQ_2}{T_2} \right) = 0$$

ou, considérant les éléments $\frac{-dQ_2}{T_2}$ avec leur signe,

$$\int \frac{dQ}{T} = 0$$

Il est à remarquer que sous le signe $\int$, on peut comprendre ce qui se passe aussi le long des adiabatiques, dans les cycles élémentaires $AC_1DB_1$, puisque $dQ$ est nul pour ces éléments, et par suite

$$\int \frac{dQ}{T}$$

représente la somme des quotients analogues le long de tous les éléments de tous les cycles élémentaires.

Pour un des petits cycles $ABB_1$, E ($dQ' - dQ_1$) = aire $ABB_1$ est un infiniment petit du second ordre, négligeable devant la valeur similaire correspondant au cycle de Carnot élémentaire que nous venons de considérer.

Si nous supposons que le réseau des adiabatiques se resserre de plus en plus, il est évident que la somme des cycles $AB_1$ $DC_1$ tendra vers le cycle considéré, et à la limite on aura encore $\int \frac{dQ}{T} = 0$.

**Entropie.** — Clausius a désigné la fonction $\int \frac{dQ}{T}$ par S et l'a appelée *entropie*.

$$S = \int \frac{dQ}{T}$$

Pour tout cycle fermé réversible $\int \frac{dQ}{T} = 0$, et $\frac{dQ}{T}$ est une différentielle exacte. Pour une adiabatique $dS = 0$ puisque $dQ = 0$. Pour une isotherme $dT = 0$ ou $T = \text{const}$.

Nous avons vu que pour un gaz parfait on avait :

$$dQ = \frac{1}{R} cvdp + \frac{1}{R} Cpdv$$

et

$$pv = RT$$

par suite

$$\frac{dQ}{T} = c\frac{dp}{p} + C\frac{dv}{v}$$

et :

$$S = \int \frac{dQ}{T} = c\int_{p_1}^{p} \frac{dp}{p} + C\int_{v_1}^{v} \frac{dv}{v}$$

donc

$$S - S_1 = c\,L\frac{p}{p_1} + C\,L\frac{v}{v_1} = L\frac{p^c v^C}{p_1{}^c v_1{}^C}$$

Dans le cas d'un cycle fermé, il est évident que lorsque le corps sera revenu à la position initiale $v_1\,p_1$, la fonction S sera redevenue égale à elle-même, car $L\frac{p}{p_1}$ et $L\frac{v}{v_1}$ se réduisent à $L\,1$ qui est nul.

**Fonction caractéristique.** — On a posé $\frac{dQ}{T} = dS$ et on a $dQ = \frac{1}{E}(dU + pdv)$,

donc on aura $$\frac{1}{E}(dU + pdv) = TdS$$

Ajoutons $Sdt$ aux deux membres de l'équation, il vient :

$$\frac{1}{E}(dU + pdv) + Sdt = TdS + Sdt$$

mais $$dt = dT$$

donc $$TdS + Sdt = TdS + SdT = d(TS)$$

donc $$\frac{1}{E}(dU + pdv) + Sdt = d(TS)$$

ou encore

$$Sdt + \frac{1}{E}pdv = d(TS) - \frac{1}{E}dU = d\left(TS - \frac{U}{E}\right)$$

puisque le second membre de l'équation est différentielle exacte, le premier l'est aussi. En posant :

$$H = TS - \frac{U}{E}$$

on a $$dH = Sdt + \frac{1}{E}pdv.$$

M. Massieu a désigné H sous le nom de fonction caractéristique.

Remarquons que $$S = \frac{\partial H}{\partial T}$$

$$p = E\frac{\partial H}{\partial v}$$

et l'énergie interne $$\frac{U}{E} = TS - H$$

**Cycles divers.** — Le cycle de Carnot a un coefficient éco-

nomique plus grand que tout cycle fonctionnant entre les mêmes températures et les mêmes adiabatiques.

Prenons (fig. 4) un cycle fermé $P'P_1P''P_2$ et circonscrivons les isothermes AB et DC correspondant aux températures $T_1$ et $T_2$, tangentes en $P_1$ et en $P_2$. Agissons de même pour les adiabatiques extrêmes AD et BC tangentes en $P'$ et $P''$. On a créé un cycle de Carnot ABCD fonctionnant entre les mêmes températures et les mêmes adiabatiques.

Si l'on décompose le cycle, comme dans la figure 6, par une infinité d'adiabatiques intermédiaires, voyons ce qui se passe de $P'$ en $P''$. Pour chaque élément de la courbe $P'P_1P''P_2$ la quantité de chaleur dQ empruntée à la source le sera à la température T. Or on a manifestement $T < T_1$ ou $\frac{1}{T} > \frac{1}{T_1}$ et par suite $\frac{dQ}{T} > \frac{dQ}{T_1}$, et ajoutant toutes ces inégalités de $P'$ en $P''$ :

$$\int_{'}^{''} \frac{dQ}{T} > \int_{'}^{''} \frac{dQ}{T_1}$$

Mais comme $T_1$ est constant, le second membre est :

$$\frac{1}{T_1}\int dQ = \frac{Q_1}{T_1}$$

donc

$$\int_{'}^{''} \frac{dQ}{T} > \frac{Q_1}{T_1}$$

De $P''$ en $P'$ on voit que $T > T_2$. On a de même :

$$\int_{''}^{'} \frac{dQ}{T} < \frac{Q_2}{T_2}$$

ou, en ajoutant ces inégalités membre à membre, *en tenant compte de leur sens :*

$$\int_{'}^{''} \frac{dQ}{T} - \int_{''}^{'} \frac{dQ}{T} > \frac{Q_1}{T_1} - \frac{Q_2}{T_2}$$

Mais le premier membre c'est tout simplement $\int \frac{dQ}{T}$ qui est nul pour un cycle fermé.

donc $$\frac{Q_1}{T_1} - \frac{Q_2}{T_2} < 0$$

ou $$\frac{Q_1}{Q_2} < \frac{T_1}{T_2} \text{ ou } \frac{Q_2}{Q_1} > \frac{T_2}{T_1} \text{ ou } 1 - \frac{Q_2}{Q_1} < 1 - \frac{T_2}{T_1}$$

ou enfin $$\frac{Q_1 - Q_2}{Q_1} < \frac{T_1 - T^2}{T_1}$$

Donc le coefficient économique du cycle considéré $\frac{Q_1 - Q_2}{Q_1}$ est moindre que le coefficient économique du cycle de Carnot circonscrit.

Toutefois ce rendement peut être égalé dans des cycles réversibles où les échanges de chaleur ont lieu à température

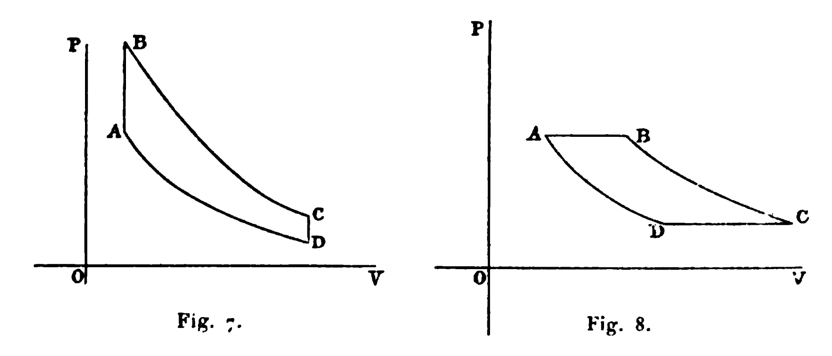



Fig. 7. Fig. 8.

constante, c'est-à-dire suivant des isothermes et dans lesquels les passages intermédiaires ont lieu suivant deux *isodiabatiques*, c'est-à-dire suivant deux lignes telles que la quantité de chaleur absorbée suivant l'une d'elles et employée à la transformation, soit restituée suivant l'autre.

Nous citerons deux cycles connus et répondant à ces données : le premier est celui de Stirling (fig. 7), qui se compose de deux isothermes BC et AD. Les deux isodiabatiques sont des droites parallèles à l'axe des pressions, c'est-à-dire que le gaz travaille à volume constant.

Dans le cycle d'Ericsson les deux isothermes sont BC et AD. Les isodiabatiques sont des droites AB et DC parallèles

à l'axe des $v$. Les gaz travaillent donc à pression constante (fig. 8).

La figure 9 représente un cycle théorique composé de droites AB — BC — CD et DA représentant des variations à pressions et à volumes constants.

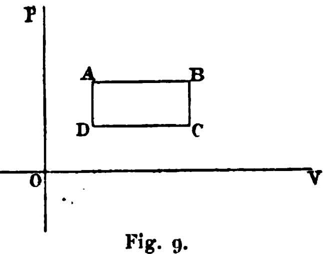



Fig. 9.

**Détente des gaz.** — Nous avons vu que la ligne isotherme est caractérisée par la relation $pv$ = constante, équation d'une hyperbole équilatère. La détente adiabatique correspond à l'équation hyperbolique $pv^{\gamma}$ = constante.

On peut supposer que la loi de détente est $pv^{K}$ = constante, dans laquelle K est quelconque, et on peut chercher à attribuer à K une valeur qui représente mieux ce qui se passe dans la pratique, que la valeur de $\gamma = \frac{C}{c}$.

Soit (fig. 10) un point figuratif A. Il représente la marche de détente dans une enceinte quelconque. En A on a la pression $p$ et le volume $v$. Soit AB une détente isotherme, telle que $ab$ soit la variation de volume ; supposons-la infiniment petite. La pression A$a$ devient B$b$. Soit $AB_1$, un élément de détente adiabatique, la variation de volume est toujours $ab$ ; la pression A$a$ est devenue $B_1b$.

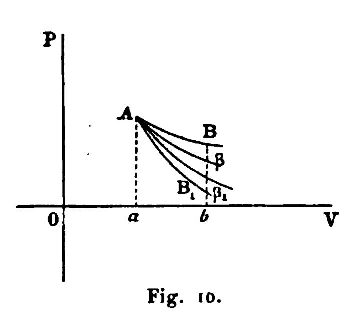



Fig. 10.

Dans la marche théorique d'une machine on suppose une détente idéale impossible à réaliser.

Supposons qu'il s'agisse de la marche isotherme AB.

Il est évident que dans le cas où la température du gaz est supérieure à celle des parois, de la chaleur se dissipera

au contact de l'enceinte et l'élément AB sera remplacé par l'élément A$\beta$ (fig. 10). De même la courbe adiabatique $AB_1$ serait remplacée par une courbe $A\beta_1$.

L'équation de ces courbes serait de la forme $pv^K =$ constante, K étant un coefficient numérique de valeur convenable.

On peut se demander ce que serait la courbe A$\beta$, si la pression $b\beta$ était la moyenne arithmétique de $bB_1$ et de $bB$, c'est-à-dire $\frac{bB_1 + bB}{2}$.

Soient $p$ et $v$ la pression et le volume en A,
$p + \delta p$ et $v + \delta v$ la pression et le volume en B,
$p + \Delta p$ et $v + \Delta v$ la pression et le volume en $B_1$,
$p + dp$ et $v + dv$ la pression et le volume en $\beta$.

De A en B on a $pv =$ const.
ou, en différentiant, $p\delta v = - v\delta p$.

De A en $B_1$ $pv^\gamma =$ const.

La différentiation donne

$$\Delta p v^\gamma + \gamma p v^{\gamma - 1} \Delta v = 0$$

ou
$$v\Delta p + \gamma p \Delta v = 0,$$

on a donc
$$\delta p = - \frac{p}{v} \delta v$$

et
$$\Delta p = - \gamma \frac{p}{v} \Delta v,$$

Or on cherche

$$dp = \frac{\delta p + \Delta v}{2} = \frac{1}{2} \left( - \frac{p}{v} \delta v - \gamma \frac{p}{p} \Delta v \right).$$

Remarquons que $\delta v = \Delta v = dv$

et il vient
$$\frac{dp}{p} = - \frac{(1 + \gamma)}{2} \frac{dv}{v}$$

ou en intégrant
$$L \frac{p}{p_0} = \frac{(1 + \gamma)}{2} L \frac{v_0}{v}$$

ou passant aux nombres :

$$pv^{\left(\frac{1+\gamma}{2}\right)} = p_0 v_0^{\frac{1+\gamma}{2}} = \text{constante.}$$

Cette courbe rentre dans la catégorie des courbes hyperboliques.

$$pv^K = \text{const.}$$

en posant $$K = \frac{1+\gamma}{2}.$$

Dans le cas où on voudrait une moyenne géométrique au lieu d'une moyenne arithmétique, on écrirait $b\beta = \sqrt{bB \times bB_1}$

c'est-à-dire :

$$p + dp = \sqrt{\left(p + \delta p\right)\left(p + \Delta p\right)} = \sqrt{\left(p - \frac{p}{v}\,\delta v\right)\left(p - \gamma\,\frac{p}{v}\,\Delta v\right)}$$

on a identiquement :

$$\left(p + dp\right)^2 = p^2 - \frac{p^2 dv}{v} - \gamma\,\frac{p^2}{v}\,dv + \gamma\,\frac{p^2}{v^2}\left(dv\right)^2$$

le premier membre développé donne $p^2 + 2pdp + (dp)^2$.

En retranchant $p^2$ aux deux membres et négligeant les infiniment petits de second degré, il vient :

$$2\,pdp = -\,p^2\left(1 + \gamma\right)\frac{dv}{v}$$

ou $$\frac{dp}{p} = -\,\frac{1+\gamma}{2}\,\frac{dv}{v}.$$

On retombe ainsi sur l'équation précédente, les moyennes arithmétique et géométrique des pressions ne différant que par des infiniment petits du second ordre.

Dans la pratique, considérant les courbes $pv^K = \text{const.}$, on remplacera les isothermes pour lesquelles $K = 1$ par des courbes hyperboliques pour lesquelles K aura une valeur voi-

sine de 1, et les adiabatiques, pour lesquelles $K = \gamma$, par des courbes pour lesquelles K aura une valeur voisine de $\gamma$.

Si les parois absorbent de la chaleur, K devra être supérieur à l'unité ou à $\gamma$; si les parois en restituent K devra être moindre que l'unité et moindre que $\gamma$, suivant qu'on suivra le mode isotherme ou le mode adiabatique.

**Représentation entropique des cycles.** — M. Belpaire a proposé de représenter un cycle en choisissant deux axes rectangulaires de coordonnées et prenant pour abscisse l'entropie $S = \int \frac{dQ}{T}$ et pour ordonnée la température T.

Supposons que le gaz se détende suivant la loi $pv^K = p_1 v_1^K$.

Nous savons que

$$\frac{dQ}{T} = c\,\frac{dp}{p} + C\,\frac{dv}{v}.$$

D'autre part on a $$pv = RT$$

et par suite $$vdp + pdv = RdT.$$

Divisons ces deux équations membre à membre, il vient :

$$\frac{dp}{p} + \frac{dv}{v} = \frac{dT}{T}$$

ou $$\frac{dp}{p} = \frac{dT}{T} - \frac{dv}{v}.$$

Remplaçant $\frac{dp}{p}$ par sa valeur dans la première équation, nous obtenons :

$$\frac{dQ}{T} = c\,\frac{dT}{T} + (C - c)\,\frac{dv}{v}.$$

Comme on a $$p = \frac{RT}{v}$$

l'expression $$pv^K = p_1 v_1^K$$

devient $$RT\,v^{K-1} = p_1 v_1^K$$

et en différentiant on a :

$$\frac{dv}{v} = - \frac{1}{K - 1} \frac{dT}{T}.$$

Par suite, il vient en substituant

$$\frac{dQ}{T} = c \frac{dT}{T} - \frac{C - c}{K - 1} \frac{dT}{T} = \frac{dT}{T} \left( \frac{c(K - 1) - (C - c)}{K - 1} \right)$$

$$\frac{dQ}{T} = \frac{dT}{T} \frac{cK - C}{K - 1} = c \frac{K - \gamma}{K - 1} \frac{dT}{T}$$

en se rappelant que $\frac{C}{c} = \gamma$.

Par suite intégrant entre les positions A et B, on a

$$S - S_a = c \frac{K - \gamma}{K - 1} L \frac{T}{T_a}.$$

Si $K = \gamma$ on voit que le second membre est nul ; donc

$$S - S_a = 0.$$

La détente est adiabatique. L'entropie est constante et la courbe se réduit à une droite parallèle à l'axe des températures.

Si $K > \gamma$, $S - S_a$ est positif quand on a $T > T_a$.

Si K est très grand $\frac{K - \gamma}{K - 1}$ est très voisin de 1 et l'équation se réduit à

$$S - S_a = c L \frac{T}{T_a}.$$

La transformation a lieu à volume constant.

Si K est compris entre 1 et $\gamma$, $S - S_a$ est négatif. L'entropie diminue. La ligne de détente est comprise entre l'adiabatique et l'isotherme ; c'est un cas rencontré fréquemment dans la pratique.

Si $K = 1$, la ligne est isothermique, alors $T = T_a$.

L'équation différentielle se réduit à

$$dS = \frac{dQ}{T} = (C - c) \frac{dv}{v},$$

par suite on a

$$S - S_a = (C - c) L \frac{v}{v_a}.$$

Si $K = 0$, $\frac{K - \gamma}{K - 1}$ se réduit à $\gamma$, c'est-à-dire à $\frac{C}{c}$ et $c\frac{K - \gamma}{K - 1}$ devient C

Donc $$S - S = C L \frac{T}{T_a}.$$

L'expression

$$pv^K = \text{const.}$$

montre que $p = $ const. puisque $v^0$ a pour valeur l'unité.

Si l'on prend dans la représentation graphique $\int \frac{dQ}{T}$ pour abscisse et T pour ordonnée, on peut se demander quelle sera la variation du corps correspondant à une droite. Il faut évidemment avoir, M étant un paramètre ·

$$\int \frac{dQ}{T} = MT$$

ou en différentiant $$dQ = MT\,dT.$$

Mais $$dQ = \frac{1}{R}(cvdp + Cpdv)$$

par suite on doit avoir :

$$RMTdT = cvdp + Cpdv.$$

Comme $$pv = RT,$$

en divisant membre à membre il vient

$$MdT = c\frac{dp}{p} + C\frac{dv}{v}.$$

Et en intégrant

$$M(T - T_1) = cL\frac{p}{p_1} + CL\frac{v}{v_1}$$

ou remarquant que $\frac{C}{c} = \gamma$,

$$M\frac{T - T_1}{c} = L\frac{p}{p_1} + \gamma L\frac{v}{v_1} = L\frac{p}{p_1} + L\frac{v^\gamma}{v_1{}^\gamma}$$

ou encore $$M \frac{T - T_1}{c} = L \frac{pv^\gamma}{p_1 v_1^\gamma}$$

et passant des logarithmes aux nombres,

$$pv^\gamma = p_1 v_1^\gamma e^{M \frac{T - T_1}{c}}.$$

Comme $$pv = RT,$$

on peut écrire la formule

$$RTv^{\gamma - 1} = p_1 v_1^\gamma e^{M \frac{T - T_1}{c}}.$$

Relation entre T et V qui, jointe à l'équation $pv = RT$, définit le régime d'un gaz dont la courbe entropique est une droite, inclinée par rapport aux axes.

Si, pendant une évolution quelconque, la température reste fixe et l'entropie constante, comme dans le cas d'une admission à pression constante et à température fixe, conditions que nous préciserons plus tard, la *représentation se réduit à un point* que nous appellerons *station entropique*.

D'après ce que nous venons de dire, la représentation entropique du cycle de Carnot se réduit à un rectangle, car les adiabatiques sont représentées par des droites parallèles à l'axe des T, et les isothermes par des parallèles à l'axe des entropies.

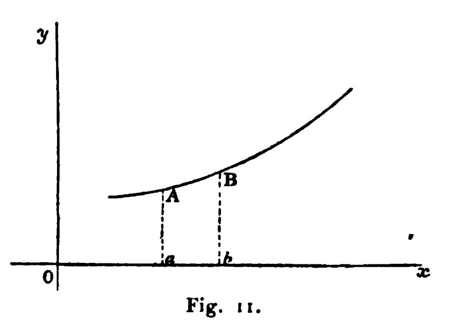


Fig. 11.

**Représentation du travail.** — Prenons deux axes $Ox$, $Oy$ et considérons les variations de volume du gaz en prenant pour abscisses les volumes $Oa$, $Ob$, etc. (fig. 11). Les ordonnées $aA$, $bB$ seront proportionnelles au travail effectué depuis

l'origine des temps jusqu'au moment où le volume sera devenu O$a$, O$b$, etc.

On trouvera ainsi une courbe dont les abscisses seront les volumes engendrés, et les ordonnées le travail effectué.

Nous verrons plus loin le parti que l'on peut tirer de ce mode de représentation.

**Écoulement des gaz.** — En développant le sujet qui nous occupe, on peut avoir à considérer les mouvements d'un gaz à travers un orifice de dimensions restreintes ; aussi croyons-nous devoir fournir quelques données à cet égard.

Envisageons une paroi $\alpha\beta$ (fig. 12) séparant deux espaces de volumes indéfinis et dans lesquels la pression est respectivement $p_1$ et $p_2$. L'écoulement aura lieu de la région $p_1$ vers la région $p_2$ si $p_1 > p_2$.

Fig. 12.

L'orifice est supposé avoir un profil tel qu'il épouse, au moyen d'un ajutage, la forme de la veine. On sait que cette veine présente une contraction, en AB par exemple, et c'est le plan de cette contraction, que nous considérons comme celui de l'orifice.

Dans un temps $d\theta$ la tranche AB sera venue en $A_1B_1$ ce qui aura entraîné un déplacement de toutes les tranches consécutives ; par contre A′B′ sera venu en A″B″ et MN en $M_1N_1$. Au fur et à mesure qu'on s'éloigne de AB, la section de la tranche en mouvement augmente ; mais par suite son déplacement diminue, jusqu'au moment où on atteindra une région *très lente* où la vitesse sera négligeable.

La quantité MNAB devient $M_1N_1A_1B_1$ ; nous supposons que le mouvement de MN est très lent. C'est à cette masse que nous appliquerons le théorème des forces vives. *La demi-variation de la force vive est égale au travail accompli.*

Remarquons que les termes relatifs à la partie $M_1N_1AB$

disparaîtront dans la soustraction, le régime étant établi. Quant à la quantité $MNM_1N_1$ sa vitesse est fort petite et on peut négliger le terme correspondant qui dépend de $v^2$.

Reste donc $ABA_1B_1$.

Soient $u$ la vitesse et P le débit en poids par unité de temps.

Il passe $Pd\theta$ pendant $d\theta$, et le terme de la force vive est $\frac{1}{2}\frac{P}{g}u^2dt$.

Nous négligerons le terme dû à la pesanteur, bien qu'il soit possible d'en tenir compte.

Soit $\omega$ la section. La pression résistante est $\omega p_2$, donc le travail est $\omega p_2 u d\theta$. Mais $\omega u d\theta$ est le débit en volume.

D'autre part $Pd\theta$ est le débit en poids. Si $\varpi$ désigne le poids de l'unité de volume, $\frac{P}{\varpi_2}d\theta$ représente le débit en volume $\omega u d\theta$.

Donc le travail résistant sera $p_2\frac{P}{\varpi_2}d\theta$.

De même le travail moteur serait $p_1\frac{P}{\varpi_1}d\theta$.

Les réactions des parois, normales au déplacement, ne fournissent pas de travail. Quant au frottement, très petit, on peut le négliger. On a donc

$$\frac{1}{2}\frac{Pd\theta}{g}u^2 = \left(\frac{p_1}{\varpi_1} - \frac{p_2}{\varpi_2}\right) Pd\theta + \text{travail d'expansion de la tranche.}$$

Soit V le volume du poids $Pd\theta$. Posons $\frac{1}{\varpi} = v$ qui désigne le volume dont le poids est l'unité.

$$V = vPd\theta \quad dV = dv\ Pd\theta$$

car $Pd\theta$ est une donnée, P étant le débit en poids par unité de temps

le travail externe $\int p dV$

devient $Pd\theta \int_{v_2}^{v_1} p dv$

Donc on a

$$\frac{1}{2g}\, \mathrm{Pd}\theta w^2 = \left(\frac{p_1}{\varpi_1} - \frac{p_2}{\varpi_2}\right) \mathrm{Pd}\theta + \mathrm{Pd}\theta \int_{v_1}^{v_2} p\,dv$$

ou plus simplement

$$\frac{w^2}{2g} = \frac{p_1}{\varpi_1} - \frac{p_2}{\varpi_2} + \int_{v_2}^{v_1} p\,dv$$

remarquant que $\frac{1}{\varpi_1} = v_1$ et $\frac{1}{\varpi_2} = v_2$ il vient

$$\frac{w^2}{2g} = p_1 v_1 - p_2 v_2 + \int_{v_2}^{v_1} p\,dv.$$

Comme pour un gaz on a :

$$p_1 v_1 = \mathrm{RT}_1$$
$$p_2 v_2 = \mathrm{RT}_2$$

l'expression ci-dessus se ramène à :

$$\frac{w^2}{2g} = \mathrm{R}\left(\mathrm{T}_1 - \mathrm{T}_2\right) + \int_{v_2}^{v_1} p\,dv.$$

Si la pression est constante $p_1 = p_2$ il n'y a pas écoulement.

Si la densité est constante, $v$ est constant, $dv = 0$ et il reste $\frac{w^2}{2g} = \frac{1}{\varpi}(p_1 - p_2)$ car $\varpi_1 = \varpi_2$.

C'est l'équation de Bernouilli moins le terme en H, car nous avons négligé l'influence de la pesanteur.

On peut en tirer les conclusions suivantes :

A pressions effectives égales, la vitesse ou le débit en volume est en raison inverse de la racine carrée des densités.

Pour deux cas différents on aurait

$$\frac{w^2}{2g} = \left(p_1 - p_2\right)\frac{1}{\varpi}$$

$$\frac{w'^2}{2g} = \left(p_1 - p_2\right)\frac{1}{\varpi'}$$

et par suite $$\frac{w^2}{w'^2} = \frac{\varpi'}{\varpi}.$$

On verrait de même que, à densités égales, la vitesse ou le débit en volume est en raison directe de la racine carrée des pressions effectives

$$\frac{w^2}{w'^2} = \frac{p_1 - p_2}{p'_1 - p'_2}.$$

Pour avoir la même vitesse ou le même débit en volume dans des fluides différents, il faut que les pressions effectives soient proportionnelles aux densités.

Si l'on veut $$w = w'$$

il faut $$\frac{w^2}{2g} = \frac{p_1 - p_2}{\varpi} \text{ et } \frac{w^2}{2g} = \frac{p'_1 - p'_2}{\varpi'}$$

et par suite $$\frac{p_1 - p_2}{p'_1 - p'_2} = \frac{\varpi}{\varpi'}.$$

Supposons maintenant un écoulement isotherme,

$$\int_{v_2}^{v_1} p dv = TR \int_{v_2}^{v_1} \frac{dv}{v} \quad \text{car } pv = RT.$$

Donc $$\int_{v_2}^{v_1} p dv = RTL \frac{v_1}{v_2} = RTL \frac{p_2}{p_1}.$$

Comme $$\frac{w^2}{2g} = R\left(T_1 - T_2\right) + \int_{v_2}^{v_1} p dv$$

et que $$T_1 = T_2$$

il reste $$\frac{w^2}{2g} = RTL \frac{p_2}{p_1}.$$

Pour avoir une idée de la vitesse des gaz, supposons que le rapport $\frac{p_2}{p_1}$ soit voisin de 2,7 et ait la valeur de $e$,

$$Le = 1$$

donc $\frac{w^2}{2g} = RT$, pour 27° C, T = 300, R = 30 et $g = 9,8088$.

On trouve que $w$ dépasse 400 mètres.

Pour un écoulement adiabatique on a vu que :

$$\int_{v_2}^{v_1} p dv = Ec \left(T_1 - T_2\right).$$

Donc notre équation devient

$$\frac{w^2}{2g} = \left(R + Ec\right) \left(T_1 - T_2\right).$$

Mais on sait que $E (C - c) = R$,
donc $R + Ec = EC$.

En substituant, nous arrivons à $\frac{w^2}{2g} = EC (T_1 - T_2)$.

**Utilisation des vapeurs dans les moteurs à gaz.** — Au lieu de mélanger les gaz explosifs avec l'air pour les faire travailler dans le cylindre, on peut leur substituer des vapeurs de liquides, telles que leur mélange avec l'air soit susceptible de détonner.

Dans la pratique on considère la vapeur comme un gaz. Cela est loin d'être rigoureux. Tout d'abord la volatilisation du liquide absorbe de la chaleur, soit qu'on la lui fournisse au moyen des gaz perdus, soit qu'on le chauffe au moyen d'un foyer spécial.

Appelons $u$ le volume de l'unité de poids du liquide,

— $w$ le volume de l'unité de poids de vapeur sous une pression égale à sa tension maxima $p$ à la température T.

Appelons L la chaleur latente de vaporisation

$$L = \frac{T}{E} \left(w - u\right) \frac{dp}{dT}.$$

Les valeurs de $\frac{dp}{dT}$ sont données par une fonction $f(p,T) = 0$ qui est empirique et résulte des observations faites par les physiciens.

On sait que

$$dU = EdQ - d\mathcal{T}.$$

$$dS = \frac{dQ}{T}.$$

Nous appellerons $x$ la masse d'un volume $v$ qui passe à l'état de vapeur, à la température $t$.

$t$ et $p$ seront des variables liées par la relation

$$f(p,t) = 0,$$

on a aussi $$v = u\,(1 - x) + wx.$$

Pour une variation $dt$ entraînant la variation $dx$, il faut volatiliser $dx$, ce qui nécessite une chaleur $Ldx$, puis il faut chauffer la masse $1 - x$ de liquide et la masse $x$ de vapeur.

Posons $m$ = chaleur spécifique du liquide à $t°$,

$m'$ = quantité de chaleur à fournir à l'unité de poids de vapeur pour élever sa température de $dt$ en la maintenant saturée, la pression croissant de $dp$.

$$dQ = \left[m\,(1 - x) + m'x\right] dt + Ldx,$$

mais on a $$d\mathcal{T} = pdv = p\,\frac{\partial v}{\partial t}\,dt + p\,\frac{\partial v}{\partial x}\,dx.$$

Remarquons que $u$ et $w$ ne sont fonctions que de la température. Donc :

$$\frac{\partial v}{\partial t} = \left(1 - x\right)\frac{\partial u}{\partial t} + x\,\frac{\partial w}{\partial t}$$

$$\frac{\partial v}{\partial x} = w - u$$

par suite :

$$d\mathcal{T} = p\left[\left(1 - x\right)\frac{\partial u}{\partial t} + x\,\frac{\partial w}{\partial t}\right] dt + p\left(w - u\right)dx.$$

Donc on a

$$dU = \left\{ E\left[ m\left(1 - x\right) + m'x \right] - p\left[ \left(1 - x\right) \frac{\partial u}{\partial t} + x \frac{\partial w}{\partial t} \right] \right\} dt$$
$$+ \left[ EL - p\left(w - u\right) \right] dx$$

$$dS = \frac{m(1 - x) + m'x}{T} dt + \frac{L}{T} dx,$$

ce qui est de forme $dU = Adt + Bdx$

$$dS = A'dt + B'dx\,;$$

pour pouvoir intégrer il faut

$$\frac{\partial A}{\partial x} = \frac{\partial B}{\partial t}$$

et

$$\frac{\partial A'}{\partial x} = \frac{\partial B'}{\partial t}.$$

Ces conditions, en effectuant les calculs, se réduiront à :

$$E\left(\frac{dL}{dt} + m - m'\right) = \left(w - u\right) \frac{dp}{dt}$$

$$m' - m = \frac{dL}{dt} - \frac{L}{T}.$$

C'est en éliminant $\frac{dL}{dt}$ entre ces deux dernières équations, qu'on arrive à la formule :

$$L = \frac{T}{E}\left(w - u\right) \frac{dp}{dt}.$$

Pour la vapeur d'eau la fonction $f(p, t)$ a été donnée par Regnault. Du reste ce cas ne nous intéresse pas pour les moteurs à explosion. Disons toutefois que la valeur de $m'$ est négative et décroît en valeur absolue quand la température s'élève.

Pour la benzine $m'$ est négatif à basse température, s'an-

nule et devient positif quand la température s'élève ; ce coefficient croît assez régulièrement.

Pour l'éther $m'$ est positif et croissant.

Il est intéressant de savoir à quelle température $m$ s'annule pour les liquides qui présentent cette *température d'inversion.*

M. Dupré, à l'aide des formules précédentes, a trouvé :

| *Corps.* | *Température d'inversion.* |
|---|---|
| Chloroforme | 121° |
| Benzine | 118° |
| Chlorure de carbone | 127° |
| Acétone | 200° |
| Alcool | 135° |
| Eau (extrapolation exagérée) | 520° |
| Ether — — | 116° |

Pour résumer la question nous citerons une page extraite de la Physique de M. Jamin :

« Considérons, pour simplifier, une vapeur assimilable à un gaz parfait. Quand son volume diminue d'une fraction égale à $\frac{\alpha}{1+\alpha t}$ ou $\frac{1}{T}$, une quantité de chaleur $C - c$ devient disponible. Pour une compression $\frac{1}{p}\frac{dp}{dt}$, la chaleur dégagée par la compression sera :

$$\left(C - c\right)\frac{T}{p}\frac{dp}{dt}.$$

« Pour une même vapeur le produit $\frac{T}{p}\frac{dp}{dt}$ diminue quand
« la température s'élève, comme on peut le voir par les tables
« de Zeuner. Donc la chaleur de compression diminue et $m'$
« augmente ; il se rapproche de zéro s'il est négatif (eau),
« s'en éloigne s'il est positif (éther).....

« Quand $m'$ est négatif pour une vapeur, on fournit, en la
« comprimant, plus de chaleur qu'il n'est nécessaire pour la
« maintenir saturée, c'est-à-dire pour élever sa température

« au point où la force élastique maximum serait égale à la « nouvelle pression. Une telle vapeur se trouve donc sur« chauffée quand on la comprime ; inversement, elle devra se « saturer et en partie se condenser par la détente. Quand, au « contraire, $m'$ est positif, la compression dégage trop peu « de chaleur pour maintenir la vapeur saturée ; elle se con« dense en partie par la compression, et non par la détente.

« C'est ce que M. Hirn a constaté par des expériences « directes. En obligeant la vapeur d'eau à se détendre dans « un cylindre fermé par des glaces de verre, il a vu un « nuage abondant se produire dès qu'on augmentait l'espace « affecté à la vapeur. Il a vérifié aussi que de la vapeur, « parfaitement transparente sous la pression de cinq atmos« phères, devient complètement opaque dès qu'on ouvre « un robinet de décharge qui permet à la vapeur de se « détendre rapidement en refoulant l'air atmosphérique. « M. Hirn a constaté sur la vapeur d'éther le phénomène « inverse. Elle se condense en partie quand on la comprime « rapidement. Plus récemment, M. Cazin a répété en les « perfectionnant les expériences de M. Hirn, et il a pu cons« tater directement pour divers liquides l'existence d'une « température d'inversion au-dessus de laquelle un brouil« lard se produit toujours par la compression, tandis qu'il « ne s'en produit pas au-dessus. »

## IV. — Inexactitudes de la théorie

**Impossibilité d'opérer sur des gaz parfaits.** — Dans tout ce qui précède nous avons supposé que nous étions en présence de gaz parfaits. Nous savons, par ce que nous avons dit plus haut, que la chose est impossible. Aussi devons-nous mentionner les causes principales susceptibles de venir infirmer la théorie.

Dès le début nous avons établi la relation

$$pv = p_0 v_0 (1 + \alpha t)$$

dans laquelle $p$ et $v$ représentent la pression et le volume d'un fluide qui à l'état initial et à la température 0° ont les valeurs $p_0$ et $v_0$.

$t$ est la température à l'instant considéré, et $\alpha$ le coefficient de dilatation.

Nous avons admis que $\alpha$ est une constante. C'est là une erreur matérielle absolue.

Tout d'abord, $\alpha$ n'est pas le même pour tous les gaz.

En opérant entre 0° et 100° Regnault a trouvé les chiffres suivants pour la dilatation :

| | Sous volume constant. | A pression constante d'une atmosphère. |
|---|---|---|
| Hydrogène | 0,3667 | 0,3661 |
| Air | 0,3665 | 0,3670 |
| Azote | 0,3668 | » |
| Oxyde de carbone | 0,3667 | 0,3669 |
| Acide carbonique | 0,3688 | 0,3710 |
| Protoxyde d'azote | 0,3676 | 0,3719 |
| Acide sulfureux | 0,3845 | 0,3903 |
| Cyanogène | 0,3829 | 0,3877 |

On voit que $\alpha$, à pression constante, diffère pour l'hydrogène et l'acide sulfureux, d'environ 7 p. 100.

Les chiffres donnés représentent 100 $\alpha$.

Lorsque l'on opère sur un même gaz, le coefficient de dilatation n'est pas le même, suivant la pression supportée.

Ainsi, pour l'air, Regnault a trouvé que si l'on fait varier la pression initiale (à 0°) de 110 à 3655 millimètres de mercure, $\alpha$ à volume constant varie de 0,0036482 à 0,0037091.

A pression constante, le même savant a obtenu

| | | |
|---|---|---|
| Pour l'hydrogène | à 760mm | $\alpha = 0,0036613$ |
| | à 2545 | $\alpha = 0,0036616$ |
| Air | à 760 | $\alpha = 0,0036706$ |
| | à 2525 | $\alpha = 0,0036944$ |
| | à 2620 | $\alpha = 0,0036964$ |

| | | |
|---|---|---|
| Acide carbonique. . | à 760 | $\alpha = 0{,}0037099$ |
| | à 2 520 | $\alpha = 0{,}0038455$ |
| Acide sulfureux . . | à 760 | $\alpha = 0{,}003903$ |
| | à 980 | $\alpha = 0{,}003980$ |

Le coefficient de dilatation varie dans le même sens que la pression.

A la suite des expériences de MM. Mallard et Lechatelier, Berthelot et Vieille, il a été établi que $c$ (chaleur spécifique à volume constant) est susceptible de varier. MM. Mallard et Lechatelier résument ainsi leurs expériences relatives aux chaleurs spécifiques à volume constant :

« Les chaleurs spécifiques moléculaires des gaz parfaits, « qui sont égales entre elles aux températures ordinaires, le « sont encore aux températures élevées.

« Ces chaleurs spécifiques augmentent avec la tempéra- « ture.

« Les chaleurs spécifiques des gaz facilement liquéfiables « augmentent, avec la température, plus rapidement que « pour les gaz parfaits. »

On peut poser :

$$c = a + bt.$$

$a$ et $b$ étant des coefficients numériques et $t$ la température.

Voici quelques valeurs de ces coefficients :

| GAZ | $a$ | $b$ |
|---|---|---|
| Oxygène | 4,8 | 0,0006 |
| Hydrogène | 4,8 | 0,0006 |
| Azote | 4,8 | 0,0006 |
| Acide carbonique | 6,26 | 0,00367 |
| Air | 4,8 | 0,0006 |
| Vapeur d'eau | 5,61 | 0,00328 |

Il est évident que si $c$ est fonction de $t$, les formules plus haut établies sont entachées d'incorrection.

**Formules de van der Waals et de Clausius.** — Comme nous

l'avons dit plus haut, les gaz sont supposés formés d'un certain nombre de particules, animées de mouvements de vibration, de rotation ou de translation, et se déplaçant les unes par rapport aux autres dans toutes les directions.

Les particules étant supposées irréductibles, leur volume ne peut varier, aussi les variations de volume des gaz doivent-elles être rapportées à l'espace existant entre les molécules. Si nous appelons V l'espace occupé par le gaz, et $v$ le volume total des particules ou *covolume*, nos théorèmes s'appliqueront à la quantité $V - v$.

Quant à la pression, elle comportera, outre la pression extérieure, ce que l'on a appelé la *pression intérieure* qui doit tendre vers zéro quand le volume croît indéfiniment. Aussi M. Van der Waals a été amené à la désigner par $\frac{c}{V^2}$. La formule $pv = RT$ devient :

$$\left(P + \frac{c}{V^2}\right)\left(V - v\right) = RT.$$

Clausius a proposé la relation :

$$\left[P + \frac{c}{T(V + \beta)^2}\right](V - v) = RT.$$

En se servant des expériences d'Andrews sur la compression de l'acide carbonique, Van der Waals a trouvé, en prenant la pression atmosphérique pour unité de pression, et en choisissant pour unité de volume le volume du gaz à 0°C., sous l'unité de pression :

$$R = 0{,}003686$$
$$v = 0{,}0023$$
$$c = 0{,}00874$$

Avec les mêmes unités, l'interprétation des expériences d'Andrews donne à Clausius :

$$R = 0{,}003688$$
$$v = 0{,}000843$$
$$c = 2{,}0935$$
$$\beta = 0{,}000977.$$

Remarquons que la formule de Van der Waals estime le covolume aux $\frac{23}{10\,000}$ du volume initial, tandis que celle de Clausius permet de l'évaluer à $\frac{8.5}{10\,000}$. Le rapport des deux évaluations est de 3 à 1. Il s'agit toujours de l'acide carbonique, bien entendu.

En se servant de la formule de Clausius et des expériences faites par M. Amagat sur la compressibilité des gaz, M. Sarrau a calculé le covolume pour divers gaz, il a trouvé :

| | |
|---|---|
| Pour l'hydrogène | 0.000887 |
| — l'azote | 0.001359 |
| — l'oxygène | 0,000890 |
| — l'acide carbonique | 0.000866 |
| — l'éthylène | 0,000967. |

Toutes ces mesures et ces évaluations manquent encore un peu de précision. Mais on est sur une route nouvelle et le jour viendra bientôt où nos connaissances prendront une large extension dans cette direction.

**Point critique.** — La notion du point critique remonte aux expériences d'Andrews qui a étudié la compression de l'acide carbonique.

Il a remarqué qu'à la température de 13°,1 le volume diminue quand la pression augmente ; à 48,89 atmosphères le gaz se liquéfie, donnant un liquide d'abord très compressible, mais dont la compressibilité diminue au fur et à mesure que la pression augmente (fig. 13).

A 21°,5 la liquéfaction n'a lieu qu'à 61 atmosphères.

Au delà de 31° le phénomène est indécis, et à 48° il a complètement disparu ; seulement la courbe obtenue, en prenant les volumes pour abscisses et les pressions pour ordonnées, indique une contraction plus grande que celle prévue d'après la loi de Mariotte.

Si l'on avait étudié la compressibilité de l'acide carbo-

nique au-dessus de 100°, ce gaz eût été considéré comme permanent. Aujourd'hui cette notion des gaz permanents a disparu, puisque tous ont été liquéfiés.

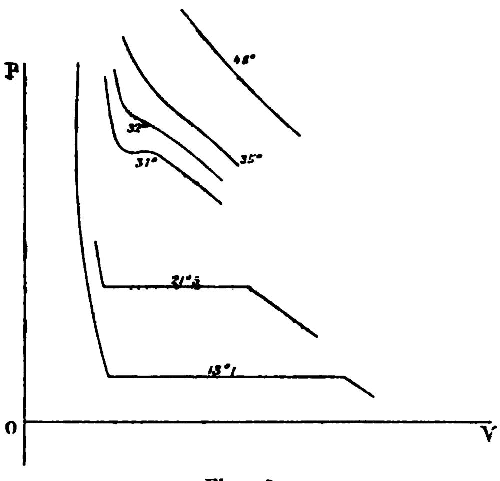



Fig. 13.

La liquéfaction sera possible au-dessous d'une certaine température, et impossible au-dessus. Cette température est dite *température critique.* Nous avons vu que :

$$\frac{L}{T} = \frac{1}{E} (w - u) \frac{dp}{dt}.$$

L désignant la chaleur latente de vaporisation, T la température absolue, E l'équivalent mécanique de la chaleur, $w$ le volume de l'unité de poids de vapeur à la tension maxima $p$, $u$ celui de l'unité de poids du liquide, $t$ étant la température observée.

$\frac{dp}{dt}$ croît rapidement, et $w - u$ diminue rapidement quand la température s'élève.

Pour que $L = 0$ il faut $w = u$. Alors la vaporisation n'est plus accompagnée d'aucun changement de volume. On arrive à la température critique.

Clausius a démontré qu'à ce moment la tangente à la courbe

$$\left(P + \frac{c}{T(V + \beta)^2}\right)(V - \nu) = RT$$

est horizontale. On a donc $\frac{dP}{dV} = 0$ et $\frac{d^2P}{dV^2} = 0$.

Ces trois expressions permettent de calculer $V_c$, $T_c$ et $P_c$, volume, température et pression au point critique.

$$T_c = \frac{1}{\alpha} + t_c.$$

Il ne faut user de ces formules qu'avec ménagement, car elles supposent des extrapolations trop hardies en raison du petit nombre d'observations recueillies. Néanmoins M. Sarrau a trouvé :

| *Gaz* | $t_c$ | $P_c$ | | $V_c$ |
|---|---|---|---|---|
| Hydrogène. . . . | — 174°,2 | 98,9 | atmosphères | 0,001801 |
| Azote . . . . . . | — 123°,8 | 42,1 | — | 0,004603 |
| Oxygène. . . . . | — 105°,4 | 48,7 | — | 0,004042 |
| Acide carbonique. | + 32°,0 | 77. | — | 0,004496 |
| Ethylène. . . . . | + 1°,5 | 43,5 | — | 0,006739 |

Le tableau suivant est relatif au point critique de quelques liquides.

| *Substances.* | *Température critique.* | *Pression critique.* | |
|---|---|---|---|
| Acide carbonique. . . . . | 32° | 77 | atmosphères. |
| Acétylène . . . . . . . . . | 37° | 68 | — |
| Ammoniaque . . . . . . . | 130° | 115 | — |
| Ether. . . . . . . . . . . . | 190° | 37 | — |
| Alcool méthylique . . . . . | 233° | 73 | — |
| Acétone. . . . . . . . . . | 233° | 52 | — |
| Alcool . . . . . . . . . . | 235° | 67 | — |
| Benzine. . . . . . . . . . | 290° | 60 | — |

**Échelle thermométrique.** — L'évaluation des températures au moyen de l'échelle thermométrique, telle qu'elle est définie, ne constitue qu'un moyen commode de comparer entre elles les températures des différents corps. M. Lucas,

ingénieur en chef des ponts et chaussées, a analysé le phénomène, et a proposé une solution de la question.

Pour que deux intervalles de température soient égaux, d'après M. Lucas, il faut et il suffit qu'ils donnent naissance à des coefficients économiques égaux dans l'évolution d'un corps suivant un cycle de Carnot.

Cette proposition a été légitimée par M. Lucas.

La définition suppose que le coefficient économique $\frac{Q-Q'}{Q}$ n'est fonction que de la différence $t - t'$ des températures. $\frac{Q-Q'}{Q} = F(t - t')$.

Considérons un gaz défini par $p$, $v$, $t$ et qui à 0° a le volume $V_0$ et la pression $P_0$. Soit U l'énergie interne et $m$ le coefficient de détente ; on a :

$$(m - 1)\,U = pv = p_0 v_0 \varphi(t)$$

$\varphi$ est une fonction inconnue de $t$, assujettie à devenir égale à l'unité à la température de la glace fondante.

Faisons évoluer le gaz suivant un cycle de Carnot, $v_1 v_2 v_3 v_4$ étant les volumes successifs aux quatre sommets. On a établi que :

$$Q = \frac{1}{E}\int_{v_1}^{v_2} p\,dv = A p_0 v_0 \varphi(\ )\,L\frac{v^2}{v_1}$$

$$Q' = \frac{1}{E}\int_{v_3}^{v_4} p\,dv = A p_0 v_0 \varphi\ t')\,L\frac{v_3}{v_4}$$

On sait que $v_1 v_3 = v_2 v_4$ donc $\frac{v_2}{v_1} = \frac{v_3}{v_4}$.

par suite $\frac{Q}{Q'} = \frac{\varphi(t)}{\varphi(t')}$

et aussi $\frac{Q-Q'}{Q} = 1 - \frac{\varphi(t')}{\varphi t} = F\left(t - t'\right)$

puisque $\frac{Q-Q'}{Q} = F\left(t - t'\right)$

Le rapport $\frac{\varphi(t')}{\varphi(t)}$ ne doit dépendre que de $t - t'$, quelles que soient les températures.

Cette condition détermine $\varphi$. En conservant la température de la glace fondante pour le zéro de l'échelle, on a :

$$\varphi(t) = e^{\beta t}$$

$e$ étant la base des logarithmes népériens et $\beta$ un paramètre numérique.

On en déduit :

$$\frac{Q - Q'}{Q} = \frac{e^{\beta t} - e^{\beta t'}}{e^{\beta t}} = 1 - \frac{1}{e^{\beta(t - t')}}$$

et le coefficient de perte :

$$\frac{Q'}{Q} = \frac{1}{e^{\beta(t - t')}} = \frac{e^{\beta t'}}{e^{\beta t}}$$

Si $\theta$ est la température observée avec le thermomètre ordinaire, on voit que :

$$T = \frac{1}{\alpha} + \theta \qquad T' = \frac{1}{\alpha} + \theta'$$

$$\frac{Q'}{Q} = \frac{T'}{T} = \frac{1 + \alpha\theta'}{1 + \alpha\theta}$$

et par suite $$\frac{Q'}{Q} = \frac{e^{\beta t'}}{e^{\beta t}} = \frac{T'}{T} = \frac{1 + \alpha\theta'}{1 + \alpha\theta}.$$

Comme $t$ et $\theta$ sont nuls tous deux à la température de la glace fondante,

on a $$e^{\beta t} = 1 + \alpha\theta,$$

ou en logarithmes vulgaires :

$$t = \frac{\log(1 + \alpha\theta)}{\beta \log e} = \frac{\log \alpha T}{\beta \log e}.$$

Pour déterminer $\beta$ on rendra l'échelle centigrade en appelant 100 la température de l'eau bouillante :

$$e^{100\beta} = 1 + 100\,\alpha$$

$$\beta = \frac{\log(1 + 100\,\alpha)}{100 \log e}$$

Or on a
$$\beta = 0{,}00313$$
$$\beta \log e = 0{,}001355362.$$

et
$$t = \frac{\log(1 + \alpha\theta)}{0{,}001355362}.$$

Voici un tableau de corrélation entre les températures $t$ et $\theta$.

| Echelle de M. Lucas. ($t$) | Echelle centigrade Celsius. ($\theta$) |
|---|---|
| — ∞ | — 273° |
| — 422,65 | — 200 |
| — 146,16 | — 100 |
| — 50,76 | — 40 |
| — 11,95 | — 10 |
| 0° | 0° |
| + 11,53 | + 10 |
| + 53,90 | + 50 |
| + 100 | + 100 |
| + 175,38 | + 200 |
| + 493,33 | + 1.000 |

Quant à la formule
$$pv = p_0 v_0 (1 + \alpha t)$$
elle devient
$$pv = p_0 v_0 e^{\beta t}$$

L'équation pourra s'écrire, M étant un coefficient convenablement choisi :
$$pv = \mathrm{M} e^{\beta t}.$$

Pour une courbe isotherme $t$ est constant, donc $\mathrm{M}e^{\beta t}$ est une constante, et on a toujours l'hyperbole :
$$pv = \text{constante}.$$

Pour une courbe adiabatique dont l'équation différentielle reste :
$$cvdp + \mathrm{C}pdv = 0$$

on a toujours $$pv^{\gamma} = p_1 v_1^{\gamma}.$$

Mais si on a

$$pv = Me^{\beta t} \text{ et } p_1 v_1 = Me^{\beta t}$$

il en découle les relations :

$$\left(\frac{v_1}{v}\right)^{\gamma - 1} = \frac{e^{\beta t}}{e^{\beta t_1}}$$

et $$\left(\frac{p}{p_1}\right)^{\frac{\gamma - 1}{\gamma}} = \frac{e^{\beta t}}{e^{\beta t_1}}$$

Dans le cycle de Carnot où le travail $p_1 v_1 \, L \frac{p_1}{p_2}$ correspond à $Q_1 = \frac{1}{E}$ RT $L \frac{p_1}{p_2}$ il correspondra à $Q_1 = \frac{1}{E} Me^{\beta t_1} \, L \frac{p_1}{p_2}$.

De même $Q_2$ deviendra

$$\frac{1}{E} Me^{\beta t_2} \, L \frac{p_4}{p_3}.$$

Nous avons vu que :

$$\frac{e^{\beta t_1} - e^{\beta t_3}}{e^{\beta t_1}}$$

représentait le coefficient économique et $\frac{e^{\beta t_2}}{e^{\beta t_1}}$ le coefficient de perte.

Si nous reprenons $$C = c + l \frac{\partial v}{\partial t}$$

$$h = l \frac{\partial v}{\partial p}$$

$$\lambda = l + c \frac{\partial t}{\partial v}$$

$$k = c \frac{\partial t}{\partial h}.$$

Avec $$pv = Me^{\beta}$$

dont la différentielle donne :

$$pdv + vdp = \beta Me^{\beta t} \, dt = \beta pvdt.$$

On tire : $$\frac{\partial v}{\partial t} = \beta v \quad \frac{\partial t}{\partial v} = \frac{1}{\beta v}$$
$$\frac{\partial v}{\partial p} = -\frac{v}{p}$$

et enfin $$\frac{\partial p}{\partial t} = \beta p \quad \text{avec} \quad \frac{\partial t}{\partial p} = \frac{1}{\beta p}.$$

Par suite on a : $$C = c + l\beta v$$
$$h = -l\frac{v}{p}$$
$$\lambda = l + \frac{c}{\beta v}$$
$$k = \frac{c}{\beta p}$$

et enfin : $$l = \frac{C - c}{\beta v}$$
$$h = -\frac{C - c}{\beta p}.$$
$$\lambda = \frac{C}{\beta v}$$
$$k = \frac{c}{\beta p}.$$

La fonction $$dQ = cdt + ldv$$

qu'on peut écrire :
$$dQ = c\left(\frac{\partial t}{\partial v}dv + \frac{\partial t}{\partial p}dp\right) + ldv$$

devient : $$dQ = \frac{1}{\beta}\left(\frac{cdp}{p} + \frac{Cdv}{v}\right)$$

L'entropie sera : $$\int \frac{dQ}{t} = S$$

et on aura $$\int_{t_1}^{t} \frac{dQ}{t} = \frac{c}{\beta}\int_{p_1}^{p}\frac{dp}{p} + \frac{C}{\beta}\int_{v_1}^{v}\frac{dv}{v}$$

c'est-à-dire $$S - S_1 = \frac{c}{\beta}L\frac{p}{p_1} + \frac{C}{\beta}L\frac{v}{v_1}.$$

expression qui ne diffère du cas ordinaire que par le coefficient $\frac{1}{\beta}$.

En résumé, la nouvelle conception du problème des températures n'introduit aucune perturbation dans l'étude que nous avons faite. Elle n'en altère pas la signification, mais en modifie légèrement les coefficients. Aussi garderons-nous les diagrammes ordinaires, et allons-nous entamer l'étude des divers types de moteurs à explosion.

---

# CHAPITRE II

## ÉTUDE THÉORIQUE DES MOTEURS

Application aux moteurs des principes de la thermodynamique. — Nature du travail. — Admission à la pression atmosphérique. — Calcul des éléments du cycle. — Coefficient économique et rendement. — Représentation entropique du cycle. — Représentation du travail. — Admission d'un mélange comprimé. — Machines à quatre temps. — Moteurs à temps multiples. — Moteurs à dépression. — Moteurs à quatre temps sans espace nuisible. — Moteurs dits Compound. — Moteurs rotatifs. — Turbo-moteurs.

# CHAPITRE II

## ÉTUDE THÉORIQUE DES MOTEURS

---

**Application aux moteurs des principes de la thermodynamique.** — Après avoir établi, dans le chapitre qui précède, les principales formules de la thermodynamique, nous allons voir à les appliquer à l'étude des moteurs à explosion.

Nous en avons dit assez, au début de ce travail, pour faire comprendre, dès à présent, la façon dont les choses se passent. Un gaz combustible, mélangé avec de l'air, est admis dans un cylindre, soit à l'état comprimé, soit à la pression normale, quelquefois dans le but d'y subir une compression. A un moment déterminé, le mélange détonne (c'est le cas qui nous occupe), sa température augmente et son volume subit une augmentation considérable. Le piston se déplace sous l'influence de la force élastique engendrée, puis les produits sont éliminés pour qu'une nouvelle phase puisse se produire.

On peut se demander si la modification chimique qui intervient dans le cylindre ne crée pas une difficulté pour l'application des calculs relatifs aux cycles fermés que nous avons examinés. Mais il n'en est rien. La quantité de chaleur dégagée lors de l'explosion provient de la transformation constitutionnelle des gaz. Elle a été introduite dans le cylindre sous forme d'énergie interne, et M. Aimé Witz dit en parlant du mélange tonnant : « On utilise sa chaleur de

« combustion pour élever, dans le cylindre même, la tempé-
« rature d'un mélange complexe de gaz, dont la composi-
« tion importe peu à la transformation du calorique en tra-
« vail. Le moteur à gaz tonnant est une machine à air chaud
« dont le foyer est intérieur. Par le fait de la combustion,
« des combinaisons surviennent qui actualisent l'énergie
« potentielle du mélange des gaz combustibles et combu-
« rant; mais la masse de fluide mise en œuvre reste iden-
« tique, sa chaleur spécifique ne subit qu'une variation
« insensible, et la condensation n'atteint pas $\frac{5}{100}$ du volume
« primitif. En somme, on peut donc admettre qu'il ne se
« produit dans l'explosion... qu'une variation de tempéra-
« ture, de volume et de pression; le moteur à gaz appar-
« tient par conséquent à la famille des moteurs à air chaud,
« auxquels on a appliqué si heureusement les théories de la
« thermodynamique. »

En étudiant les cycles des moteurs à explosion nous nous placerons tout d'abord dans des conditions idéales, et nous supposerons :

1° Que nous avons affaire à des gaz parfaits;

2° Que les parois de l'enceinte sont sans influence sur la marche des phénomènes, qu'elles n'absorbent ni ne cèdent de chaleur ;

3° Que le phénomène d'explosion est absolument instantané.

Il est évident que ces hypothèses sont irréalisables, mais en les adoptant nous pourrons obtenir une sorte de vue d'ensemble que nous verrons plus tard à mettre au point et, en tout état de cause, ces *a priori* nous permettront une première comparaison des moteurs entre eux.

Nous étudierons successivement les moteurs à deux temps, les moteurs à quatre temps, les moteurs à phases complexes, les moteurs Compound et les moteurs rotatifs.

**Nature du travail.** — Supposant le mélange fait en dehors du cylindre, il peut être admis, soit à la pression atmosphérique par une simple aspiration, soit à l'état comprimé pendant une portion de la course. Au moment où cesse l'admission, la détonation se produisant, la pression et la température augmentent brusquement. Le piston est poussé en avant, sous l'action de la détente, jusqu'à fond de course. A ce moment l'exhaustion commence, le piston revient en arrière et expulse les produits de la combinaison. On ferme alors l'exhaustion, on ouvre l'admission et la phase suivante commence.

Le cycle est terminé après deux oscillations du piston, c'est-à-dire après une course complète.

Au point de vue qui nous occupe, il nous importe peu de savoir si le mélange a été fait hors du cylindre, ou s'il a été fait ou complété dans le cylindre, pourvu que les admissions aient lieu *à la même pression*. Il est évident du reste que des admissions fractionnées pourraient avoir lieu à des pressions variables mais croissantes. Il serait facile de tenir compte de ces inégalités, mais elles compliqueraient nos calculs sans utilité.

**Admission à la pression atmosphérique.** — Prenant pour coordonnées les volumes (abscisses) et les pressions (ordonnées) voyons à représenter le phénomène et prenons d'abord le cas de l'admission à la pression atmosphérique (fig. 14).

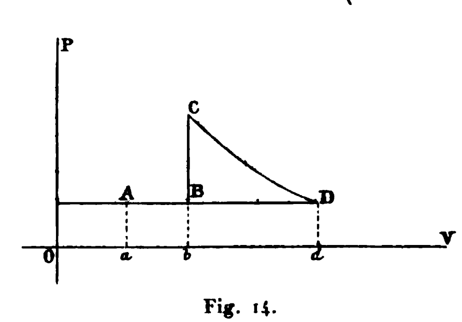


Fig. 14.

Si O*a* représente le volume de l'*espace nuisible*, c'est-à-dire de l'espace qui reste sous le piston lorsque celui-ci est à

fond de course, et si nous prenons A$a$ égal à la pression atmosphérique, l'admission sera représentée par la ligne AB parallèle à l'axe des V lorsque le piston se déplacera de $ab$. Dans ce cas O$a$ sera la longueur du cylindre de même section que le cylindre moteur, et ayant le volume de l'espace nuisible.

A ce moment la détonation se produit *à volume constant*, puisque nous la supposons *instantanée*. La pression $b$B devient $b$C. Alors commence la période de détente qui sera *adiabatique* si les parois ne peuvent ni emprunter ni céder de la chaleur.

Le piston étant à bout de course en $d$, l'exhaustion se fait et le piston revient en arrière la pression restant D$d$ égale à la pression atmosphérique. De A en B le piston a été poussé par la pression atmosphérique. De B en A, au retour, il doit vaincre la même pression. Donc le travail engendré est proportionnel à l'aire BCD.

Nous supposerons la section du cylindre égale à l'unité. O$a$, O$b$, O$d$ représenteront dès lors des volumes.

De plus, nous supposons que la détente soit poussée jusqu'à la pression atmosphérique.

Posons O$a = u$ volume de l'espace nuisible;
— $ab = w$ volume du mélange tonnant admis;
— $ad = \lambda$ course du piston.

Tout d'abord il existe un résidu de gaz de volume $u$ occupant l'espace O$a$.

Il est à la température $T_f$ et à la pression $P_1$ (pression atmosphérique).

On admet un volume $w$ de mélange tonnant à la température $T_i$. En se mélangeant aux gaz résiduels les gaz introduits prennent une température T. Remarquons que cette température est variable durant le déplacement du piston de $a$ en $b$. Appelons $T_1$ cette température quand le piston est en $b$. Alors se produit l'explosion *instantanée*. Le volume

n'a pas eu le temps de varier et il a pour valeur $u + w$. La pression devient $P_2$ et la température $T_2$.

Après la détente, en D, le volume est devenu $u + \lambda$.

D'après notre hypothèse, en D, la pression est devenue $P_1$ et la température sera $T_f$.

Quand le piston revient de $d$ en $a$, la pression ne change pas ; il y a expulsion et la température reste constante.

**Calcul des éléments du cycle.** — Reprenons les phases de ce cycle.

Le volume initial $u$ est à la densité $\delta$, à la température $T_f$ et à la pression $P_1$. Au bout d'un certain temps on a introduit un volume $v$ de densité $d$ et de pression $P_1$. Si $\delta_0$ et $d_0$ représentent les densités à 0°, on sait que $\delta = \frac{\delta_0}{\alpha T_f}$ et $d = \frac{d_0}{\alpha T_i}$

Donc $\frac{u\delta_0}{\alpha T_f} + \frac{v\,d_0}{\alpha T_i}$ représente le poids de gaz occupant l'espace sous le piston. Ce poids correspond au volume à 0° $\frac{u}{\alpha T_f} + \frac{v}{\alpha T_i}$, mélange qui, à la température T, remplit l'espace $u + v$.

Donc
$$\left(\frac{u}{\alpha T_f} + \frac{v}{\alpha T_i}\right)\alpha T = u + v$$

ou
$$\frac{u}{T_f} + \frac{v}{T} = \frac{u + v}{T}$$

relation qui donne T en fonction de $v$.

Quand $v = w$ on a $T = T_1$ et par suite

$$\frac{u}{T_f} + \frac{w}{T_i} = \frac{u + w}{T_1}$$

Si l'espace nuisible est nul $T_i = T_1$.

Au moment de l'explosion le volume $u + w$ de gaz est à la température $T_1$. Ce volume se compose d'une portion inerte $u$ résidu de la phase précédente et d'une partie active $w$ introduite sur le piston.

L'explosion ayant lieu, une certaine quantité de chaleur

est dégagée et échauffe non seulement les produits de l'explosion mais aussi les matières résiduelles qui occupaient l'espace $u$. Soit $T_2$ la température obtenue et que nous apprendrons plus tard à calculer. Le volume n'ayant pas varié, c'est la pression qui a augmenté.

La pression $P_1$ peut être ramenée à $\frac{P_1}{\alpha T_1}$ pour 0° centigrade, et pour la température $T_2$ elle devient $\frac{P_1}{\alpha T_1}\alpha T_2$.

Donc : $P_2 = P_1 \frac{T_2}{T_1}$.

De C en D la détente est adiabatique. Nous avons vu que pour l'unité de poids, on avait $pv^\gamma =$ constante. Il est évident que cette équation est générale, car l'unité de poids ne diffère d'un poids quelconque que par une constante, et l'équation $pv^\gamma = p_0 v_0{}^\gamma$ peut s'appliquer dans tous les cas.

Donc pour un point de CD on aura

$$Pv^\gamma = P_2(u + w)^\gamma .$$

Quant au travail correspondant il est pour l'unité de poids :

$$\mathcal{T} = \frac{R}{1 - \gamma}(T - T_2)$$

On a en même temps $pv = RT$.

Si on a $n$ fois l'unité de poids, on aura pour la même pression $V = nv$, et par suite

$$pV = R_1 T.$$

La constante sera $R_1 = nR$.

Donc le travail aura pour valeur :

$$\mathcal{T} = \frac{R_1}{1 - \gamma}(T - T_2)$$

Comme $$p = \frac{R_1 T}{V}$$

en portant dans $$pV^\gamma = P_2(u + w)^\gamma$$

il vient $$T = \frac{P_2}{R_1} \frac{(u + w)^\gamma}{V^{\gamma - 1}}.$$

Pour le point D, V devient $u + \lambda$, et nous avons appelé T la température.

Par suite $T_f = \frac{P_2}{R_1} \frac{(u + w)^\gamma}{(u + \lambda)^{\gamma - 1}}.$

Sans oublier que $u$, $w$ et $\lambda$ sont liés par la relation

$$P_2(u + w)^\gamma = P_1(u + \lambda)^\gamma$$

Donc $$\frac{P_2(u + w)^\gamma}{(u + \lambda)^{\gamma - 1}} = P_1(u + \lambda)$$

On a définitivement $T_f = \frac{P_1}{R_1}(u + \lambda)$.

Sans oublier que $u$ et $\lambda$ ne sont pas arbitraires.

Du reste $$P_1(u + \lambda) = R_1 T_f$$
$$P_1(u + w) = R_1 T_1$$
$$P_2(u + w) = R_1 T_2$$

donc $$\frac{T_f}{T_1} = \frac{u + \lambda}{u + w}$$

Quant au travail il a pour expression

$$\mathcal{T} = \frac{R_1}{1 - \gamma}(T_2 - T_1)$$

Si l'on veut évaluer le travail total on voit qu'il est égal à

aire $b$CD$d$ — aire $b$BD$d$.

Donc $$\mathcal{T}' = \frac{R_1}{1 - \gamma}\left(T_2 - T_f\right) - \left(\lambda - w\right) P_1$$

ou d'après ce qu'on a vu

$$\mathcal{T}' = \frac{P_1}{1 - \gamma}\left(w - \lambda\right) - \left(\lambda - w\right) P_1$$

$$\mathcal{T}' = \frac{2 - \gamma}{1 - \gamma}\left(w - \lambda\right) P_1$$

**Coefficient économique et rendement.** — Quand un corps évolue suivant un cycle fermé, $Q_1$ étant la quantité de chaleur absorbée et $Q_2$ étant la quantité restituée, $\frac{Q_1 - Q_2}{Q_1}$ est le coefficient économique.

$Q_1$ chaleur cédée au moment de l'explosion se développe à volume constant.

Si $\varpi$ est le poids du gaz, la température passant de $T_1$ à $T_2$, on a :

$$Q_1 = \varpi\, c\, (T_2 - T_1)$$

Suivant l'adiabatique, les gaz passent de $T_2$ à $T_f$ sans perte ni gain de chaleur. La masse gazeuse évolue suivant C D A puis de A en B pour se retrouver à la température $T_1$ à pression constante. La quantité de chaleur correspondante est donc $\varpi\, C(T_f - T_1)$, et par suite le coefficient économique :

du cycle $$\rho = \frac{\varpi c\, (T_2 - T_1) - \varpi C\, (T_f - T_1)}{\varpi c\, (T_2 - T_1)}$$

comme $$\frac{C}{c} = \gamma$$

$$\rho = 1 - \gamma\, \frac{T_f - T_1}{T_2 - T_1}$$

Si le corps évoluait suivant le cycle de Carnot circonscrit, le coefficient économique serait en faisant bien attention aux notations :

$$r = \frac{T_2 - T_1}{T_2}$$

Le rapport $\frac{\rho}{r} = T_2 \left[\frac{c\,(T_2 - T_1) - C\,(T_f - T_1)}{c\,(T_2 - T_1)^2}\right]$ s'appellera le *rendement générique du cycle*, d'après M. Aimé Witz.

**Représentation entropique du cycle.** — Nous savons que l'entropie est donnée par la formule

$$S - S_1 = L\, \frac{p^c v^C}{p_1{}^c v_1{}^C}$$

dans laquelle $S_1$ désigne la valeur de l'entropie de l'unité de poids à la pression $p_1$ sous le volume $v_1$.

Considérons le cycle ABCD (fig. 14) et voyons ce qu'il devient avec la représentation entropique (fig. 15).

Soit A le point $P_1$ $T_1$ correspondant à l'entropie $S_1 = Oa$.

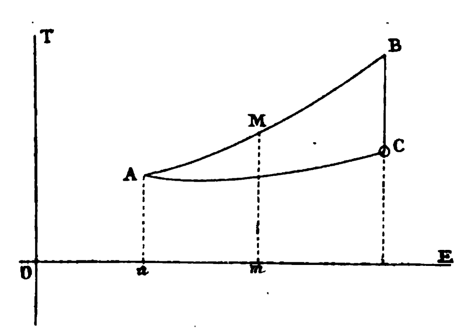



Fig. 15.

A la fin de l'explosion la pression est $P_2$ et la température $T_2$ et on a $P_2 = P_1 \frac{T_2}{T_1}$ .

Par suite $S - S_1$ devient $L \frac{T_2{}^c v^C}{T_1{}^c v_1{}^C}$ mais $v$ est constant pour cette transformation, donc l'expression se réduit à :

$$S - S_1 = cL \frac{T_2}{T_1}$$

On construira donc B très facilement. Remarquons que quand T varie de $T_1$ à $T_2$ le point M décrit une courbe logarithmique.

La transformation adiabatique suppose que S est constant ; pour cette portion du cycle on aura une droite parallèle à l'axe des T : BC, et au point C la température sera $T_f > T_1$ car $T_f = T_1 \frac{u + \lambda}{u + w}$ .

A partir de ce moment, la variation a lieu à pression constante.

Or $\frac{dQ}{T} = c \frac{dp}{p} + C \frac{dv}{v}$ se réduit à $\frac{dQ}{T} = C \frac{dv}{v}$

et par suite $$S - S_1 = C\,L\,\frac{v}{v_1}$$

comme on a $$P_1 v_1 = RT_1$$

et $$P_1 v = RT$$

il vient $$S - S_1 = C\,L\,\frac{T}{T_1}$$

Mais durant cette fraction de la phase, T reste égal à $T_f$. Donc l'entropie ne change pas. La représentation de cette variation est donc réduite au seul point C, puisqu'il n'y a variation ni de la température, ni de l'entropie ; et cela dure jusqu'à l'expulsion complète des gaz.

Ensuite, au moyen de l'introduction des gaz à la température T il y a refroidissement de $T_f$ à $T_1$.

Pour bien comprendre cette variation, supposons que le piston se trouve à la position correspondant au commencement de l'exhaustion, et que les gaz passent dans une poche de caoutchouc égale au volume du cylindre, en négligeant toujours l'influence des parois. Au fur et à mesure de l'expulsion, les gaz pénètrent dans la poche de caoutchouc que nous supposons *vide* au début. La pression sera toujours $P_1$ et la température $T_f$, par conséquent le volume total ne variera pas, puisque température et pression sont constantes. On voit donc que la variation de l'entropie sera nulle. Donc tout le phénomène d'expulsion sera représenté par S = const., droite parallèle à l'axe des T, et T = const. droite parallèle à l'axe des E, et réellement par leur intersection le point C.

L'admission comporte la substitution d'un poids de gaz égal à celui expulsé de $\lambda$ mais à la température $T_i$. Il y a donc en quelque sorte comme un refroidissement instantané de $T_f$ à $T_i$ pour le volume $\lambda$ qui prend le volume $w$, toujours à la pression $P_1$.

Il est vrai qu'aux gaz expulsés on substitue un mélange,

mais nous avons répondu aux objections pouvant provenir de ce chef.

Écrivons que le poids expulsé est égal au poids admis.

Il faut que l'on ait $\frac{\lambda}{w} = \frac{T_f}{T_i}$ ou $\frac{\lambda}{T_f} = \frac{w}{T_i}$.

Ajoutons $\frac{u}{T_f}$ aux deux membres, il vient :

$$\frac{u}{T_f} + \frac{w}{T_i} = \frac{\lambda + u}{T_f}$$

Mais au moment de l'explosion on a le volume $u + w$ à la température $T_1$ et l'on sait que

$$\frac{u}{T_f} + \frac{w}{T_i} = \frac{u + w}{T_1}$$

Donc il faut avoir

$$\frac{\lambda + u}{T_f} = \frac{u + w}{T_1}$$

ce qui correspond bien à un cycle fermé, puisque les gaz sont revenus à l'état initial.

Donc il y a perte de chaleur pour le volume $\lambda$ sous la pression constante $P_1$.

Enfin la masse, comprenant le volume $u$ à la température $T_f$ et le volume $w$ à la température $T_i$, se réchauffe à la température $T_1$ suivant la loi que nous avons établie plus haut. Cette variation ferme le cycle de C en A. Le point C qui représente la période d'expulsion est une *station entropique*.

Dans le cas où il n'y a pas d'espace nuisible $u = 0$. et alors $T_i = T_1$.

La ligne AD sera d'autant moins développée que l'espace nuisible sera plus petit.

Il est du reste évident que la valeur de $u$ détermine la position du point A.

Dans le cas ou $u = 0$, l'admission a lieu à la pression $P_1$ et à la température $T_1$ ; l'entropie ne varie pas. Le point A, pour la durée de l'admission, est donc une station entropique.

**Représentation du travail.** — Sur la figure 16 reprenons les axes des P et des V, ainsi que le diagramme de la figure 14. Nous prendrons pour abscisses les volumes engendrés et pour ordonnées le travail depuis l'origine.

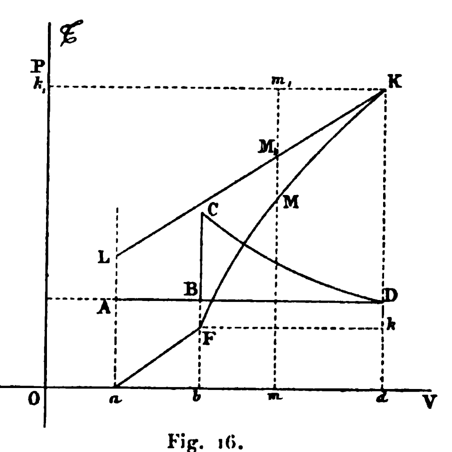


Fig. 16.

De A en B le travail pour l'unité de section du piston est égal à $P_1 \int dv$, $\int dv$ représentant le volume engendré. Donc la courbe des $\mathcal{T}$ sera une droite passant par $a$ et coupant quelque part la ligne C$b$ en un point F tel que F$b$ = $P_1 \times ab$; si $P_1 = 1$ F$b$ = $ab$.

A partir de ce moment le travail est développé par une évolution suivant une adiabatique. Il a pour expression $\mathcal{T} = \frac{p_0 v_0}{1-\gamma}\left(\frac{v^{1-\gamma}}{v_0^{1-\gamma}} - 1\right)$

Ici $p_0 = p_1$ et $v_0 = \omega$. En D, $v$ devient égal à $\lambda$.

Il est donc facile de tracer la courbe FK telle que K$k$ représente le travail de $b$ en $d$.

Le travail total, positif jusqu'à présent, est égal à K$d$.

Au delà, le travail est négatif, et à partir du point K il est représenté par une droite KL.

Si donc on veut savoir quel est le travail effectué pour une position $m$ du piston, on mènera l'ordonnée $mm_1$. A l'aller le travail effectué sera $m$M. Au retour il sera

$$mM_1 = mm_1 - m_1 M_1$$

c'est-à-dire qu'il sera la différence entre la totalité du travail moteur et la quantité de travail résistant déjà effectué.

**Admission d'un mélange comprimé.** — Dans ce cas la pression d'admission $P_1$ n'est plus la pression atmosphérique ; le volume admis sera toujours $w$. Après l'explosion, la pression devient $P_2$ pour le volume $u + w$, et la détente a lieu jusqu'à la pression atmosphérique. On a toujours

$$\frac{P_2}{P_1} = \frac{T_2}{T_1}$$

et on calculera $T_f$ comme dans le cas précédent.

On a : $$P_2 (u + w)^\gamma = P_a (u + \lambda)^\gamma.$$

$P_a$ désignant la pression finale que nous supposons égale à la pression atmosphérique. Cette expression détermine $w$ en fonction de $u$ et de $\lambda$.

De plus on a : $$P_2 (u + w) = R_1 T_2$$

$$P_a (u + \lambda) = R_1 T_f$$

Lorsque le piston revient en arrière, l'échappement a lieu. Nous supposerons que l'on coupe l'exhaustion en F, et qu'on provoque une recompression (fig. 17).

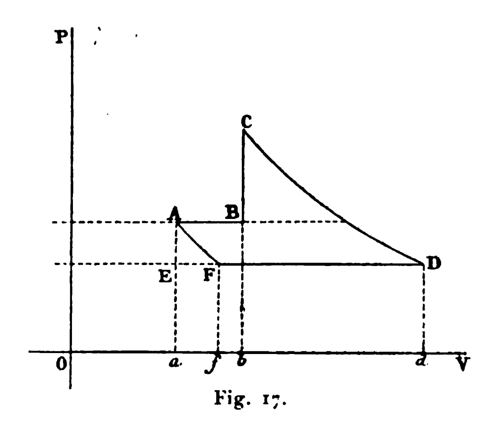


Fig. 17.

Si l'on désigne $af$ par $\mu$, il faut que le gaz occupant $u + \mu$ à la pression $P_a$ et à la température $T_f$ occupe l'espace $u$ à la pression $P_1$ et à la température $T'$. La compression est supposée adiabatique.

Donc

$$P_a (u + \mu)^\gamma = P_1 u^\gamma$$

cette équation détermine $\mu$.

D'autre part on sait que

$$P_a (u + \mu) = R_1 T_f$$

$$P_1 u = R_1 T'$$

d'où
$$\frac{T'}{T_f} = \frac{u}{u + \mu} \frac{P_1}{P_a}$$

Mais
$$\frac{P_1}{P_a} = \frac{(u + \mu)^\gamma}{u^\gamma}$$

Donc
$$\frac{T'}{T_f} = \left(\frac{u + \mu}{u}\right)^{\gamma - 1} \frac{P_1}{P_a}.$$

L'admission du mélange aura lieu à la température $T_i$, et sous le volume $w$. Le gaz ainsi introduit se mélangera avec le volume $u$ de température $T'$. La pression sera $P_1$ pour les deux éléments. On voit que les calculs seront conduits de la même façon que dans le cas précédent.

La chaleur dégagée sera aussi pour l'unité de poids

$$c (T_2 - T_1)$$

Quant à la chaleur absorbée, elle l'est suivant des lignes de pression constante et une adiabatique pour laquelle $dQ = 0$. On part de la température $T_f$ pour finir à la température $T_1$, donc elle a pour valeur :

$$C (T_f - T_1)$$

par suite
$$\rho = \frac{c (T_2 - T_1) - C (T_f - T_1)}{c (T_2 - T_1)}$$

Le cycle de Carnot circonscrit fonctionnerait entre les températures $T_1$ et $T_2$, car $T_2$ est la température maxima. De plus, $T_f < T'$ puisqu'il y a compression adiabatique.

L'admission a lieu à $T_i$, température généralement faible, et la température du mélange descend de $T'$ à $T_1$.

De même dans la pratique $T_f$ est supérieur à $T_1$

Le coefficient économique du cycle de Carnot circonscrit est

$$r = \frac{T_2 - T_1}{T_2}$$

et le rendement générique du cycle considéré

$$\frac{\rho}{r} = T_2 \left[ \frac{c\,(T_2 - T_1) - C\,(T_f - T_1)}{c\,(T_2 - T_1)^2} \right]$$

Remarquons que dans la déflagration d'un même poids de mélange gazeux de *composition constante*, le nombre de

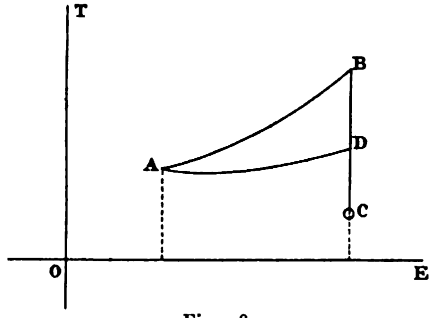



Fig. 18.

calories dégagées est le même, si nous admettons les extrapolations, en nous servant des coefficients connus. Donc le poids des résidus à échauffer étant le même, et ces résidus ayant même composition, $T_2 - T_1$ est une constante.

Donc le coefficient économique $\rho = \frac{c\,(T_2 - T_1) - C\,(T_f - T_1)}{c\,(T_2 - T_1)}$ sera maximum quand $T_f - T_1$ sera minimum.

Or $$P_a\,(u + \lambda) = R_1 T_f$$

$$P_1\,(u + w) = R_1 T_1$$

$$T_f - T_1 = \frac{P_a\,(u + \lambda) - P_1\,(u + w)}{R_1}$$

La valeur de $\rho$ augmentera quand celle de $T_f - T_1$ diminuera, ce qui aura lieu quand $P_1$ croîtra.

*La compression a pour effet d'augmenter le rendement.*

Au point de vue de la représentation entropique, reportons-nous à la figure 17, et partons du point B.

De B en C la variation de température et de pression a lieu à volume constant. La variation entropique sera représentée par une courbe analogue à celle du cas précédent. Ce sera AB (fig. 18). De C en D (fig. 17), pour une détente adiabatique, la courbe figurative se réduit à BC, droite parallèle à l'axe des T (fig. 18). La variation à pression et température constantes est figurée par une station entropique C et la compression par la droite CD.

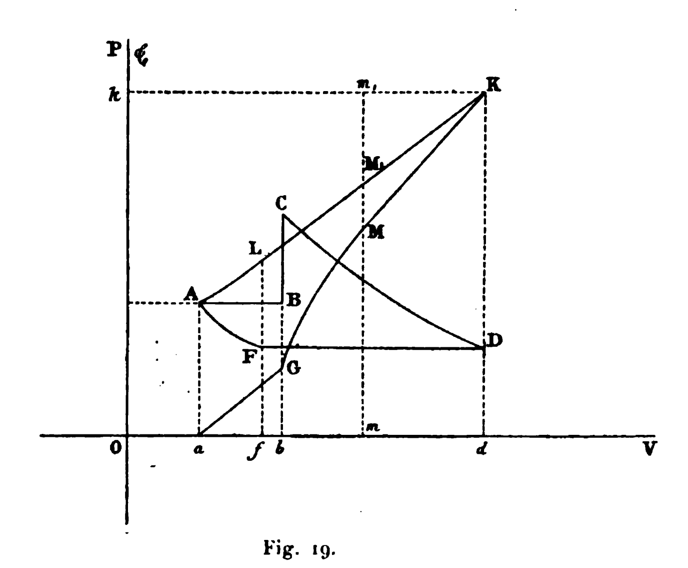



Fig. 19.

L'admission se complète par la ligne DA, comme nous l'avons expliqué au cas précédent.

La représentation du travail ne différera de celle du cas précédent, que par la valeur des pressions. Le piston se déplaçant de *a* en *b* on aura la droite *a* G. Au delà, la courbe G K correspondra au travail effectué jusqu'au moment considéré de la détente adiabatique. (Voir fig. 19.)

Ensuite le travail est négatif. Dans l'échappement à la pression $P_4$ on a la droite KL, puis alors commence la recompression adiabatique et on aura la ligne LA.

Pour une position $m$ du piston, le travail effectué à l'aller sera $mM$; au retour il sera $mM_1 = m_1m - m_1M_1$. C'est la différence entre le travail moteur et le travail résistant déjà effectué.

**Machines à 4 temps.** — Nous appellerons toujours $u$ l'espace nuisible qui devient, dans ce cas, une chambre de compression, et $\lambda$ sera la course du piston.

L'admission se fait à la pression atmosphérique durant toute la course du piston. Celui-ci revient en arrière, et refoule le mélange dans la chambre de compression. A ce moment l'explosion se produit ; c'est la phase motrice. Le piston va à fond de course, et revient en expulsant les gaz.

Durant la première phase, les gaz résiduels, remplissant l'espace $u$ à la température $T'$, se mêlent à un volume $\lambda$ de mélange à la température $T_i$, et on a

$$\frac{u}{T'} + \frac{\lambda}{T_i} = \frac{u + \lambda}{T_1}$$

Le tout à la pression $P_1$ qui ici est la pression atmosphérique.

Le piston, revenant en arrière, produit une compression adiabatique aboutissant à la pression $P_2$ et à la température $T_2$.

$$P_1 (u + \lambda)^\gamma = P_2 u^\gamma$$

et $$P_2 u = R_1 T_2$$

L'explosion a lieu, dans le volume $u$, produisant une température $T_3$ et une pression $P_3$.

$$P_3 u = R_1 T_3$$

C'est à ce moment que commence le travail du piston, poussé par les gaz se détendant adiabatiquement jusqu'à une pression $P_f$ et une température $T_f$.

$$Pu^{\gamma} = P(u+\lambda)^{\gamma}$$
$$P_f(u+\lambda) = R_1T_f$$

Alors a lieu l'échappement. La pression tombe de $P_f$ à $P_1$

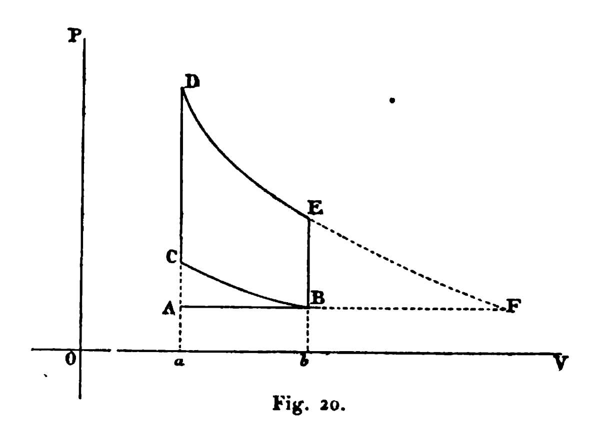



Fig. 20.

pression atmosphérique et la température devient T'. L'expulsion se fait à la température T'. Le cylindre seul est balayé. L'espace $u$ reste rempli de gaz résiduels.

On a $\frac{P_2}{P_1} = \frac{(u+\lambda)^{\gamma}}{u^{\gamma}}$ et $\frac{P_3}{P_f} = \frac{(u+\lambda)^{\gamma}}{u^{\gamma}}$

donc $$\frac{P_2}{P_1} = \frac{P_3}{P_f}$$

Comme $P_2 < P_3$ on a $P_1 < P_f$.

Si $P_3 = nP_1$, c'est-à-dire si la détonation augmente de $n$ fois la force élastique, on voit que $P_f = nP_1$. A la fin de la course il y a une chute de $n$ atmosphères. La figure 20 montre le cycle rapporté aux axes des volumes et des pressions.

De A en B il y a aspiration à la pression atmosphérique pour le déplacement *ab* du piston. Quand celui-ci revient sur ses pas, la compression BC a lieu. L'explosion CD se produit, puis la détente DE durant la deuxième marche en avant du piston. L'échappement EB succède à cette phase et l'expulsion BA a lieu à la pression atmosphérique lors du deuxième retour du piston.

Remarquons que l'échappement peut être supposé avoir lieu dans un récipient adjacent au cylindre, de façon à atteindre adiabatiquement la pression $P_1$ et la température $T'$. L'expulsion et l'admission ont lieu à pression constante entre les températures $T'$ et $T_1$. Par suite

$$\rho = \frac{c\,(T_3 - T_2) - C\,(T' - T_1)}{c\,(T_3 - T_2)} = 1 - \gamma\,\frac{T' - T_1}{T_3 - T_2}$$

de même on aurait

$$\frac{\rho}{r} = \left[\frac{c\,(T_3 - T_2) - C\,(T' - T_1)}{c\,(T_3 - T_2)^2}\right] T_3$$

En réalité, les choses se passent, le piston ayant accompli sa deuxième marche en avant, comme si on laissait le gaz se détendre adiabatiquement de E en F avec expulsion de la quantité BF.

Quant au travail il est représenté par l'aire CDEB, c'est-à-dire par la différence des aires *a*DE*b* et *ac*B*b*.

En nous reportant aux formules du chapitre précédent, on voit que

$$\mathfrak{T} = \frac{u\,P_3}{1 - \gamma}\left[\left(\frac{u + \lambda}{u}\right)^{1-\gamma} - 1\right] - \frac{u\,P_2}{1 - \gamma}\left[\left(\frac{u + \lambda}{u}\right)^{1-\gamma} - 1\right] =$$

$$= \frac{u}{1 - \gamma}\left[\left(\frac{u + \lambda}{u}\right)^{1-\gamma} - 1\right](P_3 - P_2)$$

pour l'unité de poids.

Mais on a
$$P_3\,u = RT_3$$
$$P_2\,u = RT_2$$

donc $$(P_3 - P_2)\, u = R\,(T_3 - T_2)$$

par suite $$\mathcal{C} = \frac{R}{1-\gamma}\left[\left(\frac{u+\lambda}{u}\right)^{1-\gamma} - 1\right]\left(T_3 - T_2\right)$$

Remarquons que pour un poids de mélange de composition déterminée et faisant explosion, à volume constant, un nombre fixe de calories est dégagé. Par suite, le poids des résidus à échauffer étant déterminé, il est évident que, en supposant $c$ constant, $T_3 - T_2$ est une constante, car pour l'unité de poids

$$dQ = c\,dT$$

et par suite le nombre de calories $Q = c\,(T_3 - T_2)$.

Q est une constante déterminée par la nature des réactions chimiques *pour les gaz parfaits*.

On peut écrire

$$\mathcal{C} = \frac{R}{\gamma - 1}\left[1 - \left(\frac{u}{u+\lambda}\right)^{\gamma-1}\right]\left(T_3 - T_2\right)$$

expression qui sera maxima quand $1 - \left(\frac{u}{u+\lambda}\right)^{\gamma-1}$ sera maximum, c'est-à-dire quand $\frac{u}{u+\lambda}$ sera le plus petit possible. On ne peut avoir $u = 0$ car la compression devenant trop grande le mouvement du piston ne se ferait plus. *Mais il y a intérêt à obtenir une compression notable.*

La figure 21 indique la représentation entropique du phénomène.

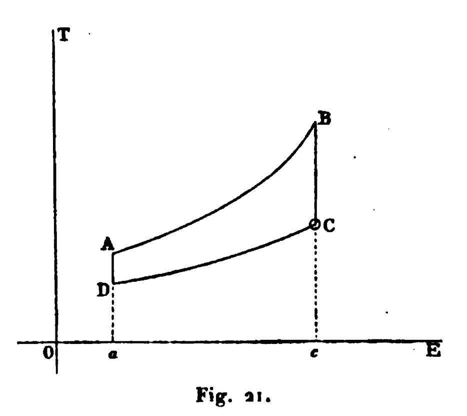


Fig. 21.

Soit A le point d'explosion. AB figure la ligne CD de la figure 20. La détente adiabatique correspond à BC parallèle à l'axe des T. Le

point C est une station entropique correspondant à l'expulsion. La ligne CD correspond aux variations du mélange passant de la température T' à la température $T_1$ sous pression constante. Enfin DA indique la compression adiabatique. Quant au travail nous le figurons dans la figure 22.

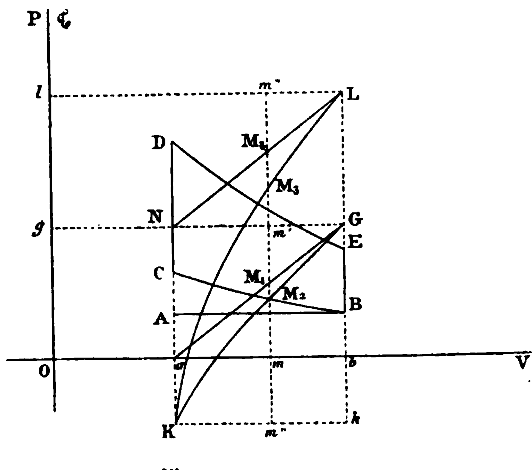



Fig. 22.

La ligne $a$G représente *le travail effectué* quand le piston va de $a$ en $b$.

A partir de $g$G, et au-dessous, portons en ordonnées le travail négatif de compression ; nous obtenons l'arc KG. Si au-dessus de l'horizontale du point K nous portons en ordonnés le travail positif de détente, on tracera l'arc KL. Enfin au-dessous de L$l$, la ligne NL figurera le travail correspondant à l'expulsion.

Supposons le piston passant à la position $m$. Au premier passage, le travail effectué est $M_1m$. Au retour il est $mM_2$ c'est-à-dire $m'm$ — $m'M_1$ = travail moteur total — travail négatif effectué.

Au deuxième passage positif, $\mathcal{T}$ est devenu $mM_3$ et on peut écrire : $mM_3 = mm - (mm' + mm'') + mm'' + mM_3)$ c'est-

à-dire travail positif de $a$ en $b$ — travail négatif de $b$ en $a$ + travail effectué de $a$ en $m$ depuis l'origine de la troisième phase.

On verrait de même qu'au retour $\mathcal{T}$ est égal à $mM_4$.

**Moteurs à temps multiples.** — Nous avons vu au début de ce travail que certains constructeurs ont fait suivre la phase d'expulsion des gaz brûlés d'une aspiration d'air durant la marche en avant du piston, dans le but de purifier l'espace contenu sous le piston, ou simplement pour le rafraîchir.

Dans le cas théorique qui nous occupe, nous avons supposé que les parois étaient sans influence. Donc les diagrammes correspondraient à un doublement de la ligne AB, qui serait parcourue deux fois de plus.

Si, au lieu de cela, on ne provoque pas l'explosion après la première compression, c'est-à-dire après le deuxième temps, le mélange comprimé (fig. 20) suivant la ligne BC, se détendra suivant cette même ligne quand le piston se portera en avant, puis se comprimera suivant BC quand ledit piston reviendra en arrière.

Le diagramme entropique ne change pas de forme. Ce maintien du mélange dans l'enceinte échauffée a pour but de rafraîchir les parois en faisant passer un peu de chaleur dans le gaz qui va détoner au lieu de la laisser échapper dans l'atmosphère.

Comme nous négligeons en ce moment l'influence des parois, nous n'insistons pas sur ces phases supplémentaires susceptibles de transformer un moteur à deux temps en moteur à quatre temps, et qui font un moteur à six temps d'un moteur à quatre temps.

**Moteurs à dépression.** — Lorsque dans un moteur à quatre temps, aspirant le mélange tonnant à la pression atmosphé-

rique, on coupe l'admission avant que le piston ne soit à bout de course, on crée un *moteur à dépression.*

Supposons (fig. 23) que l'admission cesse pour la position $b$ d ι piston. De A en B le travail a lieu à pression constante. De B en C il y a détente adiabatique, puis au retour recompression adiabatique de C en B. Le travail moteur est égal au travail résistant. Puis la compression adiabatique continue de B en D, la détonation se produit, les gaz se détendent adiabatiquement de E en F, l'échappement est figuré en FG, et l'expulsion GA a lieu à la pression atmosphérique.

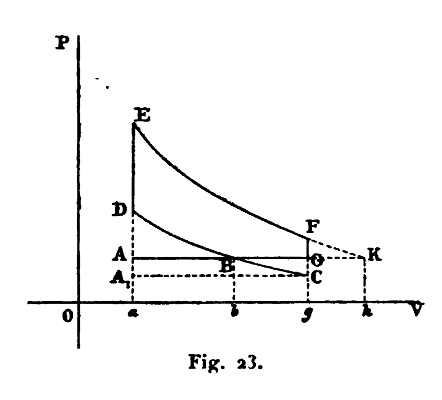


Fig. 23.

Nous appelons $w$ la longueur $ab$. La pression est $P_1$ et la température $T_1$ durant l'admission. En C on a le volume $u + \lambda$, la pression $P_m$ et la température $T_m$ avec les relations :

$$P_1 (u + w)^\gamma = P_m (u + \lambda)^\gamma$$
$$P_m (u + \lambda) = R_1 T_m$$

De plus pour l'arc BD on a :

$$P_2 u^\gamma = P_1 (u + w)^\gamma$$
$$P_2 u = R_1 T_2$$

Quant aux valeurs $P_3$ $T_3$, $P_f$ $T_f$ et $T'$ elles se calculeront comme précédemment.

Le travail utile sera proportionnel à l'aire DEFGBD.

Cette aire est moins grande que celle que l'on obtiendrait avec l'admission durant toute la course AG.

En effet, par C, point de pression $P_m < P_1$ traçons $CA_1$ parallèle à l'axe des volumes.

Si l'admission avait lieu à la pression $P_m$ durant toute la course, le travail serait représenté par l'aire CDEFC.

Or cette aire dépend du facteur $P_3 - P_2$ et $P_3 = nP_2$ donc elle dépend de $P_2$ qui lui-même dépend de la pression initiale P donnée par $(u + \lambda)^\gamma P = u^\gamma P_2$

Donc le travail sera de forme $\mathcal{T} = MP$, par suite plus P sera petit, moins $\mathcal{T}$ aura de valeur.

Si donc $\mathcal{T}_a$ indique le travail avec admission totale à la pression atmosphérique, on voit que :

$$\text{aire DEFGBD} < \text{aire } A_1DFCA_1 < \mathcal{T}_a.$$

En comparant les deux cycles DEFGBD et DEFCD on voit qu'ils correspondent l'un à l'admission $A_1C$ à la pression $P_m$, l'autre à l'admission AB à la pression $P_1$ soit finalement au même poids de mélange actif.

Le travail est moindre dans le premier cas que dans le second. Donc le rendement diminue quand on coupe l'admission avant le fond de la course.

Toutefois, si l'on compare cette marche avec celle qui correspond à la pleine admission à pression $P_1$ on peut avoir intérêt à diminuer le rendement pourvu que l'on diminue la consommation laquelle est proportionnelle à l'admission.

**Moteurs à quatre temps sans espace nuisible.** — Tout ce que nous venons de dire, pour les moteurs à quatre temps et plus, implique l'existence d'un espace nuisible ou chambre de compression que nous avons appelé $u$. Il est cependant possible de concevoir la suppression de cet espace.

Considérons (fig. 24) le piston moteur P se déplaçant dans le cylindre C, et supposons qu'il s'agisse d'un moteur à quatre temps.

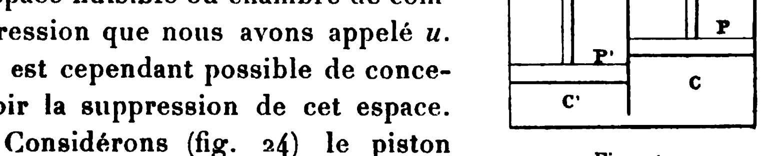


Fig. 24.

A côté est accolé un cylindre C′ de même section que le premier, et dans lequel peut se mouvoir un piston P′.

P′ est commandé par une came portée sur un axe lié à l'arbre moteur par un engrenage tel qu'il tourne deux fois moins vite. Le profil de la came permettra les déplacements suivants.

Au début P et P′ sont tous deux à fond de course en bas.

P monte et aspire le mélange. P′ reste en place maintenu par la came. P redescend comprimant le gaz jusqu'à une

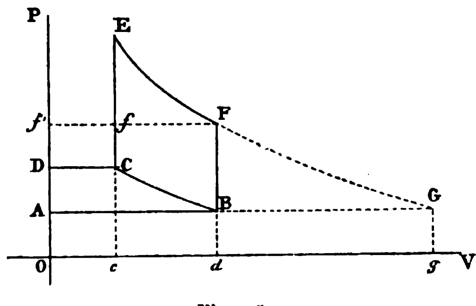



Fig. 25.

position $P_1$ limitant la compression. P continue son mouvement ; P′ commandé par la came se soulève jusqu'à ce que P soit à fond de course. Le gaz comprimé sous P passe sous P′. P recommence à monter, P′ descend et il vient à fond de course quand P est revenu à la position $P_1$. Alors se produit l'explosion. P′ reste immobile tandis que P finit sa course et revient en arrière, expulsant les gaz, pour se retrouver prêt à recommencer.

Si la came qui commande P′ a un profil variable et progressif convenablement établi, on peut, en la déplaçant le long de l'axe faire varier les oscillations de P′ par rapport à P, c'est-à-dire faire varier le degré de recompression.

On peut appliquer ce système aux moteurs à six temps, en profilant convenablement la came qui commande P′ et en

prenant la précaution de relier par des engrenages de rapport 1/3 les arbres qui commandent les deux pistons.

Nous nous en tiendrons au moteur à quatre temps.

Le diagramme est représenté par la figure 25. L'aspiration du mélange à la pression atmosphérique a lieu suivant AB. A cette phase succède une recompression BC qu'il est facile de calculer si on pose $Oc = \omega$ et $Od = \lambda$.

De C en D et de D en C le travail a lieu à pression constante, si la came qui conduit le piston auxiliaire a un profil permettant de réaliser ce desideratum.

En C a lieu l'explosion, et la détente se fait suivant EF tandis que l'échappement est représenté par FB et l'exhaustion par BA.

Le piston paraît se comporter comme si l'espace nuisible était $\omega$ et la course $\lambda - \omega$. Mais il y a deux différences notables.

1° $T_1$ et $T_i$ coïncident;

2° Il ne reste plus de résidus à la température T′ dans l'appareil :

| | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| En A on a la pression | $P_1$ | le volume | zéro, | et la température | | $T_1$. |
| En B on a | — | $P_1$ | — | $\lambda$ | — | $T_1$. |
| En C on a | — | $P_2$ | — | $\omega$ | — | $T_2$. |

$$P_2\omega^\gamma = P_1\lambda^\gamma$$
$$P_2\omega = RT_2$$
$$P_1\lambda = RT_1$$

Donc
$$P_2 = P_1\left(\frac{\lambda}{\omega}\right)$$
$$T_2 = \frac{P_1}{R}\omega\left(\frac{\lambda}{\omega}\right)^\gamma$$

En F on a $\omega_1$ $P_3$ et $T_3$.

On sait que
$$P_3\omega = RT_3.$$
$$P_3 = n\,P_2 = n\,P_1\left(\frac{\lambda}{\omega}\right)^\gamma$$

$$T_3 = \frac{P_3 \omega'}{R} = n \frac{P_1}{R} \omega' \left(\frac{\lambda}{\omega'}\right)^{\gamma}$$

En F le volume est λ, la pression P et la température $T_f$.

$$P_3 \omega'^{\gamma} = P_f \lambda^{\gamma}$$
$$P_f \lambda = RT_f$$

C'est-à-dire

$$P_f = P_3 \left(\frac{\omega'}{\lambda}\right)^{\gamma} = n \; P_1 \left(\frac{\lambda}{\omega'}\right)^{\gamma} \left(\frac{\omega'}{\lambda}\right)^{\gamma} = n \, P_1$$

et
$$T_f = \frac{P_f \lambda}{R} = n \frac{P_1}{R} \lambda.$$

En B on a le volume λ, la pression $P_1$ et la température T' qui est celle du gaz s'étant adiabatiquement dilaté jusqu'à la pression $P_1$.

Appelons L la longueur $Og$ correspondant à cette détente. On a :

$$LP_1 = RT'$$
$${}_1L^{\gamma} = P_f \lambda^{\gamma} = n \, P_1 \lambda^{\gamma}$$

ou
$$L^{\gamma} = n \, \lambda^{\gamma}$$
$$L = \lambda \, n^{\frac{1}{\gamma}}$$

Donc on a
$$P_1 \lambda \, n^{\frac{1}{\gamma}} = RT'$$

et par suite
$$T' = \frac{\lambda \, P_1}{R} n^{\frac{1}{\gamma}}$$

On connaît donc tous les éléments du cycle. Il est facile d'en calculer le coefficient économique et le travail.

La représentation entropique serait analogue à celle de la figure 21.

**Moteurs dits Compound.** — Nous avons vu que dans un moteur à gaz, lorsque le piston arrive à fond de course dans la phase qui suit l'explosion, l'échappement commence à la pression $P_f$ pour finir à la pression $P_1$. Un notable poids de fluide est expulsé sans produire de travail utile. On a fréquemment proposé d'utiliser ces gaz dans un cylindre adjoint de façon à en utiliser la détente complète. Le problème est délicat, et nous remettons à plus tard l'étude de cette question. Pour le moment nous nous bornons à l'examen théorique de ce cas.

Dans le cas où le petit cylindre décharge dans une chambre intermédiaire les gaz résiduels, ce réservoir alimente le cylindre de détente. Généralement (dans les machines à vapeur) les dimensions de ce réservoir sont telles qu'on y considère la pression comme constante. Les deux manivelles peuvent être calées à un angle quelconque l'une de l'autre ; on est en quelque sorte en présence de deux unités séparées, et nous savons comment traiter cette question.

Nous examinerons le cas où il n'y a pas de réservoir intermédiaire.

Si le cylindre de détente est alimenté par deux petits cylindres dont les manivelles sont calées sous le même angle, les explosions auront lieu à un tour de distance. Le cylindre de détente, dont le piston aura des mouvements synchrones de ceux des petits pistons, pourra être alimenté à chaque tour, tantôt par l'un, tantôt par l'autre des petits cylindres. Il serait dans ce cas à simple effet.

Avec un seul petit cylindre, il sera bon, pour éviter la marche à vide, que le piston de détente conduise un axe faisant sa rotation en deux fois plus de temps que celui du petit piston. Le cylindre de détente recevra les gaz pendant une fraction de sa course dont la durée sera égale à une oscillation simple du petit piston. Puis la détente et l'expulsion se feront pendant les trois autres phases du petit piston.

Avec un seul petit piston conduisant un moteur à six temps, le piston de détente devra aller plus lentement encore. Le rapport des rotations des axes devra tomber à 1/3. Avec deux petits cylindres d'explosion et un de détente ce rapport sera 2/3.

Bref ces combinaisons peuvent varier :

1° Suivant le nombre des cylindres d'explosion ;

2° Suivant que le ou les cylindres de détente sont à double ou à simple effet.

Remarquons que l'introduction dans le cylindre de détente se fera à la pression $P_f$.

Il est commode d'avoir des pistons de courses égales et prenant la section du petit cylindre pour unité de donner au cylindre de détente une section $\sigma$ telle qu'au bout du temps d'une demi-rotation de l'arbre du petit cylindre le gaz ait passé dans le détendeur à la pression $P_f$.

Avec un petit cylindre à espace nuisible, $u$, il resterait, après l'expulsion, un volume $u$ de gaz à la pression $P_f$. Or $u$ est loin d'être négligeable ; donc on n'utiliserait pas tout le gaz. La pression du résidu $u$ serait supérieure à la pression atmosphérique, et ce gaz commencerait par se détendre jusqu'à la pression d'admission avant que celle-ci ne soit possible ce qui diminuerait le poids de mélange à introduire.

Dans les machines *sans espaces nuisibles*, le compoundage est débarrassé de cette perturbation.

Envisageons le cas général d'un cylindre unique avec espace nuisible, conjugué avec un cylindre de détente.

La figure 26 représente le diagramme correspondant.

Si le petit cylindre était seul, le diagramme serait ABCDEBA. Mais avec le cylindre Compound les choses se passent autrement.

Lorsque l'évolution en est au point E, l'exhaustion hors du petit cylindre se fait suivant EF, c'est-à-dire à la pression $P_f$.

Les gaz enfermés dans l'espace nuisible s'échappent à la pression $P_1$.

Le travail est représenté pour ce petit cylindre :

1° Par l'aire positive *a*AB*b* ;

2° Par l'aire *a*CB*b* prise négativement ;

3° Par l'aire *a*DE*b* prise positivement ;

4° Par l'aire *a*FE*b* prise négativement.

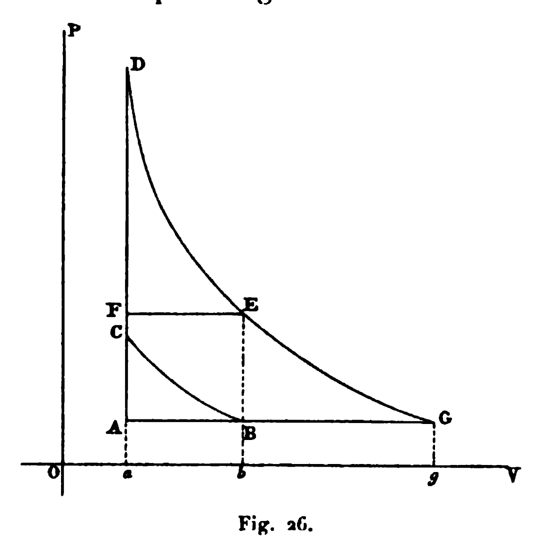



Fig. 26.

Au total on a $\mathcal{T}$ = aire FDE — aire ACB.

Pour le cylindre de détente l'admission a lieu suivant FE, la détente suivant EG et l'expulsion suivant GA. Ceci revient à supposer que le cylindre de détente a la même section que le cylindre d'explosion.

Le travail est égal à l'aire AFEG.

$$\mathcal{T}' = \text{aire ACB} + \text{aire BCFEG}$$

Par suite $\quad \mathcal{T} + \mathcal{T}' = \text{aire BCDGB}.$

C'est-à-dire que le travail total est égal à celui qui se produirait dans un cylindre unique de même section et de lon-

gueur permettant la détente jusqu'à la pression atmosphérique, l'admission étant égale au volume du petit cylindre.

L'admission aurait lieu de A en B, puis il y aurait détente suivie de recompression pour revenir en B et aller jusqu'en C.

Si le petit cylindre était seul, son diagramme serait ABCDEBA et le travail serait représenté par l'aire BCDEB.

On a donc augmenté le résultat utile de BEG.

Cherchons à évaluer les éléments de la question.

| | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|
| En B | le volume est | $u + \lambda$ | la pression | $P_1$ | la température | $T_1$ |
| — C | — | $u$ | — | $P_2$ | — | $T_2$ |
| — D | — | $u$ | — | $P_3$ | — | $T_3$ |
| — E | — | $u + \lambda$ | — | $P_f$ | — | $T_f$ |
| — G | — | $u + L$ | — | $P_1$ | — | $T'$ |

Nous appelons L la longueur *ag*.

On a les relations :

$$P_1(u + \lambda) = RT_1 \qquad P_1(u + \lambda)^\gamma = P_2 u^\gamma$$

$$P_2 u = RT_2 \qquad P_3 u^\gamma = P_f(u + \lambda)^\gamma$$

$$P_3 u = RT_3 \qquad P_3 u^\gamma = P_1(u + L)^\gamma$$

$$P_f(u + \lambda) = RT$$

$$P_1(u + L) = RT' \qquad P_2 = nP_2$$

*n* étant un coefficient déterminé par l'expérience.

On tire de là :

$$P_2 = P_1 \left(\frac{u + \lambda}{u}\right)^\gamma$$

$$P_3 = nP_1 \left(\frac{u + \lambda}{u}\right)^\gamma$$

$$P_f = nP_1$$

$$R(T_f - T') = nP_1(u + \lambda) - P_1(u + L) = P_1\Big[n(u + \lambda) - (u + L)\Big]$$

$$\left(T_3 - T_2\right) = u\left(P_3 - P_2\right) = u\left[nP_1\left(\frac{u+\lambda}{u}\right)^\gamma - P_1\left(\frac{u+\lambda}{u}\right)^\gamma\right] = u\left(n - 1\right) P_1\left(\frac{u+\lambda}{u}\right)^\gamma.$$

$$R\left(T_3 - T_f\right) = nP_1\left[u\left(\frac{u + \lambda}{u}\right)^\gamma - \left(u + \lambda\right)\right]$$

$$R\left(T_2 - T_1\right) = P_2 u - P_1\left(u + \lambda\right) = P_1\left[u\left(\frac{u+\lambda}{u}\right)^{\gamma} - \left(u + \lambda\right)\right]$$

L'expression du travail adiabatique est :

$$\mathcal{T} = \frac{R}{1-\gamma}(T - T_0)$$

pour l'unité de poids d'un gaz évoluant de $T_0$ à T.

Appelons $\mathcal{T}_1$ le travail de l'aire CDEB.

$$\mathcal{T}_1 = \text{aire } a\text{DE}b - \text{aire } a\text{CB}b$$

$$\mathcal{T}_1 = \frac{R}{1-\gamma}\left(T_3 - T_f\right) - \frac{R}{1-\gamma}\left(T_2 - T_1\right)$$

$$\mathcal{T}_1 = \frac{nP_1}{1-\gamma}\left[u\left(\frac{u+\lambda}{u}\right)^{\gamma} - (u+\lambda)\right] - \frac{P_1}{1-\gamma}\left[u\left(\frac{u+\lambda}{u}\right)^{\gamma} - (u+\lambda)\right]$$

$$\mathcal{T}_1 = \frac{P_1}{1-\gamma}\left(n - 1\right)\left[u\left(\frac{u+\lambda}{u}\right)^{\gamma} - \left(u + \lambda\right)\right]$$

Quant au travail additionnel, il a pour expression :

$$\mathcal{T}_2 = \frac{R}{1-\gamma}\left(T_f - T'\right) - \left(L - \lambda\right)P_1$$

$$\mathcal{T}_2 = \frac{P_1}{1-\gamma}\left[n\left(u+\lambda\right) - \left(u + L\right)\right] - \left(L - \lambda\right)P_1$$

Il est facile de trouver la valeur de L, on a :

$$P_3 u^{\gamma} = P_1(u + L)^{\gamma}$$

et remplaçant $P_3$ $\quad n\,P_1\left(\frac{u+\lambda}{u}\right)^{\gamma} u^{\gamma} = P_1(u + L)^{\gamma}$

ou $\quad n(u + \lambda)^{\gamma} = (u + L)^{\gamma}$

et enfin $\quad L + u = (\lambda + u)n^{\frac{1}{\gamma}}$

Le rapport du travail additionnel au travail primitif est :

$$\frac{\mathcal{T}_2}{\mathcal{T}_1} = \frac{n(u+\lambda) - (u + L) - \left(L - \lambda\right)\left(1 - \gamma\right)}{(n-1)\left[u\left(\frac{u+\lambda}{u}\right)^{\gamma} - (u + \lambda\right]}$$

En se rappelant que $\gamma = 1,40$ et $n = 8$ ou environ, dans un cylindre ou $\lambda = 2u$ et ou $L = 12\ u$ (environ) ce qui suppose une compression de 3 atmosphères, on trouve

$$\frac{T_2}{T_1} = \frac{15}{12} = \frac{5}{4}$$

(chiffres ronds).

Donc en général, avec un cylindre unique, on perd à l'échappement plus d'énergie qu'on n'en utilise.

Pour examiner le cas où il n'y a pas d'espace nuisible reprenons la figure 25. Au moment où l'évolution des gaz dans le petit cylindre atteint le point F, on ouvre la communication avec le cylindre de détente. L'exhaustion se fait suivant F$f'$. Dans le grand cylindre, l'admission a lieu suivant $f$F, la détente suivant FG et l'exhaustion suivant GA.

Le travail est représenté par l'aire CEFGBC.

Le travail du petit cylindre s'il était seul serait

$$\mathcal{T}_1 = \text{aire } c\text{EF}d - \text{aire } c\text{CB}d.$$

$$\mathcal{T}_1 = \frac{R}{1-\gamma}(T_3 - T_f) - \frac{R}{1-\gamma}(T_2 - T_1)$$

Or nous avons appelé $\lambda$ la course, $w$ la longueur O$c$. Désignons O$g$ par L.

Nous avons vu que

$$P_2 = P_1\left(\frac{\lambda}{w}\right)^\gamma$$

$$P_3 = nP_2 = nP_1\left(\frac{\lambda}{w}\right)^\gamma$$

$$P_f = nP_1$$

$$R(T_3 - T_f) = nP_1\left[w\left(\frac{\lambda}{w}\right)^\gamma - \lambda\right]$$

$$R(T_2 - T_1) = P_1\left[w\left(\frac{\lambda}{w}\right)^\gamma - \lambda\right]$$

$$R(T_f - T_1) = (n-1)\,P_1\lambda$$

et $n$ a la même valeur que dans le cas précédent.

On a donc en substituant :

$$\mathcal{T}_1 = P_1 \frac{n-1}{1-\gamma} \left[ w \left( \frac{\lambda}{w} \right)^{\gamma} - \lambda \right]$$

Quant au travail additionnel il a pour expression

$$\mathcal{T}_2 = \text{aire } dFGg - \text{aire } dBGg$$

$$\mathcal{T}_2 = \frac{R}{1-\gamma} \left( T_f - T_1 \right) - P_1 \left( L - \lambda \right)$$

ou en substituant

$$\mathcal{T}_2 = \frac{P_1}{1-\gamma} \left[ \left( n-1 \right) \lambda - \left( 1-\gamma \right) \left( L - \lambda \right) \right]$$

par suite on peut exprimer le rapport :

$$\frac{\mathcal{T}_2}{\mathcal{T}_1} = \frac{(n-1)\lambda - (1-\gamma)(L-\lambda)}{\left( n-1 \right) \left[ w \left( \frac{\lambda}{w} \right)^{\gamma} - \lambda \right]}$$

en se rappelant que $L = \lambda n^{\frac{1}{\gamma}} = 4{,}40\,\lambda$, si $n = 8$.

La représentation entropique affecterait une forme connue puisqu'il s'agit toujours de travail à pression constante, de transformations à volume constant, et d'évolutions adiabatiques.

En prenant $\lambda = 3w$ pour arriver à une compression de 3 atmosphères on trouve $\frac{\mathcal{T}_2}{\mathcal{T}_1} = \frac{17}{12}$.

**Moteurs rotatifs.** — Si l'on reprend les raisonnements que nous avons exposés, on verra que les variations de régime étudiés dans la thermodynamique n'impliquent pas une forme spéciale du récipient. Nos formules englobent donc les moteurs rotatifs. Le système de représentation, seul, peut être changé.

Si nous considérons les *moteurs rotatifs proprement dits*, nous voyons qu'ils sont constitués par un piston se dépla-

çant circulairement autour d'un axe, dans une capacité aménagée à cet effet, capacité dont le contour est généralement engendré par une ligne plane, dont le plan contient l'axe de révolution, et tournant autour de cet axe. Si quelques progrès ont été réalisés dans l'exécution des moteurs à cylindres, la construction des moteurs rotatifs à gaz est encore dans l'enfance. Aussi serons-nous assez bref à ce sujet.

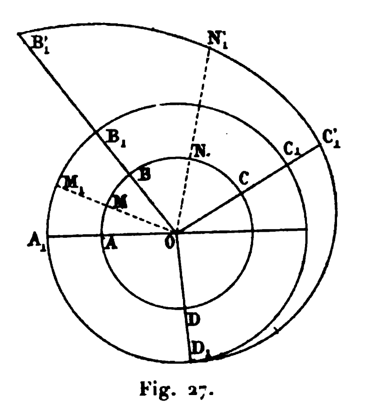


Fig. 27.

Jusqu'à ce moment le cas intéressant est celui qui comporte :

1° Une admission avec ou sans compression préalable ;

2° Une explosion suivie de détente ;

3° Un échappement suivi d'une exhaustion.

C'est le cas de la machine à cylindre, à deux temps, et le seul que nous examinerons.

Prenons la figure 27. Soit OA la position du piston à l'origine ; ce piston tourne autour de O. Admettons qu'il se déplace de OA en OB et que l'admission cesse pour la position OB. Alors a lieu l'explosion suivie de détente adiabatique, et ici deux cas peuvent se présenter :

Ou bien la détente s'arrête en OC, à une pression supérieure à la pression atmosphérique ;

Ou bien elle va jusqu'en un point OD où elle atteint la pression atmosphérique.

Dans le premier cas l'expulsion se fait de C en A, dans le sens des aiguilles d'une montre ; dans le second elle a lieu de D en A.

Il faut bien faire attention que notre figure, toute théorique, n'implique rien au sujet de la forme de la cavité ni du mécanisme de commande. Les espaces se ferment et

s'ouvrent par un système quelconque. Nous matérialisons seulement la position des phases, sans nous inquiéter de leur mode de production.

Soit $\omega$ la vitesse angulaire, et $\theta$ le temps compté à partir de OA.

A un instant quelconque l'angle décrit sera $\omega\theta$. Le volume engendré sera fonction de $\frac{\omega\theta.\overline{OA}^2}{2}$, c'est-à-dire de $\frac{1}{2}\,\omega\theta r^2$ en posant $OA = r$.

Si $OA = r$ est le rayon du centre de gravité de l'aire génératrice de surface $\sigma$, le volume engendré sera $v = \frac{1}{2}\,\sigma\omega r^2\theta$. Dans toutes nos formules on devra remplacer $v$ par $\frac{1}{2}\,\sigma\omega r^2\theta$ et la variable sera $\theta$. Donc aucune de nos conclusions ne changera.

Les variations de pression sont faciles à suivre.

De A en B on a la pression $P_1$. Si $AM = \omega\theta$ et si on prend $OM_1 = \sigma P_1$ on voit que le point M décrit un arc de cercle de $A_1$ à $B_1$.

Dans la période de détente $pv^\gamma = p_0 v_0^\gamma$

ou $$p\left(\frac{1}{2}\,\sigma\omega r^2\theta\right)^\gamma = p_1\left(\frac{1}{2}\,\sigma\omega r^2\theta_1\right)^\gamma$$

ou en divisant par $$\left(\frac{1}{2}\,\omega\sigma r^2\right)^\gamma$$

$$p\,\theta^\gamma = p_0\theta_0^\gamma$$

Il est à remarquer que si la loi de détente était $pv^K = p_0v_0^K$ on aurait aussi $p\theta^K = p_0\theta_0^K$.

On a donc $p = (p_0\theta_0^\gamma)\theta^{-\gamma}$.

$p$ décroît régulièrement quand $\theta$ augmente.

En $B_1$ au moment de l'explosion, la pression passe de $p_1$ à $p_2$ le volume reste $\frac{1}{2}\,\sigma\omega r^2\theta_1$. Il est facile de calculer $p_2$ en fonc-de $p_1$ ainsi que $T_2$ en fonction de $T_1$.

De $B'_1$ à $C'_1$ il y a détente. En $C'_1$ la température $T_f$ correspond à la pression $P_f$ et le volume est $\frac{1}{2}\sigma\omega r^2\theta_f$.

$\theta_f$ est une donnée de la machine et nous savons calculer $P_f$ et $T_f$.

La formule

$$pv = RT \quad \text{devient} \quad \frac{1}{2}\sigma\omega r^2\theta\, p = RT$$

ou

$$p\theta = R'T \quad \text{en posant} \quad \frac{2R}{\sigma\omega r^2} = R'.$$

En $C'_1$ la pression redevient égale à $P_1$ et de $C'_1$ on passe en $C_1$.

A partir de ce moment l'expulsion a lieu à pression constante et est figurée par l'arc $C_1A_1$

Pour un point $N_1$ on a $P_2\theta_1^\gamma = P\theta^\gamma$.

Si P peut prendre la valeur $P_1$, c'est-à-dire si $N'_1$ peut venir en $D_1$, on aura :

$$P_2\theta_1^\gamma = P\theta^\gamma$$

ou

$$\theta = \theta_1\left(\frac{P_2}{P_1}\right)^{\frac{1}{\gamma}}$$

Soit $\theta'$ le temps qu'il faut pour accomplir une révolution. Cette condition sera possible si la valeur ainsi trouvée $\theta$ est inférieure à $\theta'$.

$$\theta_1\left(\frac{P_2}{P_1}\right)^{\frac{1}{\gamma}} < \theta'.$$

Si l'autre face du piston est en contact avec l'atmosphère, son travail sera figuré par le cercle $OA_1$.

Le travail extérieur développé par le gaz est $\int p dv$.

$$dv = \frac{1}{2}\omega\sigma r^2 d\theta \text{ et } p dv = \frac{1}{2}\omega\sigma r^2\, p d\theta\,;$$

donc

$$\int p dv = \frac{1}{2}\omega\sigma r^2 \int p d\theta.$$

expression de même forme que celles que nous avons déjà trouvées.

**Turbo-moteurs.** — Nous ne mentionnons ici cette classe de moteurs que pour mémoire. Malgré le succès de la turbine de Laval comme machine à vapeur, nous ne croyons pas qu'on ait encore obtenu des résultats bien sérieux en appliquant les explosions à la marche d'appareils basés sur le même principe ou un principe analogue.

Il est entendu que nous parlons de *moteurs à explosion.*

Si, au moyen de détonations successives, on alimentait un réservoir de gaz à température et à pression très élevées, et si on actionnait une turbine de Laval ou un turbo-moteur au moyen de ces gaz, on rentrerait dans le cas de la machine actionnée par la vapeur. Le réservoir servirait en quelque sorte de chaudière, et le fonctionnement de l'engin serait assuré dans les mêmes conditions.

Mais ce moteur emprunterait son énergie à un gaz ayant déjà détoné, et ne serait pas un véritable *moteur à explosion* puisque la détonation aurait lieu à l'extérieur du mécanisme.

# CHAPITRE III

## IMPERFECTIONS DES CYCLES

---

**Causes de l'imperfection des cycles. — Variation des coefficients supposés fixes. — Influence des variations de la chaleur spécifique. — Influence des variations du coefficient de dilatation. — Influence de la nature de l'échelle thermométrique. — Influence de la présence de vapeurs dans le mélange tonnant. — Influence de la vitesse de détonation. — Temps requis pour que la détonation soit complète. — Influence de l'échappement. — Influence des orifices. — Influence des parois. — Courbes de détente et de compression. — Influence du dosage des mélanges. — Pertes à l'échappement. — Diagrammes représentatifs. — Pertes totales dans les moteurs à gaz.**

---

# CHAPITRE III

## IMPERFECTIONS DES CYCLES

**Causes de l'imperfection des cycles**. — Dans l'étude qui précède nous avons admis :

1° Que nous étions en présence de gaz parfaits ;

2° Que la détonation était instantanée ;

3° Qu'il en était de même de l'échappement ;

4° Que l'influence des parois était nulle.

Il est bien évident que les conditions supposées sont impossibles à réaliser, et nous allons essayer d'analyser les phénomènes réels ainsi que quelques circonstances accessoires dont l'influence vient se joindre aux irrégularités principales.

**Variations des coefficients supposés fixes**. — Les coefficients qui nous ont servi dans nos calculs ont été supposés fixes. Nous avons appelé :

$\alpha$ le coefficient de dilatation que nous avons admis le même pour tous les gaz.

$c$ le coefficient de chaleur spécifique sous volume constant, considéré comme invariable.

C le coefficient de chaleur spécifique à pression constante, jouissant de la même propriété.

R la quantité $\alpha p_0 v_0$ variable avec chaque gaz.

E l'équivalent mécanique de la chaleur.

De plus, nous avons écrit $pv = RT$,

T étant la température absolue, plus haut définie.

Pendant longtemps on a considéré ces coefficients comme constants. Les variations de chaleur spécifique avaient été étudiées par Regnault entre 0° et 200° et trouvées insignifiantes, les inexactitudes relevées étant de l'ordre des erreurs d'observation.

Déjà Regnault avait constaté pour $\alpha$ les variations signalées au paragraphe 3 du chapitre I (voir p. 65). Plus récemment MM. Mallard et Lechatelier, Berthelot et Vieille ont montré que $c$ et C présentent également des fluctuations. Enfin nous avons vu avec Van der Waals et Clausius que dans la relation $pv = RT$ il fallait faire entrer la notion du covolume.

De cette dernière condition nous ne tiendrons pas compte, car si on a

$$\left(P + \frac{c}{T(V + \beta)^2}\right)\left(V - v\right) = RT$$

il est visible qu'aux températures élevées auxquelles s'accomplissent les cycles des moteurs à gaz, cette expression diffère fort peu de $PV = RT$. Il n'y a pour cela qu'à se reporter à la page 68 où nous donnons la valeur de $\beta$ et de $v$ pour quelques gaz. Plus l'échelle thermométrique s'élève, plus s'atténue la différence entre la relation de Clausius et la relation ordinaire $PV = RT$.

**Influence des variations de la chaleur spécifique.** — M. Vermand, dans ses *Moteurs à gaz et à pétrole*, a mis en évidence l'influence des variations de la chaleur spécifique. Nous allons relater les principaux résultats, auxquels il arrive.

D'après MM. Mallard et Lechatelier, on peut poser

$$c = a_1 + b_1 T.$$

Or on a $$E(C - c) = R$$

d'où $$C = c + \frac{R}{E}.$$

et aussi $$pv = RT$$

Il nous importe surtout de savoir quelles sont les lois de détente des gaz. Or nous avons considéré deux cas : le mode isotherme et le mode adiabatique.

Dans le cas où T est constant, il est évident que $pv =$ Const. et que la courbe de détente est une hyperbole.

Dans le cas de adiabatique $dQ = 0$
c'est-à-dire $cvdp + Cpdv = 0$

Remplaçons C par sa valeur, on a :

$$c\left(vdp + pdv\right) + \frac{R}{E}pdv = 0$$

or $$vdp + pdv = d\left(vp\right)$$

comme $$t = T - \frac{1}{\alpha}$$

on a $$c = a_1 + b_1\left(T - \frac{1}{\alpha}\right) = a_1 - \frac{b_1}{\alpha} + b_1 T = a_1 - \frac{b_1}{\alpha} + \frac{b_1}{R} RT$$

donc $c$ est de forme

$$c = a + bRT = a + bpv$$

Notre équation devient donc

$$\left(a + bpv\right) d\left(pv\right) + \frac{R}{E}pdv = 0$$

et en intégrant

$$\frac{1}{2b}\left(a + bpv\right)^2 + \frac{R}{E}\int pdv + \text{const.} = 0.$$

ou encore car $pv = RT$

$$\frac{1}{2b}\left(a + bRT\right)^2 + \frac{R}{E}\int pdv + \text{const.} = 0$$

ou en déterminant la constante pour la température $T_0$.

$$\frac{1}{2b}\left[\left(a + b\,RT\right)^2 - \left(a + b\,RT_0\right)^2\right] + \frac{R}{E}\int_{v_0}^{v} p dv = 0$$

ce qu'on peut écrire

$$\frac{1}{2bR}\left[2Rab\left(T - T_0\right) + b^2R^2\left(T^2 - T_0^2\right)\right] + \frac{1}{E}\int_{v_0}^{v} p dv = 0$$

et finalement

$$\left(T - T_0\right)\left[a + \frac{bR}{2}\left(T + T_0\right)\right] + \frac{1}{E}\int_{v_0}^{v} p dv = 0$$

Mais $\int_{v_0}^{v} p dv$ est la représentation du travail donc on a :

$$\mathcal{T} = E\left(T - T_0\right)\left[a + \frac{bR}{2}\left(T + T_0\right)\right]$$

Posons $p = \varphi\,(t)$ en prenant $t$ pour variable indépendante

$$v = \frac{RT}{\varphi(t)}$$

on a : $$dp = \frac{d\varphi}{dt}\,dt \quad \text{et} \quad dv = \frac{R\,\varphi(t) - RT\,\frac{d\varphi}{dt}}{\overline{\varphi(t)}^2}\,dt$$

En prenant $\left(a + bpv\right)\left(vdp + pdv\right) + \frac{R}{E}\,pdv = 0$

qui n'est autre que

$$c\left(vdp + pdv\right) + \frac{R}{E}\,pdv = 0$$

et remplaçant $p$, $v$, $dp$ et $dv$ par leurs valeurs on obtient :

$$\left(a + bRT\right)\left[\frac{RT}{\varphi(t)}\,\frac{d\varphi}{dt} + \frac{R\,\varphi(t) - RT\,\frac{d\varphi}{dt}}{\varphi(t)}\right]dt + \frac{R}{E}\,\frac{R\,\varphi(t) - RT\,\frac{d\varphi}{dt}}{\varphi(t)}\,dt = 0$$

Il vient successivement :

$$\left(a + b\mathrm{RT}\right) dt + \frac{\mathrm{R}}{\mathrm{E}} dt - \frac{\mathrm{RT}}{\mathrm{E}} \frac{d\varphi}{dt} \frac{dt}{\varphi(t)} = 0$$

$$\frac{1}{\varphi(t)} \frac{d\varphi}{dt} dt = \frac{\mathrm{E}a + \mathrm{R}}{\mathrm{R}} \frac{dt}{\mathrm{T}} + \mathrm{E}b\, dt$$

d'où en intégrant $dt$ étant égal à $d\mathrm{T}$ :

$$L \frac{\varphi(t)}{\varphi(t_0)} = \frac{\mathrm{E}a + \mathrm{R}}{\mathrm{R}} L \frac{\mathrm{T}}{\mathrm{T}_0} + \mathrm{E}b\left(\mathrm{T} - \mathrm{T}_0\right)$$

et comme $p = \varphi(t)$

$$L \frac{p}{p_0} = \frac{\mathrm{E}a + \mathrm{R}}{\mathrm{R}} L \frac{\mathrm{T}}{\mathrm{T}_0} + \mathrm{E}b\left(\mathrm{T} - \mathrm{T}_0\right).$$

d'où on tire $\quad L \frac{p}{p_0} \left(\frac{\mathrm{T}_0}{\mathrm{T}}\right)^{\frac{\mathrm{E}a + \mathrm{R}}{\mathrm{R}}} = \mathrm{E}b\left(\mathrm{T} - \mathrm{T}_0\right)$

puis passant aux nombres et remarquant que $\mathrm{RT} = pv$ et $\mathrm{RT}_0 = p_0 v_0$

$$\frac{p}{p_0} \left(\frac{v_0 p_0}{vp}\right)^{\frac{\mathrm{E}a + \mathrm{R}}{\mathrm{R}}} = e^{\mathrm{E}b\,(\mathrm{T} - \mathrm{T}_0)}$$

et définitivement

$$\frac{p_0}{p} \left(\frac{v_0}{v}\right)^{\frac{\mathrm{E}a + \mathrm{R}}{\mathrm{E}a}} = e^{\frac{b\mathrm{R}}{a}(\mathrm{T} - \mathrm{T}_0)}$$

Telle est l'expression de la détente adiabatique.

Remarquons que $\frac{\mathrm{C}}{c} = \frac{a + bt + \frac{\mathrm{R}}{\mathrm{E}}}{a + bt} = \frac{\mathrm{E}a + \mathrm{R} + \mathrm{E}bt}{\mathrm{E}a + \mathrm{E}bt}$

pour $t = o$

$\frac{\mathrm{E}a + \mathrm{R}}{\mathrm{E}a} = \gamma$ rapport des deux chaleurs spécifiques à 0°.

Alors $\mathrm{T} = \mathrm{T}_0$; le second membre de l'équation $= 1$ et on retrouve

$$pv^{\gamma} = p_0 v_0^{\gamma}.$$

Prenant un gaz à 2 000° et le laissant se détendre adiabatiquement depuis 10 atmosphères jusqu'à la pression atmosphérique, M. Vermand trouve que la température finale est de 1 026°.

Inversement prenant un gaz à 2 000°, l'auteur de la méthode précédente cherche quelle doit être la détente pour arriver à 1 026°. Il trouve $\frac{p}{p_0} = 16{,}6$, alors que dans le cas ordinaire on avait $\frac{p}{p_0} = 10$.

Il est vrai que M. Vermand admet la détente $pv^\gamma =$ const. avec $\gamma = 1{,}40$ tandis qu'aujourd'hui on prend $pv^K =$ const. en donnant à K des valeurs différentes de $\gamma$.

Quoi qu'il en soit, la méthode que nous venons d'exposer est des plus remarquables, et bien de nature à montrer la nature du phénomène.

La forme linéaire $c = a_1 + b_1 t$ n'est pas absolument rationnelle, car elle implique que $c$ est nul à une température $-\frac{a_1}{b_1}$. Il est vrai qu'étant donné les coefficients ceci ne pourrait se produire qu'à plus de 8 000° au-dessous de zéro. Aussi l'approximation fournie est-elle largement et plus que suffisante.

On pourrait prendre une fonction exponentielle de forme $e^{\delta \quad \mu t} = a_1 + b_1 t$ dans les limites de l'expérience et on trouve si $a_1 = 4{,}8$ et $b_1 = 0{,}0009$ qu'il faut

$$\delta = 1{,}5686159 \text{ et } \mu = 0{,}0588915$$

donc dans ce cas $c = e^{1{,}5686159 + 0{,}0588015.t}$

valeur qui ne peut être nulle que pour $t = -\infty$.

On peut aussi poser

$$c = c_0 e^{\mu t}$$

$c_0$ désigne la chaleur spécifique à 0° sous volume constant, et $\mu$ est un coefficient convenablement choisi. Dans ce cas

$$C = c_0 e^{\mu t} + \frac{R}{E}.$$

**Influence de la variation du coefficient de dilatation.** — Les expériences de Regnault ont montré que le coefficient de dilatation, $\alpha$, ne reste pas constant. Donc lorsque l'on pose $pv = p_0v_0\,(1 + \alpha t)$, il ne faut pas oublier que $\alpha$ est fonction de la température.

Si l'on peut admettre pour $\alpha$ la forme linéaire $\alpha + \beta t$ on voit que l'on a

$$pv = p_0v_0\,(1 + \alpha t + \beta t^2)$$

telle est la relation $F(v, p, t) = 0$ que nous avons mentionnée au début de la thermodynamique. Rappelons-nous que

$$dQ = c\,dt + l\,dv$$

$$C - c = l\,\frac{dv}{dt}$$

$c$ est la chaleur spécifique à volume constant;
$C$ — — à pression constante;
$l$ est la chaleur latente de dilatation.

On tire de la première équation :

$$p\,\frac{dv}{dt} = p_0v_0\left(\alpha + 2\beta t\right)$$

et
$$\frac{dv}{dt} = \frac{v(\alpha + 2\beta t)}{1 + \alpha t + \beta t^2}$$

par suite
$$l = \left(C - c\right)\frac{1 + \alpha t + \beta t^2}{v(\alpha + 2\beta t)}$$

D'autre part nous avons vu que

$$E\left(C - c\right) = p\,\frac{dv}{dt}$$

Donc
$$\left(C - c\right) = \frac{1}{E}\,p_0v_0\left(\alpha + 2\,\beta t\right)$$

et par suite
$$l = \frac{1}{E}\,p_0v_0\,\frac{(1 + \alpha t + \beta t^2)}{v}$$

Lorsque $t$ ne varie pas, il est évident que $F(v, p, t) = 0$ se réduit à $pv =$ const.; donc l'isotherme est toujours une hyperbole équilatère.

Quelle sera la courbe du régime adiabatique?

Écrivons que $dQ = 0$, il vient

$$cdt + \frac{1}{E} p_0 v_0 \left(1 + \alpha t + \beta t^2\right) \frac{dv}{v} = 0$$

Si l'on a $c = a + bt$, ainsi que nous l'avons vu, on aura définitivement

$$\left(a + bt\right) dt + \frac{1}{E} p_0 v_0 \left(1 + \alpha t + \beta t^2\right) \frac{dv}{v} = 0$$

mais $$\frac{p_0 v_0 (1 + \alpha t + \beta t^2)}{v} = p$$

On peut donc écrire

$$\left(a + bt\right) dt + \frac{1}{E} p dv = 0$$

Comme on a $$v = \frac{p_0 v_0 (1 + \alpha t + \beta t^2)}{p}$$

on en tire

$$dv = \frac{p_0 v_0 (\alpha + 2\beta t) p - p_0 v_0 (1 + \alpha t + \beta t^2) \frac{dp}{dt}}{p^2} dt$$

et en substituant on arrive à :

$$\left(a + bt\right) dt + \frac{1}{E} p_0 v_0 \left(\alpha + 2\beta t\right) dt = \frac{1}{E} p_0 v_0 \left(1 + \alpha t + \beta t^2\right) \frac{\frac{dp}{dt}}{p} dt.$$

Identiquement on a :

$$\frac{a + bt}{1 + \alpha t + \beta t^2} dt + \frac{1}{E} p_0 v_0 \frac{\alpha + 2\beta t}{1 + \alpha t + \beta t^2} dt = \frac{1}{E} p_0 v_0 \frac{\frac{dp}{dt}}{p} dt.$$

ou en intégrant entre $t$ et $t_1$

$$\int_{t_1}^{t} \frac{a + bt}{1 + \alpha t + \beta t^2} dt + \frac{1}{E} p_0 v_0 L \frac{1 + \alpha t + \beta t^2}{1 + \alpha t_1 + \beta t_1^2} = \frac{1}{E} p_0 v_0 L \frac{p}{p_1}.$$

Remarquant que $1 + \alpha t + \beta t^2$ est égal à $\frac{pv}{p_0 v_0}$

on voit qu'on a, en posant $\frac{1}{E} p_0 v_0 = m$,

$$\int_{t_1}^{t} \frac{a + bt}{1 + \alpha t + \beta t^2}\, dt = mL\left(\frac{p}{p_1}\right) - mL\left(\frac{pv}{p_1 v_1}\right) = m\, L\, \frac{v_1}{v}$$

c'est-à-dire $$L\left(\frac{v_1}{v}\right)^{\frac{p_0 v_0}{E}} = \int_{t_1}^{t} \frac{a + bt}{1 + \alpha t + \beta t^2}\, dt.$$

Nous ne croyons pas devoir aller plus loin dans cette voie et il nous suffit d'indiquer les conséquences des variations simultanées de $\alpha$ et de $c$.

**Influence de la nature de l'échelle thermométrique.** — Nous avons vu qu'en acceptant la définition de M. Lucas la relation $F(v,p,t) = 0$

devenait : $$pv = p_0 v_0\, e^{\beta t}.$$

On a également $$dQ = c\,dt + l\,dv$$

$$C - c = l \frac{dv}{dt}$$

$$E\left(C - c\right) = p \frac{dv}{dt}.$$

ce qui implique $$l = \frac{p}{E}.$$

Donc $$dQ = c\,dt + \frac{p\,dv}{E}$$

Quant à $c$ il sera de forme $a + bt$ ou de forme $c_0 e^{\mu t}$, $c_0$ désignant la chaleur spécifique à 0°.

Pour un régime isotherme, $t$ est constant, donc $pv =$ const.

Dans le cas adiabatique $dQ = 0$ c'est-à-dire

$$c\,dt + \frac{1}{E} p\,dv = 0$$

or $$p = \frac{p_0 v_0 e^{\beta t}}{v}$$

et
$$v = \frac{p_0 v_0 e^{\beta t}}{p}$$

d'où l'on tire

$$dv = \frac{\beta p_0 v_0 e^{\beta t}\, p - p_0 v_0 e^{\beta t} \frac{dp}{p}}{p^2}\, dt.$$

Et en substituant on trouve

$$c dt + \frac{1}{E} \beta p_0 v_0 e^{\beta t}\, dt = \frac{1}{E} p_0 v_0 e^{\beta t} \frac{\frac{dp}{dt}}{p}\, dt.$$

Supposons que $c = c_0 e^{\mu t}$. On a évidemment

$$c_0\, e^{(\mu - \beta)t}\, dt + \frac{1}{E} \beta p_0 v_0\, dt = \frac{1}{E}\, p_0 v_0 \frac{\frac{dp}{dt}}{p}\, dt.$$

En intégrant entre $t_1$ et $t$ on obtient :

$$\frac{1}{\mu - \beta} c_0 \left(e^{(\mu - \beta)t} - e^{(\mu - \beta)t_1}\right) + \frac{1}{E} \beta p_0 v_0 \left(t - t_1\right) = \frac{1}{E} p_0 v_0 L \frac{p}{p_1}.$$

Comme
$$\frac{pv}{p_0 v_0} = e^{\beta t}$$

il en résulte que
$$e^{(\mu - \beta)t} = \left(\frac{pv}{p_0 v_0}\right)^{\frac{\mu - \beta}{\beta}}$$

et
$$t = \frac{1}{\beta} L \frac{pv}{p_0 v_0}$$

Nous aurons donc :

$$\frac{1}{\mu - \beta} c_0 \left[\left(\frac{pv}{p_0 v_0}\right)^{\frac{\mu - \beta}{\beta}} - \left(\frac{p_1 v_1}{p_0 v_0}\right)^{\frac{\mu - \beta}{\beta}}\right] + \frac{1}{E} \beta p_0 v_0 \left[\frac{1}{\beta} L \frac{pv}{p_0 v_0} - \frac{1}{\beta} L \frac{p_1 v_1}{p_0 v_0}\right] = \frac{1}{E} p_0 v_0 L \frac{p}{p_1}$$

ou en simplifiant :

$$\frac{1}{\mu - \beta} \frac{1}{\left(p_0 v_0\right)^{\frac{\mu - \beta}{\beta}}} E c_0 \left[\left(pv\right)^{\frac{\mu - \beta}{\beta}} - \left(p_1 v_1\right)^{\frac{\mu - \beta}{\beta}}\right] + p_0 v_0 L \frac{pv}{p_1 v_1} = p_0 v_0 L \frac{p}{p_1}$$

$$\frac{Ec_0}{(\mu-\beta)\left(p_0v_0\right)^{\frac{\mu-\beta}{\beta}}}\left[\left(pv\right)^{\frac{\mu-\beta}{\beta}}-\left(p_1v_1\right)^{\frac{\mu-\beta}{\beta}}\right]=p_0v_0L\,\frac{v_1}{v}$$

Divisant enfin par $p_0v_0$ nous trouvons :

$$\left(\mu-\beta\right)L\,\frac{v_1}{v}=\frac{Ec_0}{\left(p_0v_0\right)^{\frac{\mu}{\beta}}}\left[\left(pv\right)^{\frac{\mu}{\beta}-1}-\left(p_1v_1\right)^{\frac{\mu}{\beta}-1}\right]$$

équation de la courbe adiabatique. Si l'on pose

$$\frac{(\mu-\beta)\,(p_0v_0)^{\frac{\mu}{\beta}}}{Ec_0}=m$$

On écrit d'une façon plus simple

$$L\left(\frac{v_1}{v}\right)^m=\left(pv\right)^{\frac{\mu}{\beta}-1}-\left(p_1v_1\right)^{\frac{\mu}{\beta}-1}$$

Il nous suffit d'avoir montré combien la prise en considération des variations des éléments, considérés à tort comme constants, conduit à des formules différentes de celles généralement en usage. Mais nous ajouterons bien vite que dans la pratique ces formules ne sont pas absolument utiles. La courbe $pv^K$ = constante, dans laquelle on donne à $K$ une valeur appropriée, répond à la plupart des besoins de la pratique.

**Influence de la présence de vapeurs dans le mélange tonnant.** — Les hypothèses que nous avions faites, sur l'existance de gaz parfaits, sont, nous venons de le voir, irréalisables, par suite de la variabilité des coefficients d'abord supposés fixes. Mais une autre cause vient exercer une influence perturbatrice ; c'est la présence dans le mélange tonnant, d'une certaine quantité de vapeur quand on substi-

tue aux gaz des usines ou des gazogènes des vapeurs de pétrole, d'alcool, etc.

Dans ce cas, on introduit sous le piston un certain volume d'air qui a traversé une enceinte où il s'est chargé de vapeurs

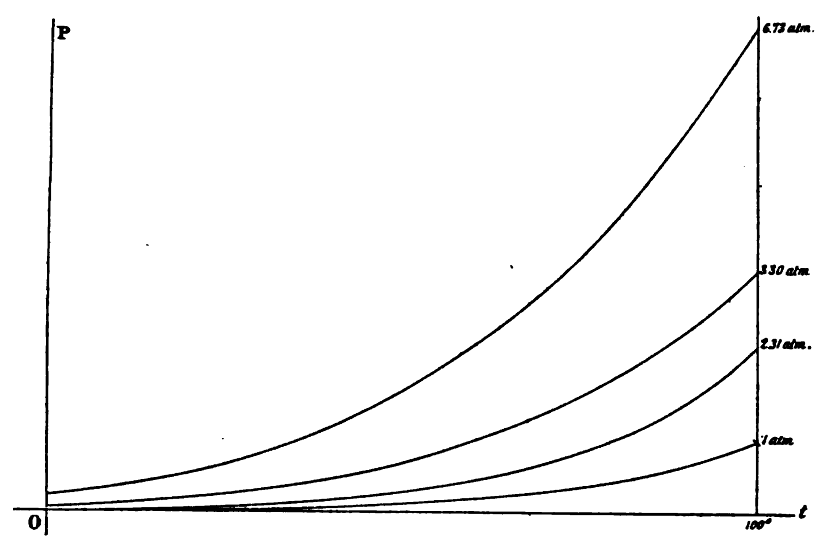



Fig. 28.

et c'est la détonation de ce mélange qui doit engendrer la force motrice.

On étudie en physique les lois de mélange de gaz et de vapeurs, et on a constaté que « la vapeur se forme dans les « gaz comme dans le vide, et que sa force élastique maxima « s'ajoute à celle du gaz » (Jamin).

Après la détonation, sauf combustion incomplète, la vapeur (alcool, éther, pétrole...) n'existe plus. On a de l'azote, de l'oxygène, de l'acide carbonique et de la vapeur d'eau. Les conditions de température et de pression sont telles, durant la phase de détente, que ces éléments, très surchauffés, se comportent comme des gaz parfaits, sauf les observations faites précédemment. Mais durant la période d'admission et

de compression, c'est-à-dire dans les limites des observations courantes de température, il n'en est plus de même.

V. Regnault, le premier, a démêlé les lois, jusqu'alors obscures, qui président à la naissance des vapeurs émises par un liquide pour lequel on fait varier la température et la pression. Bien que ses expériences aient particulièrement porté sur la vapeur d'eau, il a néanmoins observé d'autres liquides, et ses conclusions, générales dans leur ensemble, s'appliquent à l'éther, à l'alcool, au pétrole, etc., en modifiant les coefficients numériques.

La figure 28 symbolise les expériences de Regnault qui établissent la relation existant entre les pressions et les températures pour l'eau, l'alcool, le chloroforme et l'éther. Les abscisses sont les températures observées, et les ordonnées les tensions de la vapeur sur le liquide.

Les travaux de Zeuner sur la vaporisation de l'eau ont fait faire un grand pas à la question, en venant s'ajouter à ceux de Regnault. Il n'y a guère aujourd'hui qu'à suivre la route tracée.

D'une façon générale, pour produire 1 kilogramme de vapeur quelconque, à une température déterminée, sous la tension élastique maxima, il suffit de fournir :

1° La chaleur nécessaire pour porter 1 kilogramme de liquide à cette température ;

2° La quantité de chaleur nécessaire pour produire la transformation du liquide en vapeur ;

3° La chaleur nécessaire pour permettre l'expansion de la vapeur depuis le volume primitif (volume du même poids de liquide) jusqu'au volume qu'elle doit occuper à la tension considérée.

Si $q$ désigne la chaleur du liquide,

$\rho$ — — de vaporisation ;

$p$ — la tension maxima, à la température considérée ;

$u$ — l'espace engendré ;

$A = \frac{1}{E}$ — l'inverse de l'équivalent mécanique de la chaleur;

la chaleur totale a pour expression $q + \rho + Apu$;

$\rho$ est la chaleur latente interne;

$Apu$ représente la chaleur latente externe;

$r = \rho + Apu$ désigne la chaleur totale de vaporisation;

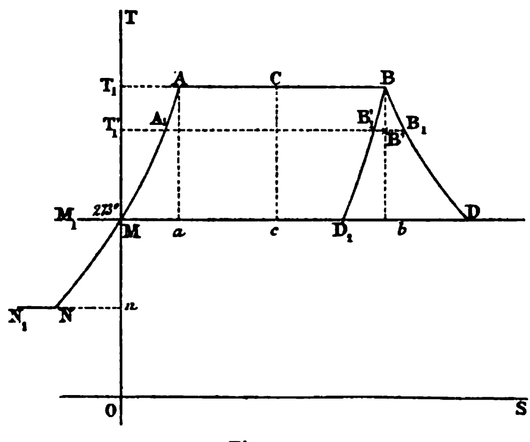



Fig. 29.

La quantité $q + \rho + Apu = \lambda$ croît lentement, au fur et à mesure que la température s'élève.

Tous ces éléments ont été déterminés pour l'eau avec précision. Malheureusement il n'en a pas été de même pour les autres liquides. Aussi nous bornons-nous à fournir des indications générales qui auraient, nous l'admettons, à être précisées dans le détail.

Le diagramme entropique figure 29 est commode pour la représentation des phénomènes. Prenons OS comme axe des entropies, et OT comme axe des températures. Soit OM = 273°, et supposons l'entropie nulle pour le zéro de l'échelle centigrade.

Échauffons le corps à l'état liquide; la température augmente jusqu'à $T_1$ par exemple. La courbe représentative

est MA. A ce moment, fournissons de la chaleur à la température $T_1$ et augmentons le volume. La pression et la température restant constantes, tout le liquide va passer à l'état de vapeur. L'entropie augmentera de *ab*. Le point figuratif ira de A en B sur une parallèle à l'axe des S. La variation a pour valeur $\frac{r}{T_1}$.

Si l'on produisait la vaporisation à une température $T_1'$, c'est-à-dire en $A_1$, la variation de l'entropie serait plus grande ou plus petite que $A_1 B'$.

Pour l'eau on a $A_1 B_1$, pour l'éther $A_1 B'_1$. La courbe BD, pour l'eau, et la courbe $BD_1$, pour l'éther, figurent les *lignes de saturation*, c'est-à-dire qu'à une température quelconque (ordonnée), elles ont pour abscisses l'entropie correspondant à la transformation totale en vapeur saturée[1].

En M nous figurons la température 273°. La variation de l'entropie qui a lieu pour la solidification serait représentées par $M_1$ M.

Pour un liquide comme l'alcool, si l'entropie est nulle à 0° centigrade, la courbe serait AMN, et la solidification (à — 130° C) serait figurée en $N_1N$.

Si, revenant à notre expérience primitive, nous ne produisons que la vaporisation d'un poids $x$, fraction de l'unité, et si AC correspond à l'augmentation de l'entropie, on aura visiblement

$$\frac{AC}{CB} = \frac{x}{1 - x}.$$

Si nous nous reportons à l'étude des vapeurs, nous verrons que nous avons désigné par $m'$ la quantité de chaleur à fournir à l'unité de poids pour élever sa température de $dt$, en la maintenant saturée, la pression croissant de $dp$.

Pour certains liquides $m'$ est négatif. Cela veut dire que

[1] Voir à cet égard les travaux de MM. Belpaire, Boulvin et *la Machine à vapeur* de M. Sauvage.

la compression de la vapeur saturée dégage de la chaleur.

Dans le cas adiabatique cette chaleur *surchauffe* le fluide. La détente produit l'effet inverse. La vapeur a besoin de chaleur pour rester à l'état saturé. Cette chaleur est fournie par la chaleur latente qu'un certain poids de fluide abandonne en se condensant.

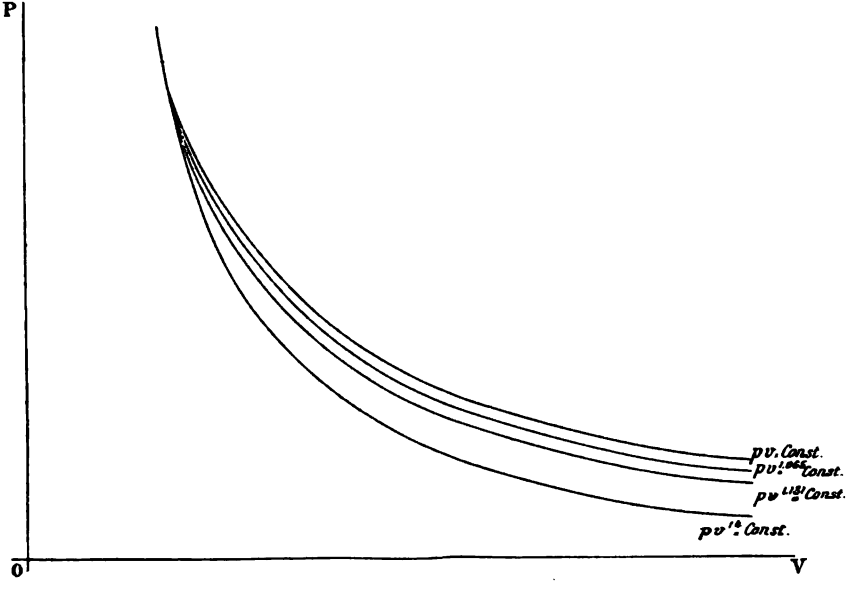



Fig. 30.

Pour les corps dont le coefficient $m'$ est positif, la variation inverse a lieu.

La figure 30, que nous empruntons à l'ouvrage de M. Sauvage, *la Machine à vapeur*, montre quatre courbes relatives à la vapeur d'eau, l'une $pv =$ const. indique la détente isotherme d'un gaz, l'autre $pv^{1,4} =$ const. en figure la détente adiabatique. Les variations de pression et de volume d'un kilogramme de vapeur d'eau saturée sèche sont représentées par $pv^{1,065} =$ const. tandis que la courbe $pv^{1,131} =$ const. figure la détente adiabatique de la vapeur d'eau saturée.

Il serait à désirer qu'on pût disposer de données suffisantes, permettant de construire des courbes analogues pour les substances (pétrole, alcool, etc.) utilisées dans les moteurs à explosion.

**Influence de la vitesse de détonation.** — Nous avons supposé dans le deuxième chapitre de ce travail que la détona-

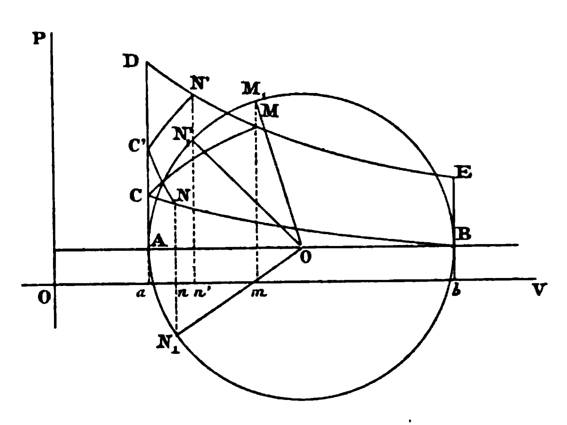



Fig. 31.

tion se produisait d'une façon absolument instantanée et que la pression maxima s'établissait sans perte de temps. Il n'en est pas ainsi, et la combustion complète du mélange, bien que se produisant fort rapidement, n'en exige pas moins un temps appréciable en comparaison de la durée des phases du moteur.

Sans chercher, pour le moment, à évaluer cette durée de l'explosion, désignons-la par $t_e$ et voyons quelles sont les conséquences de ce fait.

Prenons (fig. 31) le cas d'un moteur à quatre temps. L'admission se fait suivant AB, et la compression suivant BC. Après l'explosion, DE représente la détente, et BA l'expulsion.

Si l'explosion commence au point C, c'est-à-dire quand le

piston est en *a*, elle sera terminée au bout du temps $t_0$. Soit *m* la position du piston à cet instant. La pression sera *m*M, car les gaz brûlés occuperont l'espace O*m* et, comme dans le cas théorique, nous supposons que la chaleur produite provient de l'explosion seule et que les résidus n'ont pas cédé de chaleur aux parois.

Le mélange s'étant progressivement transformé, la pression a monté de C en M. Le diagramme BCDE est remplacé par le diagramme BCME. Le travail utile a donc été diminué du triangle curviligne CDM. AB figurant la course du piston, décrivons le cercle de diamètre AB. Il représentera pour nous le chemin décrit par le bouton de manivelle. La position *m* du piston correspond au point $M_1$ du cercle et au déplacement angulaire $AOM_1$ qui est proportionnel au temps, si le point $M_1$ se déplace avec une vitesse uniforme, ce qui est le but cherché.

Supposons maintenant qu'il y ait avance à l'explosion, c'est-à-dire que la combustion du mélange commence pour une position *n* du piston, qui correspond au point N du diagramme et à la position $N_1$ du bouton de manivelle.

Quand le piston sera à fond de course au bout d'un temps $t'$ proportionnel à l'angle $N_1OA$, une portion du mélange sera déjà combinée.

Nous avons désigné la pression en C par $P_2$ et la pression en D par $P_3$ dans le diagramme théorique. Dédoublant le phénomène, on peut admettre que la pression totale est la somme des deux pressions :

L'une due à l'expansion des produits transformés;

L'autre due à la diminution du volume sous le piston.

Il est vrai qu'à partir de la position *n*, il y a eu compression adiabatique de gaz soumis à un régime complexe. La proportion de la partie non combinée diminue à chaque instant tandis que le quantum des produits transformés augmente progressivement.

Enfin l'élévation de température et de pression fait varier la vitesse de combustion, si bien que ces variations de régime échappent au calcul, faute de connaître suffisamment les phases du phénomène.

Si nous appelons $N_1 N'_1$ l'arc décrit dans le temps $t_e$ l'explosion sera terminée en N' pour la position $N'_1$ du bouton de manivelle et la position *n'* du piston. La pression variera de C' en N'. Le diagramme représentatif deviendra BNC'N'EB.

Comparons le cas de l'explosion sans avance (position C) avec celui où elle a lieu avant que le piston ne soit à fond de course.

L'arc $N_1N'_1$ est égal à l'arc $AM_1$ car tous deux représentent le déplacement du bouton de manivelle pendant le temps $t_e$, durée de l'explosion. Ils se composent d'une partie commune $AN'_1$ et l'arc $AN_1$ est égal à l'arc $N'_1M_1$. On voit que *an* projection de $AN_1$ sur OV est moindre que *n'm* projection de $N'_1M_1$ sur la même ligne. Donc les perturbations dues à la non-instantanéité de l'explosion agiront, pendant le même temps, sur des volumes différents engendrés par le piston. Aussi, *en se tenant dans des limites convenables*, trouve-t-on que la surface BNC'N'E est supérieure à la surface BCME. Dans le cas d'une avance raisonnable à l'explosion, la réduction du diagramme théorique peut donc être moindre que si l'explosion avait lieu à fond de course. Il y a par suite diminution moindre du rendement, et l'on se rapproche un peu plus des conditions d'explosion à volume constant.

**Temps requis pour que la détonation soit complète.** — C'est au moyen d'observations directes que l'on a pu jeter quelque lumière sur cette question encore obscure. MM. Berthelot et Vieille ont montré qu'avec certains mélanges la déflagration était excessivement rapide. A partir du point

d'ignition il se forme une sorte d'onde explosive qui se transmet avec une grande vitesse.

Nous nous bornons à mentionner ce cas, qui n'est pas celui des moteurs à gaz.

MM. Mallard et Lechatelier, Aimé Witz en France, Slaby et Meyer en Allemagne, Grover en Angleterre, etc., etc., ont, grâce à leurs expériences, tracé les grandes lignes du phénomène, s'ils ne l'ont pas déterminé dans les détails. Nous signalons particulièrement les recherches de M. Witz qui a consigné ses résultats dans son remarquable ouvrage sur les moteurs à gaz et à pétrole, auquel nous emprunterons les tableaux qui vont suivre.

On conçoit que les conditions dans lesquelles se produit l'explosion viennent en altérer la marche et qu'on doive tenir compte :

1° De la nature du mélange ;

2° De sa température ;

3° De son degré de compression.

Enfin le régime de la phase n'est pas sans influence sur le résultat obtenu. Comme la durée de l'explosion est comparable à celle du déplacement du piston, si la combustion commence avant que celui-ci ne soit à fond de course, le phénomène commencera pendant une période de compression, tandis qu'il s'achèvera dans un espace devenant de plus en plus grand. Si l'ignition se produisait au point mort on n'aurait à considérer que cette seconde période.

M. Aimé Witz a, dans une série d'expériences très étudiées, montré que la vitesse de déflagration est fonction de la vitesse de détente, et par suite fonction de la vitesse du piston.

Avec un mélange de 1 volume d'oxyde de carbone et 2,675 volumes d'air qu'il fait détoner dans une machine à gaz il trouve :

| Durée de l'explosion. | Vitesse du piston à la seconde. |
|---|---|
| 0,17 seconde | 1,5 mètres |
| 0,12 | 2,15 |
| 0,11 | 2,35 |
| 0,08 | 3,25 |
| 0,05 | 5,20 |
| 0,045 | 5,60 |

La course était de 254 millimètres dans le premier cas, de 258 dans les autres ; cela correspond donc au tableau.

| Durée de l'explosion. | Vitesse du piston. | Nombre de tours par seconde. | Durée d'une oscillation double. |
|---|---|---|---|
| 0,17 sec. | 1,5 m. | 2,90 | c,3 sec. |
| 0,12 | 2,15 | 4,16 | 0,24 |
| 0,11 | 2,35 | 4,55 | 0,21 |
| 0,08 | 3,25 | 6,30 | 0,16 |
| 0,05 | 5,20 | 10,07 | 0,10 |
| 0,045 | 5,60 | 10,85 | 0,09 |

Il est à remarquer que, dans tous les cas, la durée de l'explosion est la moitié de la durée d'une révolution de l'arbre moteur, c'est-à-dire qu'elle est à peu près égale à la durée d'une course.

Il est bien évident que nous considérons les vitesses du piston comme des *vitesses moyennes* puisque, si l'axe moteur est animé d'une vitesse de rotation uniforme, *les oscillations du piston sont pendulaires*.

Une autre expérience de M. A. Witz a porté sur un mélange de 1 volume de gaz d'éclairage et 6,33 volumes d'air. Les résultats ont été les suivants :

| Durée de l'explosion. | Course. | Vitesse du piston. | Révolutions par seconde. | Durée d'une révolution. |
|---|---|---|---|---|
| 0,15 sec. | 259 mm. | 1,7 m. | 3,26 | 0,30 |
| 0,09 | — | 2,9 | 5,50 | 0,18 |
| 0,06 | — | 4,3 | 8,25 | 0,12 |
| 0,06 | 280 | 4,8 | 8,56 | 0,118 |

Nous trouvons, ici encore, la même durée relative cons-

tante de l'explosion par rapport à la durée d'une phase de l'organe moteur.

A côté de la constatation de durée qui avait bien son intérêt, M. Witz a pu formuler deux lois très intéressantes :

1° L'utilisation croît avec la vitesse de détente ;

2° La combustion des mélanges tonnants est d'autant plus rapide que la vitesse de détente est plus grande.

Nous croyons intéressant de remarquer en passant que la vitesse plus grande du piston détermine une compression plus rapide, et par suite qu'il y a là tendance à élever la température du mélange comprimé.

Cette question de la température des gaz au moment de l'explosion est capitale.

Remarquons tout d'abord qu'elle peut comporter deux parties bien distinctes :

1° L'échauffement a lieu avant l'introduction dans le cylindre ;

2° L'échauffement est postérieur à l'introduction.

Dans le premier cas, le poids introduit (volume du cylindre) est fonction de la densité et par suite de la température. On admet donc, en poids, moins de gaz chaud que de gaz froid. Malgré cette perte à l'admission, M. Witz a constaté que la détonation se produisait bien plus rapidement. M. Petréano est arrivé à des conclusions semblables.

Les deux expérimentateurs ont trouvé, dans ce cas, que la corne du diagramme C'DN' diminue d'autant moins que les gaz admis sont plus chauds.

Dans le second cas, le poids admis est le même, puisque l'introduction a lieu à la même température. M. Grover a montré que, dans un moteur à quatre temps, où les gaz admis sont dilués dans le résidu de combustion remplissant l'espace nuisible, l'explosion était plus rapide que dans un moteur à six temps comportant un balayage par l'air, le

mélange tonnant étant dans ce cas additionné d'un volume d'air qui remplace un égal volume de produits résiduels.

Pour nous il n'est pas douteux qu'au contact des produits résiduels, à haute température, les gaz n'empruntent du calorique, ce qu'ils ne pouvaient faire au contact de l'air de lavage. Nous retrouvons ici encore l'influence de la température.

Dans ce sens nous avons proposé de transformer le moteur en quatre temps en moteur à six temps de la façon suivante :

1re phase, admission ;
2e phase, compression ;
3e phase, détente ;
4e phase, recompression ;
5e phase, explosion et détente ;
6e phase, expulsion.

Le mélange, introduit dans le cylindre, y reste beaucoup plus longtemps. Après la compression, nous suspendons l'allumage et laissons le moteur faire un tour.

Non seulement les gaz se brassent et se mélangent plus intimement, mais ils s'échauffent aux dépens de la paroi. Nous savons parfaitement qu'on refroidit ainsi la paroi, ce qui est théoriquement mauvais, mais cet inconvénient est largement contre-balancé par l'atténuation d'autres défauts dus à la nécessité de maintenir le mécanisme en bon état. De plus, *la température d'un même poids de gaz augmente*, ce qui détermine d'abord une plus grande vitesse d'explosion et ensuite une pression finale plus élevée.

M. Meyer, en expérimentant la vapeur de pétrole mélangée d'air, a trouvé que dans un moteur de 12 chevaux faisant environ 180 tours par minute, c'est-à-dire 3 tours à la seconde, la vitesse de déflagration a varié de 30 à 40 millièmes de seconde.

Avec un moteur de 2 chevaux tournant à 230 ou 240 tours

(4 tours à la seconde), la durée de l'explosion a oscillé entre 15 et 30 millièmes de seconde.

Dans cette série d'expériences la durée de l'explosion semble avoir été le 1/10e de la durée d'une révolution. L'explosion aurait donc été cinq fois plus rapide que dans les expériences de M. Aimé Witz.

La nature du mélange agit directement sur la durée de l'explosion, les mélanges riches brûlant plus rapidement que les mélanges pauvres. La pression intervient également, et l'augmentation de son intensité favorise la rapidité de combinaison.

Dans un mélange la détonation aura lieu :

1° Si ce mélange peut se transformer en un de ses points par simple élévation de température ;

2° Si la température dégagée par les actions chimiques qui se produisent, est suffisamment élevée pour permettre la combinaison de la couche immédiatement en contact.

Lorsque le gaz d'éclairage (cela dépend évidemment de sa composition) se trouve mélangé à moins de 3,7 fois ou à plus de 13 fois son volume d'air, la détonation n'a pas lieu, si l'inflammation est produite par l'étincelle d'induction. Le maximum d'inflammabilité semble exister pour un mélange tenant : 1 vol. de gaz et 6,33 vol. d'air.

Lorsque 1 vol. de gaz est mélangé à plus de 13 vol. mais moins de 16 vol. d'air, l'étincelle d'induction ne provoque pas la détonation qui cependant peut encore avoir lieu au contact d'un dard de chalumeau.

Ces résultats correspondent à la pression atmosphérique. « Mais, ajoute M. Witz, la combustibilité augmente avec la « pression ; c'est un effet que nous expliquons sans peine « par le rapprochement des molécules et surtout par la di- « minution des surfaces refroidissantes pour une même « masse de fluide : l'influence de la paroi est évidemment « réduite pour l'augmentation de la masse combustible dans « un volume donné. »

Ajoutons que la compression, généralement rapide, détermine une augmentation de température, fonction qui n'est pas à négliger.

MM. Mallard et Lechatelier ont constaté qu'avec des mélanges pauvres la vitesse de propagation ne dépassait guère 0,25 m. à la seconde, tandis qu'elle atteignait 1,25 m. avec des mélanges plus riches. Dans un mélange d'air et d'hydrogène tenant 30 p. 100 de ce dernier gaz, la vitesse de propagation a atteint 4,35 m. à 10° C.

M. Witz a recueilli des observations dans lesquelles la vitesse de propagation a varié de 0,25 m. à 4,60 m., et il a pu constater l'influence de la vitesse de détente (air et gaz d'éclairage).

**Influence de l'échappement.** — L'échappement, que nous avons supposé instantané, prend un certain temps pour s'effectuer, et ce temps, nécessaire, est une nouvelle cause de perturbation.

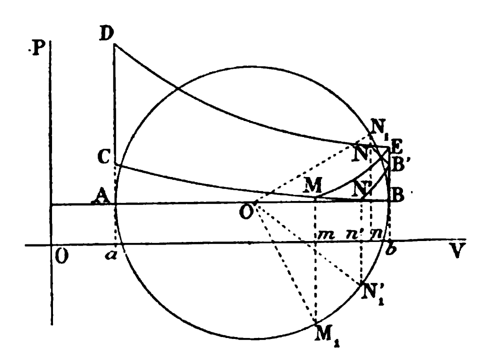



Fig. 32.

Dans la figure 32 nous représentons le diagramme théorique BCDE, et nous décrivons sur AB (course du piston), comme diamètre, un cercle dont la circonférence représente le lieu des positions du bouton de manivelle.

Si l'échappement a lieu à partir de E, le bouton de manivelle étant en B, il sera terminé pour la position $M_1$, c'est-à-dire en M sur le diagramme dont la surface utile sera diminuée de l'aire BME. Il y a intérêt à donner une légère avance à l'exhaustion qui commencera en N (position $N_1$ du bouton de manivelle), se prolongera en B′ (position B du bouton) et finira en N′ quand la manivelle sera venue en $N_1'$.

L'expulsion commence à une pression un peu plus élevée, quand il y a avance à l'exhaustion. L'orifice d'exhaustion est fourni par la soupape ; quant à la vitesse elle dépend de l'excès de pression (dans le cylindre) sur la pression atmosphérique, car les gaz sont évacués à l'air libre.

Il y a donc là une cause qui tend à réduire la surface du diagramme en atténuant les angles extrêmes, tout comme la non-instantanéité de l'explosion tendait à le diminuer dans la zone supérieure.

**Influence des orifices.** — Après avoir examiné l'importance des facteurs des positions extrêmes, venons-en à ce qui se passe durant les périodes d'admission et d'exhaustion.

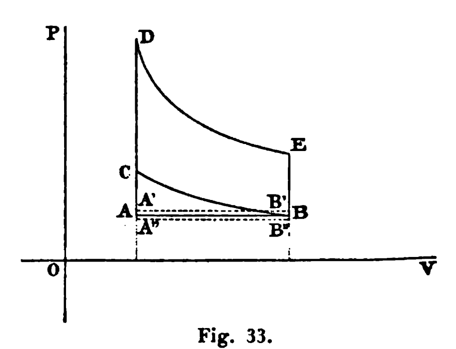


Fig. 33.

Dans le premier cas il y a aspiration, dans le second refoulement. Les gaz sont obligés de passer à travers des orifices de faible section. Nous avons supposé que ces deux phases s'accomplissaient à la pression atmosphérique, mais c'est encore là une inexactitude. Il y a dépression pendant l'admission, et légère compression pendant l'échappement. Donc (fig. 33) la ligne d'admission AB sera remplacée par la ligne

A′B′ durant la première phase, et par la ligne A″B″ durant la dernière. On a donc à tenir compte d'un léger travail négatif représenté par le rectangle A′B′A″B″. Cet élément perturbateur est bien peu de chose dans la pratique, surtout avec des orifices suffisamment larges et convenablement disposés.

**Influence des parois.** — Jusqu'à présent nous avons admis que les parois du cylindre ne pouvaient ni céder ni emprunter de la chaleur à la masse gazeuse. Or il est fort loin d'en être ainsi.

La température très élevée qui suit la détonation détermine rapidement l'échauffement de l'enceinte. Théoriquement cet échauffement est une bonne chose, car les pertes ultérieures seront d'autant moindres que l'équilibre thermique entre les gaz et le récipient sera moins troublé, et il serait à désirer que la température des parois fût telle que ces fluides fussent incapables de se refroidir par contact. Dans ce cas, on se rapprocherait de la détente adiabatique.

Mais si l'on ne prenait des précautions contre l'échauffement exagéré du cylindre, on ne tarderait pas à observer des inconvénients de toutes sortes. La lubrification ne pourrait se faire, des grippages se produiraient, etc., etc. Enfin, chose très grave, l'oxygène de l'air, existant dans le mélange tonnant, ne tarderait pas à attaquer le métal, et, au bout d'un temps très court, le piston serait hors de service.

De là, la nécessité de refroidir le cylindre, soit au moyen d'ailettes métalliques, pour les petits moteurs, soit au moyen d'une circulation d'eau pour les machines plus puissantes.

Il en résulte donc qu'à partir du moment où l'explosion se produit, et jusqu'à l'expulsion des gaz, ceux-ci perdent de l'énergie qui est absorbée par les parois du cylindre et qui se dissipe dans l'atmosphère, ou qui est entraînée par l'eau de circulation.

Des expériences faites par MM. Aimé Witz, Tresca, Cart-

wright, Stewart et Brooks, etc., ont montré qu'on perdait de ce fait de 40 à 50 p. 100 de la chaleur totale de combustion. Ce fait étant acquis, il importe de se rendre compte de la façon dont cette perte a lieu. Il est évident qu'elle est fonction du temps pendant lequel les gaz restent en contact avec les parois, et du développement de la surface de ces parois par rapport à la masse gazeuse.

M. A. Witz a procédé à une série d'expériences dont nous extrayons les deux tableaux suivants :

*Mélange de 1 volume de gaz d'éclairage avec 9,4 volumes d'air.*

| DURÉE de l'explosion. | COURSE du piston. | VITESSE du piston. | TRAVAIL théorique. | TRAVAIL indiqué au diagramme. | UTILISATION |
|---|---|---|---|---|---|
| 0s,48 | 122mm | 0m,25 | 446kgm | 5,3kgm | 1,2 p. 100 |
| 0s,47 | 127 | 0m,27 | » | 5,3 | 1,2 |
| 0s,40 | » | 0m,32 | » | 7,0 | 1,5 |
| 0s,39 | 132 | 0m,34 | » | 6,6 | 1,4 |
| 0s,31 | 140 | 0m,45 | » | 7,8 | 1,7 |
| 0s,23 | 147 | 0m,64 | » | 10,8 | 2,4 |

*Mélange de 1 volume de gaz d'éclairage et de 6,35 volume d'air.*

| DURÉE de l'explosion. | COURSE du piston. | VITESSE du piston. | TRAVAIL théorique. | TRAVAIL relevé au diagramme. | UTILISATION |
|---|---|---|---|---|---|
| 0s,15 | 259mm | 1m,7 | 633kgm | 17,6kgm | 2,7 p. 100 |
| 0s,09 | » | 2m,9 | » | 40,1 | 6,2 |
| 0s,06 | » | 4m,3 | » | 50,5 | 7,9 |
| 0s,06 | 280 | 4m,8 | » | 50,7 | 9,3 |

On voit très nettement que l'*utilisation* augmente avec la vitesse du piston, c'est-à-dire en raison inverse du temps de contact des gaz chauds avec la paroi.

La conclusion est qu'une machine à gaz doit être conduite très vite pour soustraire les fluides chauds aux influences refroidissantes, puisque la nécessité de conserver le mécanisme en bon état impose l'obligation de maintenir l'enveloppe à une température relativement peu élevée.

Mais il est à remarquer que cette *chute thermique* a lieu suivant la surface de contact, et qu'elle sera d'autant plus grande que cette surface sera plus développée. Il y a donc intérêt à réduire la surface par rapport au volume, en ayant bien soin de se rappeler que cette transformation ne doit pas s'effectuer au prix d'un raccourcissement de la détente ; cela veut dire que le volume du cylindre représenté par $\lambda$ doit conserver vis-à-vis de $u$, espace nuisible, une valeur convenable.

L'augmentation de la compression a pour effet d'élever la température des gaz, et de déterminer une déflagration plus rapide. Il en résulte une température maxima plus élevée, et une énergie disponible plus grande. La vitesse du piston augmentant sous cette influence, la durée de contact des gaz chauds avec la paroi se trouve diminuée de ce chef, et le rendement ne peut qu'en profiter.

L'influence des gaz remplissant l'*espace nuisible* est également à considérer. Par leur température ils élèvent celle du mélange comprimé au moment de la détonation, mais, après, ils doivent s'échauffer aux dépens de la chaleur dégagée dans l'explosion. Au point de vue thermique, ils valent donc mieux que de l'air froid admis de l'extérieur dans le but de balayer les produits résiduels. Aussi M. Grover a pu constater que la détonation était plus rapide dans le premier cas.

La figure 34 que nous empruntons à l'ouvrage de M. Witz, montre trois courbes obtenues en prenant les temps pour abscisses et les pressions pour ordonnées. La courbe A se rapporte à un mélange de 1 vol. de gaz et 15 vol. d'air. La

courbe B et la courbe C s'appliquent à des mélanges obtenus en substituant à l'air du cas précédent 18 à 20 p. 100 de gaz brûlés.

Pour nous, les gaz, devenus inertes, agissent en apportant du calorique au mélange, et en en facilitant ainsi la détonation.

MM. Salanson et Dubuchy ont, après des études très sérieuses, formulé les règles suivantes :

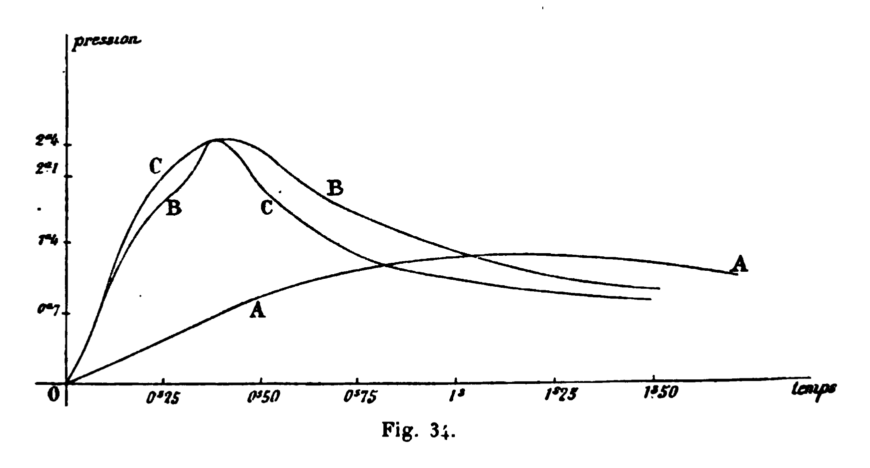



Fig. 34.

1° On doit employer dans les moteurs à gaz des mélanges au dosage le plus faible possible ; il n'y a de limite à cet égard, que la limite même d'inflammabilité du mélange ;

2° On doit chercher à avoir une pression initiale au cylindre la plus faible possible à la température la plus basse possible ;

3° Une stratification bien comprise permet d'abaisser le dosage moyen ; on arrive au même résultat par l'emploi de détonateurs plus actifs pour l'inflammation.

Ces règles visent non pas le moyen d'obtenir l'effet maximum avec un moteur donné, mais la façon d'améliorer le rendement avec un poids de gaz déterminé. Elles montrent qu'il faut, pour ne pas trop élever la température du

cylindre, réduire la température finale de l'explosion afin de diminuer la chute thermique des fluides actifs. Il revient au même, théoriquement, de laisser monter la température des gaz en élevant celle de l'enceinte. Toutefois, il y a lieu de tenir compte de la difficulté d'entretien du mécanisme.

Quant à la troisième proposition elle revient à dire ceci : le mélange tonnant n'étant pas homogène, il peut arriver que pour un dosage pauvre, certaines zones échappent par leur nature à l'action du détonateur ; il faut donc que le détonateur agisse sur une zone, explosive sous son action, et la déflagration de celle-ci déterminera la combustion du reste de la masse.

Dans le moteur à six temps comportant :

*Admission*, *compression*, *détente*, *recompression*, *explosion et détente*, *expulsion*, il est à remarquer qu'on satisfait en quelque sorte à la double exigence.

Le métal est refroidi durant les deux phases supplémentaires, tant par le contact du gaz que par le rayonnement ou la circulation d'eau. Après l'explosion, il ne récupérera qu'une portion de l'énergie empruntée, par suite sa température finale sera abaissée. Au contraire, les gaz emprunteront un peu de calorique et subiront un meilleur brassage, ce qui assurera la rapidité de l'explosion. De ce chef on doit donc s'attendre à un meilleur rendement *pour la consommation d'un même poids de gaz.*

Enfin au point de vue des voitures automobiles, on diminuera la circulation d'eau, si, dans certains cas, on ne la supprime pas tout à fait, et il y a là un intérêt capital.

**Courbes de détente et de compression.** — Dans la partie théorique de ce travail nous avons supposé que les gaz se détendaient adiabatiquement suivant la loi $pv^{\gamma} =$ const. formule dans laquelle $p$ désigne la pression, $v$ le volume et $\gamma$ un

coefficient de valeur 1,40 égal au rapport des chaleurs spécifiques à pression constante et à volume constant.

Or, nous venons de voir que la détente adiabatique était impossible à réaliser. Dans la pratique, en relevant les courbes au moyen d'indicateurs spéciaux, on constate qu'elles peuvent se représenter par une équation $pv^K =$ const., en donnant à K une valeur convenablement choisie.

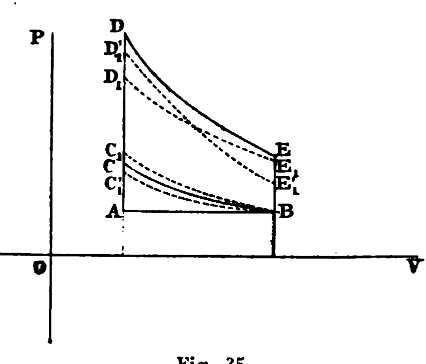


Fig. 35.

Reprenons (fig. 35) le diagramme théorique ABCDE, et supposons que l'explosion soit instantanée.

Tout d'abord la température et la pression resteront au-dessous des chiffres théoriques. Donc la corne du diagramme s'arrêtera en $D_1$ ou $D_1'$.

Suivant la combinaison du mélange, suivant la température finale atteinte et suivant le régime calorifique des parois, il est évident que la quantité de chaleur perdue ne sera pas constante durant les déplacements égaux du piston. D'une façon générale cette quantité augmentera, et la courbe de détente restera au-dessous de la courbe adiabatique. Fréquemment on aura une courbe $D'_1 E'_1$ dont les ordonnées décroîtront plus vite que celles d'une adiabatique et d'équation $pv^K =$ const. Dans ce cas, K sera supérieur à $\gamma$.

Mais il peut arriver, surtout pour des mélanges pauvres, que la plus forte proportion de calorique se perde au début de l'opération, car il ne faut pas oublier que la perte est fonction de l'excès de température. Dans ce cas, on arriverait à des courbes $D_1E_1$ pour lesquelles K serait inférieur à $\gamma$.

A cet égard citons quelques expériences relatives à des moteurs types Otto, Clerk, Kœrting, etc.

MM. Ayrton et Perry ont trouvé : K = 1,47 ;

MM. Kidwell et Keller : K = 1,4385 ;

M. Witz : K = 1,50, K = 1,55, K = 1,517, K = 1,586 ;

M. Schœttler a même trouvé : K = 2,600 ;

Par contre on a relevé des valeurs de 1,080 et 1,33.

D'après M. Witz, la valeur de K croît quand la température de l'enceinte diminue.

La compression des gaz, durant la deuxième phase, s'effectue dans une enceinte susceptible de leur céder de la chaleur ; la température s'élevant, la pression varie dans le même sens. Au lieu de BC (fig. 35), on a $BC_1$ courbe d'équation $pv^K$ = const. MM. Kidwell et Keller ont trouvé dans ce cas K = 1,53.

M. Slaby, professeur à l'École industrielle de Berlin, a travaillé très sérieusement cette question. Il a trouvé que l'exposant K variait avec la vitesse du moteur.

Pour la compression il prenait :

| | | | | |
|---|---|---|---|---|
| K = 1,290 | pour | 100 | révolutions | du moteur. |
| 1,289 | | 150 | — | — |
| 1,287 | | 200 | — | — |

Ici K est plus petit que $\gamma$. Ce résultat est différent de celui obtenu par MM. Kidwell et Keller. Il paraît y avoir cession de chaleur à la paroi. La courbe serait de forme $BC'_1$ (fig. 35).

Pour la détente, M. Slaby a trouvé :

| | | | | |
|---|---|---|---|---|
| K = 1,61 | pour | 110 | révolutions | du moteur. |
| K = 1,59 | — | 163 | — | — |
| K = 1,54 | — | 156 | — | — |
| K = 1,53 | — | 163 | — | — |
| K = 1,52 | — | 174 | — | — |

La courbe se rapproche d'autant plus de l'adiabatique que

la vitesse est plus grande. Donc la perte par les parois décroît quand la vitesse augmente, et cela se comprend puisque la durée du contact diminue en même temps.

Enfin, voici quelques valeurs de K relevées par divers observateurs.

| MOTEURS | VALEUR DE K pour la détente. | VALEUR DE K pour la compression. |
|---|---|---|
| Atkinson | 1,305 | 1,399 |
| Griffin | 1,373 | 1,245 |
| Griffin | 1,350 | 1,262 |
| Atkinson | 1,264 | 1,205 |
| Crossley | 1,435 | 1,380 |
| Ayrton et Perry | 1,479 | 1,301 |
| Capper | 1,374 | 1,302 |

Des polémiques se sont fréquemment engagées au sujet des diverses valeurs trouvées pour K. On s'est jeté à la tête des arguments plus ou moins sérieux, exprimés sous une forme plus ou moins vive.

Constatons seulement la divergence des opinions existantes et la difficulté d'arriver à une entente parfaite.

Chemin faisant nous hasarderons une observation.

Lorsque l'on observe un moteur tournant à 180 tours, cela correspond à 360 courses simples, pendant soixante secondes. Donc chaque course simple dure $0^s,166$, soit moins de 1/5 de seconde. C'est pendant ce laps de temps très court que l'indicateur doit enregistrer la courbe qui correspond au déplacement du piston d'un fond de course à l'autre.

Quelle que soit la perfection des instruments employés, est-on bien sûr que le tracé obtenu corresponde toujours à une représentation mathématique des faits ?

En ce qui nous concerne, nous tenons les diagrammes tracés, *dans ces conditions*, pour d'excellentes indications, mais non pas pour l'expression constante et absolue de la vérité.

Les causes d'erreurs sont trop nombreuses pour qu'on se dispute sur les résultats obtenus. Deux indicateurs peuvent enregistrer deux diagrammes légèrement dissemblables, deux observateurs peuvent par suite différer sur la valeur à donner à K. Cela est sans grande importance. Au lieu d'entamer des polémiques où chacun s'entête, quelquefois avec raison mais souvent à tort, dans son opinion, nous estimons qu'il vaudrait mieux procéder à quelques expériences contradictoires durant lesquelles on se mettrait vite d'accord !

**Influence du dosage des mélanges.** — La marche du moteur dépend de la composition du mélange tonnant. Plus celui-ci sera actif, meilleures seront les conditions d'utilisation, plus la puissance du moteur augmentera, et meilleur sera le rendement.

Mais il faut s'entendre sur les conditions d'utilisation.

Tout d'abord, il ne faut pas oublier que les parois du cylindre peuvent être souvent à des températures élevées, et qu'un mélange très explosif trop vivement comprimé pourrait détoner spontanément.

D'autre part, si l'on a un volume total V, appelons $v$ le volume de gaz actif introduit. Supposons qu'il faille $n$ volumes d'air pour transformer complètement 1 volume de gaz. Il faut donc avoir $v$ de gaz et $nv$ d'air soit en tout $(n + 1) v$ volumes de produits utiles. Donc sur le volume V il y aura un volume $V - (n + 1) v$ qui sera sans action.

Certains ingénieurs disent que ces gaz passifs doivent être fournis par les résidus de l'explosion précédente. Ce sont les partisans de la théorie dilutioniste.

D'autres affirment qu'il faut expulser ces produits par une chasse d'air faite à un moment convenable. Ce sont les anti-dilutionistes. (Il est pourtant à remarquer que l'air introduit se mélange aux gaz actifs.) M. E. Dowson, qui appartient à cette dernière école prétend :

1° Qu'on active la détonation et la combustion ;

2° Qu'on augmente la puissance ;

3° Qu'on évite les allumages prématurés et les ratés ;

4° Que les gaz résiduels dilatent l'admission dont on réduit ainsi le poids ;

5° Que ces avantages s'accentuent avec les gaz pauvres.

D'autre part, M. Grover a cru pouvoir affirmer, d'après ses expériences :

1° Que la pression finale est plus considérable quand l'air est à peine en excès ;

2° Qu'il y a souvent intérêt à remplacer l'air en excès par des gaz chauds de l'explosion précédente ; qu'on augmente souvent la pression finale en diminuant la durée de l'explosion.

Jusqu'à présent la preuve définitive n'est pas faite. D'ailleurs, il se peut que telle marche soit avantageuse dans un cas, et qu'on puisse dans un autre cas lui substituer une autre méthode pour obtenir un meilleur rendement. Quoi qu'il en soit, il est intéressant de voir combien on s'occupe d'une question qui ne peut que progresser au milieu de discussions courtoises.

Un point qui paraît hors de doute, est l'avantage de produire une forte compression. Si l'on veut bien se reporter aux calculs que nous avons établis et aux diagrammes que nous avons tracés, le fait paraîtra évident.

Enfin remarquons que la combustion doit être complète, car si une portion du mélange échappe à la combinaison, il y a perte sèche de combustible. Cela se produira avec une compression insuffisante, un mélange à la limite d'explosibilité, une dilution trop grande du mélange, etc., etc., sans compter les causes mécaniques, que nous ne mentionnons ici que pour mémoire.

A cette question du dosage, se rattache celle de l'homogénéité du mélange. Nous nous bornons à la signaler, et

renvoyons, à cet égard, aux travaux de MM. Denayrouse et Bandsept.

On consultera avec fruit l'ouvrage de M. A. Witz qui traite longuement cette question.

**Pertes à l'échappement.** — Nous n'avons ici qu'à les mentionner en quelque sorte, car nous avons, dans la partie théorique, montré quelle forte proportion d'énergie est perdue lors de l'évacuation des produits de la combustion. Les gaz s'échappent à très haute température, et l'échappement commence à une pression encore élevée.

Nous ne pouvons pas considérer ces pertes à l'échappement, comme une imperfection des cycles, puisque nous en avons tenu compte dans la partie théorique.

**Diagrammes représentatifs.** — Nous pouvons maintenant, avec ce que nous savons, construire le diagramme d'un

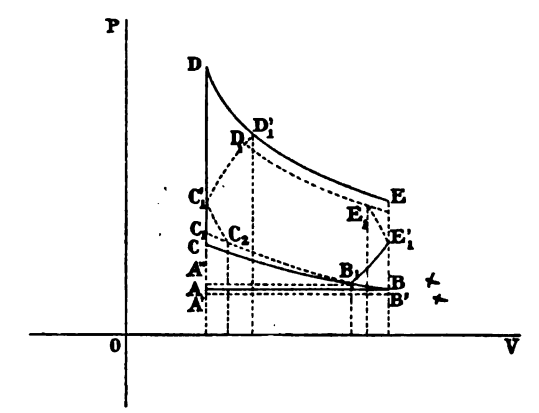



Fig. 36.

moteur à gaz. Reprenons (fig. 36) le cycle théorique ABCDE d'un moteur à quatre temps[1] :

[1] Nous supposons une avance à l'explosion et un échappement anticipé, ce qui pourrait ne pas avoir lieu. La figure 36 est purement schématique et le diagramme $B_1C_2C'_1D_1E_1E'_1D_1$ est bien loin de coïncider avec les formes relevées au moyen d'indicateurs.

1° L'admission se fera un peu au-dessous de la pression atmosphérique, et sera représentée par une ligne située un peu au-dessous de AB;

2° La compression, au lieu de se faire suivant BC, se fera suivant $BC_1$;

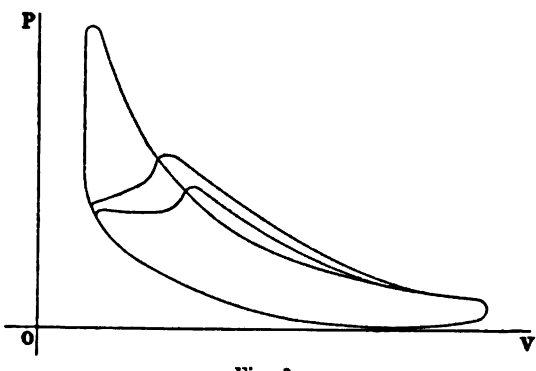



Fig. 37.

3° L'explosion commencera en un point $C_2$. La pression montera de $C_2$ en $C'_1$;

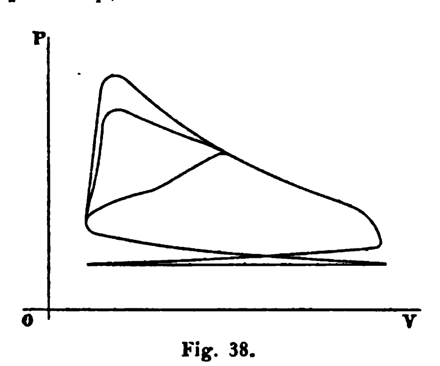



Fig. 38.

4° L'explosion se continuera suivant $C'_1D'_1$ pour s'arrêter en $D_1$ sans atteindre la température maxima théorique correspondant à $D'_1$;

5° La détente se fera suivant une courbe $pv^K =$ const. figurée en $D_1E_1$.

6° L'échappement commencera en un point $E_1$, et se continuera jusqu'en $E'_1$ ;

7° L'échappement se terminera de $E'_1$ en $B_1$ ;

8° L'expulsion se fera à une pression un peu supérieure

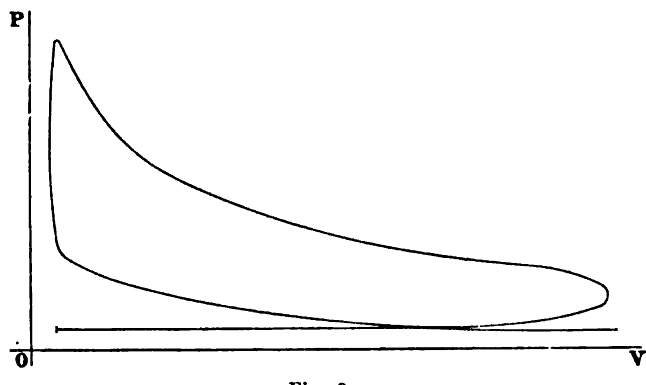


Fig. 39.

à la pression atmosphérique, et sera représentée par une ligne tracée un peu au-dessus de AB.

Les figures 37, 38 et 39 donnent des courbes relevées sur des moteurs avec des indicateurs *ad hoc.*

La représentation entropique subira aussi une modification. Dans le cas théorique (fig. 40), le diagramme entropique est ABCD.

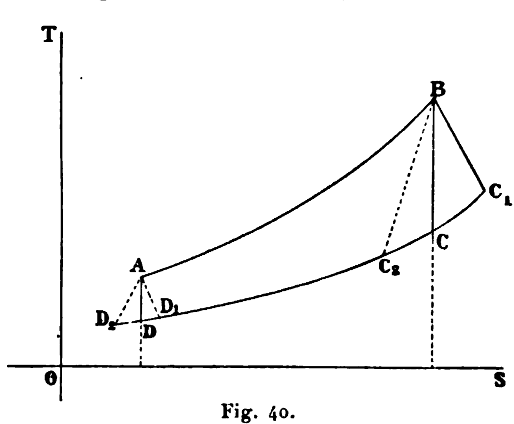


Fig. 40.

Pour la phase explosive, nous aurons toujours une courbe analogue à AB.

A partir de ce point, la détente est caractérisée par $pv^K =$ const. L'entropie a pour valeur $S_1 - S_2 = c \frac{K - \gamma}{K - 1} L \frac{T_2}{T_1}$.

$T_2$ est la température à la fin de l'explosion, et $T_f$ la température au moment de l'échappement. K — 1 est toujours positif. On a aussi $T_2 > T_f$, donc le signe de la variation dépend de K — $\gamma$. Nous avons vu que K était tantôt supérieur, tantôt inférieur à $\gamma$. Donc la ligne BC pourra être remplacée soit par $BC_1$, soit par $BC_2$.

De même, pour la période de compression correspondant à AD, on pourra avoir l'arc $AD_1$ ou l'arc $AD_2$ suivant les cas.

Ici l'influence des parois n'est plus négligeable, et le réchauffement ou le refroidissement des gaz, au contact de l'enceinte, est susceptible de prendre une importance notable.

**Pertes totales dans les moteurs à gaz.** — Après l'analyse que nous venons de faire, nous voyons que la chaleur fournie par les gaz, après l'explosion, peut se diviser en trois parties :

1° Le calorique transformé en travail ;

2° Le calorique évacué avec les gaz qui sortent du cylindre ;

3° Le calorique absorbé par les parois.

Voici quelques résultats relatifs aux moteurs Otto.

| | D'APRÈS MM. Thurston et Cartwright. | D'APRÈS MM. Brooks et Stewart. | D'APRÈS MM. Kidwell et Keller. |
|---|---|---|---|
| Chaleur emportée par l'eau de circulation . . . . . . | 46,90 | 52,00 | 50,16 |
| Perte par rayonnement . . . | 10,76 | 15,50 | |
| Perte à l'échappement . . . | 23,55 | 15,50 | 27,93 |
| Frottements. . . . . . . . | 4,10 | | |
| Travail de la pompe . . . . | 0,42 | | |
| Utilisation nette . . . . . . | 14,27 | | 22,91 |
| Utilisation en travail indiqué. | | 17,00 | |
| | 100,00 | 100,00 | 100,00 |

M. Witz a trouvé pour un moteur Simplex :

| | |
|---|---|
| Perte par l'eau de circulation | 41,4 |
| Perte à l'échappement, etc. | 37,7 |
| Utilisation nette | 20,9 |
| | 100,0 |

M. Miller, opérant sur une machine du type Clerk, a trouvé :

| | |
|---|---|
| Perte par l'eau de circulation | 49,9 |
| Perte à l'échappement | 30,5 |
| Utilisation nette | 19,6 |
| | 100,0 |

Avec un moteur Robey M. Norris a relevé les chiffres suivants :

| | |
|---|---|
| Perte par l'eau de circulation | 44 |
| Perte à l'échappement | 35 |
| Utilisation nette | 21 |
| | 100 |

Comme on le voit, il reste encore bien des perfectionnements à introduire dans la marche des moteurs à gaz. Les pertes sont encore considérables, et bien que le problème soit difficile on est en droit d'espérer des améliorations.

---

# CHAPITRE IV

## TRANSMISSION DE L'EFFORT

---

Transmission de l'effort produit. — Positions et vitesses du piston dans le cas d'une bielle infinie. — Positions relatives de deux pistons conduisant des bielles infinies dont les mannivelles font entre elles un angle $\gamma$. — Vitesses relatives de deux pistons conduisant des bielles infinies dont les manivelles font entre elles un angle $\gamma$. — Cas d'un piston conduisant une bielle courte. — Vitesse d'un piston conduisant une bielle courte. — Légitimité des approximations précédentes. — Valeur des approximations. — Cas où deux pistons menant des bielles courtes conduisent des manivelles faisant entre elles un angle $\gamma$. — Pistons conduisant des bielles infinies, mais menant des arbres dont les vitesses angulaires sont différentes. — Machines oscillantes. — Organes de distribution. — Distribution par tiroir. — Tiroir normal. — Tiroir à recouvrements. — Influence de la bielle. — Diagramme de Zeuner. — Compléments au diagramme de Zeuner. — Distribution par soupapes. — Diagramme d'un moteur à quatre temps. — Représentation de l'effort. — Machines Compound. — Représentation du travail.

---

# CHAPITRE IV

## TRANSMISSION DE L'EFFORT

---

**Transmission de l'effort produit.** — Lorsque l'organe moteur est rotatif, le mouvement imprimé à l'axe n'a pas besoin de subir de transformation. Mais lorsque la force développée est employée à actionner le piston d'un cylindre, il convient, dans la plupart des cas, de transformer le mouvement rectiligne alternatif en mouvement circulaire continu.

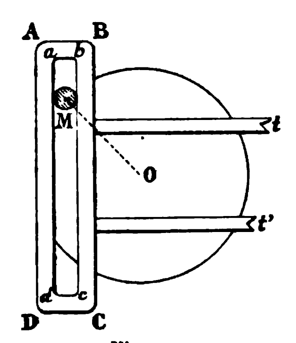


Fig. 41.

On peut y arriver de plusieurs façons, mais deux sont intéressantes pour nous. On reliera la tête de la tige du piston à un coude de l'arbre moteur, au moyen d'une bielle. Ou bien on adoptera le dispositif de la figure 41. Sur l'arbre O est monté un plateau portant un tenon M, lequel décrit un cercle autour de O. Le piston conduit deux tiges $t$ et $t'$ lesquelles sont réunies par une potence ABCD dans laquelle est pratiquée une rainure *abcd*. Le tenon M est engagé dans cette rainure. Le piston en se déplaçant entraîne la pièce ABCD qui conduit le tenon M lequel se meut dans la rainure *abcd* en même temps qu'il tourne autour de O. Il est à remarquer que, dans ce cas, les organes se comportent relativement

comme si le point M était conduit par le piston, par l'intermédiaire d'une bielle infinie.

Nous considérerons donc deux cas :

1° Celui d'une bielle infinie, ce que nous avons implicitement supposé dans nos diagrammes ;

2° Celui d'une bielle courte.

**Positions et vitesses du piston dans le cas d'une bielle infinie.** — Soit d'abord un piston, lié par une bielle de lon-

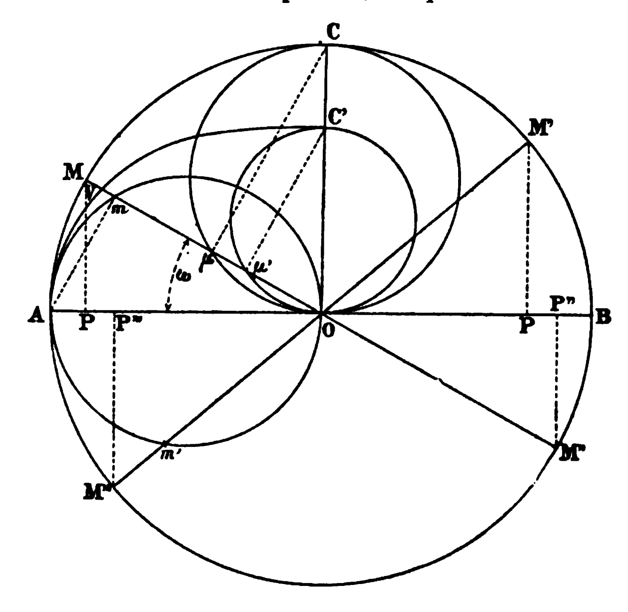



Fig. 42.

gueur infinie à un point M décrivant autour de l'axe O un cercle dont le diamètre est évidemment égal à la course du piston. OM est la manivelle, et nous supposerons le mouvement de M uniforme. Les angles AOM que nous appellerons ω seront donc proportionnels aux temps comptés à partir du moment où OM coïncide avec OA (fig. 42).

De ce qui précède, il résulte que les déplacements du

piston sont égaux à ceux du point P projection du point M sur le diamètre AB qui représente l'axe du cylindre. Le mouvement est supposé avoir lieu dans le sens des aiguilles d'une montre.

En posant OM = R on a :

$$AP = R\,(1 - \cos\omega)$$

Il est intéressant de figurer le déplacement suivant le rayon OM lui-même.

Sur AO, comme diamètre, décrivons un cercle que OM coupe en $m$. Dans le triangle A$m$O

$$mO = AO\cos\omega = R\cos\omega$$

Comme M$m$ = OM — $m$O, on a :

$$Mm = R\,(1 - \cos\omega)$$

Si donc on veut connaître le déplacement du piston pour une position du bouton de manivelle M, on tracera OM. La portion de OM interceptée entre les deux cercles, c'est-à-dire M$m$ sera égale à AP. Dans le second quadrant, la longueur $M'm'$ est égale à AP'.

Dans le troisième quadrant $mM'' = AP''$.

Dans le quatrième quadrant $m'\,M''' = AP'''$.

Cherchons maintenant la vitesse du piston, le temps étant désigné par $t$.

Cette vitesse est celle du point P, et elle a pour expression $\frac{d\,AP}{dt} = \frac{d\,AP}{d\omega}\frac{d\omega}{dt}$.

Le mouvement étant uniforme, $\omega = \alpha t$, $\alpha$ étant la vitesse angulaire.

Donc $$\frac{d\omega}{dt} = \alpha.$$

Mais $$AP = R\,(1 - \cos\omega)$$

donc $$\frac{dAP}{d\omega} = R \sin \omega$$

par suite $$\frac{dAP}{dt} = \alpha R \sin \omega.$$

Remarquons que $MP = R \sin \omega$. Donc MP est proportionnel à la vitesse. Si sur MP nous prenons un point V, tel que $PV = \alpha PM$, la droite PV représentera la vitesse. De plus, le point V décrira une ellipse, puisque $\frac{PV}{PM} = \alpha =$ constante.

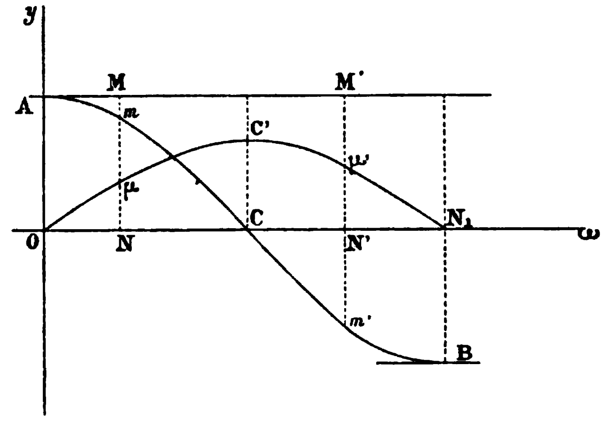



Fig. 43.

Si sur OC comme diamètre (OC est perpendiculaire à AB) on décrit un cercle que OM coupe en $\mu$, on a :

$$O\mu = OC \sin \omega = R \sin \omega$$

Donc $O\mu = MP$, et est proportionnel à la vitesse. Si on prend $OC' = \alpha\, OC = \alpha\, R$, visiblement on aura

$$O\mu' = \alpha R \sin \omega$$

Donc sur la même droite OM on aura M*m* qui représente le déplacement du piston, et $O\mu'$ qui figure sa vitesse.

La vitesse du piston, nulle d'abord, croît jusqu'à la position OC, et décroît pour passer par 0 quand $\omega = 180°$.

Nous pouvons figurer autrement le déplacement et la vitesse.

Prenons deux axes rectangulaires (fig. 43) $O\omega$ et $Oy$. Sur $O\omega$ portons comme abscisses les valeurs de $\omega = \alpha t$ depuis 0 jusqu'à $\pi$ et construisons la courbe $y = R \cos \omega$ qui est

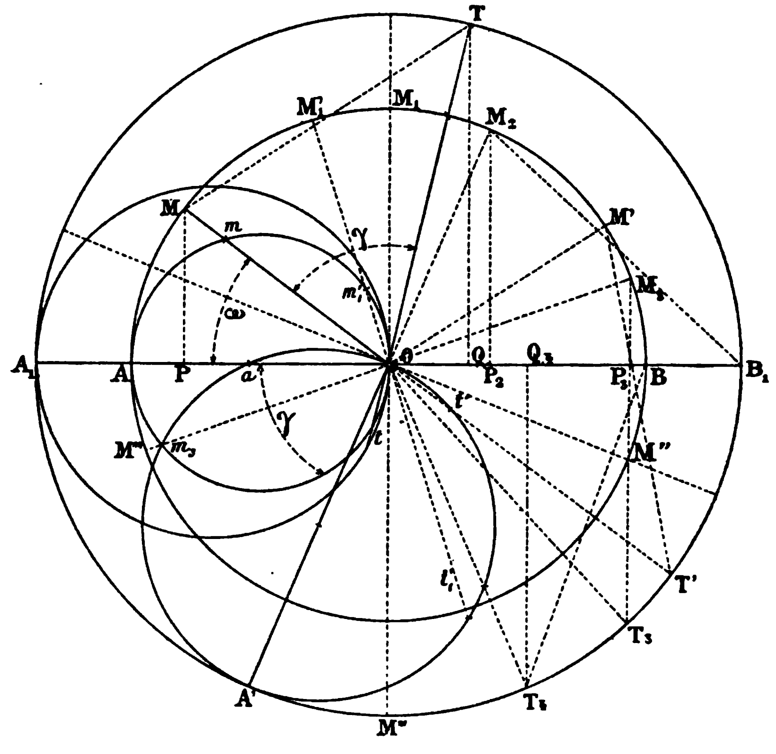



Fig. 44.

une sinusoïde ACB. En A et B les tangentes sont horizontales. En C, point d'inflexion, la tangente à la courbe fait avec $O\omega$ un angle dont la tangente a pour valeur — R.

Par A menons une parallèle à la ligne des abscisses. $AO = R$. Donc pour une valeur ON de $\omega$ on a :

$$Mm = MN - mN = R - R \cos \omega = R (1 - \cos \omega)$$

Donc $Mm$ représente le déplacement du piston. Au delà de OC, ce déplacement serait figuré par $M'm'$.

Si nous construisons la courbe $y = \alpha R \sin \omega$ nous obtenons le tracé $OC'N_1$.

Pour 0 et $\pi$, la tangente à la courbe fait avec l'axe $O\omega$ des angles dont les tangentes sont respectivement $\alpha R$ et $-\alpha R$. En C', pour $\omega = \frac{\pi}{2}$ la tangente est horizontale.

Pour $\omega = ON$ la vitesse du piston est représentée par $N\mu$.

**Positions relatives de deux pistons conduisant des bielles infinies dont les manivelles font entre elles un angle $\gamma$.** — Nous supposerons que les rayons des manivelles $OM = R$ $OT = R'$ sont inégaux et font entre eux un angle $\widehat{MOT} = \gamma$ (fig. 44).

Chaque piston, pris isolément, a des déplacements AP et $A_1Q$ que nous avons appris à évaluer dans le paragraphe précédent. Ce qu'il importe de connaître, c'est la longueur PQ dont la dimension et le sens indiquent les positions respectives des deux pistons.

Examinons ce qui se passe lorsque le mouvement se produit. Le cas de la figure 44 implique $R < R'$ et $\gamma < 180°$.

*Première phase.* — Quand M part de A, le point Q est à droite de P. Les mouvements de P et de Q sont de même sens, tant que Q n'atteint pas $B_1$. A partir de la position initiale, PQ croît jusqu'au moment où MT est parallèle à AB. Ensuite, cette valeur décroît.

*Deuxième phase.* — Au delà du point $B_1$ le mouvement de Q change de sens. La phase prend fin pour la position $M_3T_3$ perpendiculaire à AB.

La surface du triangle $M_3OT_3 = M_3T_3 \times OP_3$;

mais $$OP_3 = OM_3 \cos \widehat{BOM_3}$$

Donc : Surface $M_3OT_3 = R \cos \widehat{BOM_3} \sqrt{R^2 + R'^2 - 2RR' \cos\gamma}$ car $M_3T_3 = \sqrt{R^2 + R'^2 - 2RR' \cos\gamma}$.

D'autre part :

$$\text{Surface } M_3OT_3 = OM_3 \times OT_3 \times \sin \widehat{T_3OM_3} = RR' \sin \gamma$$

D'où, en égalant les deux valeurs de la surface et divisant par R :

$$\text{Cos BOM}_3 = \frac{R' \sin \gamma}{\sqrt{R^2 + R'^2 - 2RR' \cos \gamma}}.$$

Cet angle $BOM_3$ est précisément celui que OM fait avec $OM_1$ perpendiculaire à AB, quand MT est parallèle à AB.

*Troisième phase.* — Quand $M_3$ vient en B, Q s'éloigne de $P_3$ vers la gauche. Les deux mouvements sont de signes contraires. La valeur de PQ augmente.

*Quatrième phase.* — Analogue à la première. PQ passe par un maximum correspondant à la position de MT parallèle à AB. Les mouvements de P et de Q sont de même sens jusqu'à ce que T atteigne A.

*Cinquième phase.* — Elle dure depuis le moment précédent jusqu'à ce que MT devienne perpendiculaire à AB. C'est la reproduction de la deuxième phase.

*Sixième phase.* — Elle reproduit la troisième jusqu'au retour à la position initiale.

Pour suivre ces phases il est intéressant d'obtenir la longueur PQ suivant l'un des rayons de manivelle, OM par exemple.

On voit que PQ = OP + OQ.

Or OP = O*m*, *m* étant l'intersection de OM avec le cercle décrit sur AO comme diamètre. De même OQ = O*t*, *t* étant l'intersection de OT avec le cercle décrit sur $A_1O$ comme diamètre. Faisons tourner ce cercle, ayant $A_1O$ pour diamètre,

d'un angle $\gamma$, dans le sens trigonométrique ; $A_1O$ vient en $A'O$ et $\widehat{A_1OA'} = \gamma$. Prolongeons la droite MO. Elle coupe le nouveau cercle en $t'$. Or $Ot = Ot'$ puisque $\widehat{tot'} = \widehat{MOT} = \gamma$ comme angles opposés par le sommet. Dans la rotation autour de O, le point $t$ est donc venu en $t'$. Il en résulte que $Ot'$ étant égal à OQ, $mt' = PQ$. On suivra donc les variations de PQ en faisant tourner OM autour de O. Posons $PQ = \lambda$.

Quand M sera en A, $\lambda$ sera égal à A$a$.

Quand M se déplacera, $\lambda$ croîtra jusqu'à ce que M atteigne une position $M'_1$ telle que $\cos M'_1OT'_1 = \dfrac{R' \sin \gamma}{\sqrt{R^2 + R'^2 - 2RR' \cos \gamma}}$ Au delà $\lambda$ décroît. OM passe par la position verticale, puis atteint la position $OM_3$ dont le prolongement $OM'''$ passe par le point $m_3$, intersection des deux cercles. Alors $\lambda$ est nul.

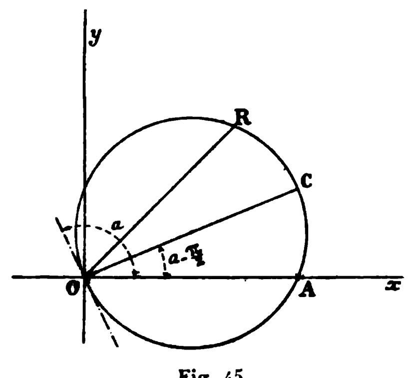


Fig. 45.

OM continuant sa rotation, $\lambda$ croît, passe par un maximum, et revient à la position initiale.

La projection PQ est représentée en grandeur et en signe par l'expression :

$$\lambda = R \cos \omega - R' \cos (\omega + \gamma)$$

qu'on peut écrire :

$$\lambda = (R - R' \cos \gamma) \cos \omega + R' \sin \gamma \sin \omega$$

C'est l'équation polaire d'un cercle passant par l'origine, et dont la tangente en ce point fait avec l'axe des $\omega$ un angle $a$ tel que $tg\, a = \dfrac{R - R' \cos \gamma}{R' \sin \gamma}$

Cet angle est le complément de $BOM_3$ (fig. 44) plus haut. calculé

Donc (fig. 45) OR donne la valeur de $PQ = \lambda$.

$\lambda = OR$ a pour valeur OA quand $\omega = 0$.

$\lambda$ croît jusqu'à la position OC, diamètre du cercle, atteinte quand $\omega = a - \frac{\pi}{2}$.

Au delà $\lambda$ décroît, passe par zéro pour $\omega = a$, et croît jusqu'à ce que $\omega$ atteigne 180°. Alors $\lambda$ a repris de nouveau la valeur OA.

Les indications fournies permettent de traiter la question

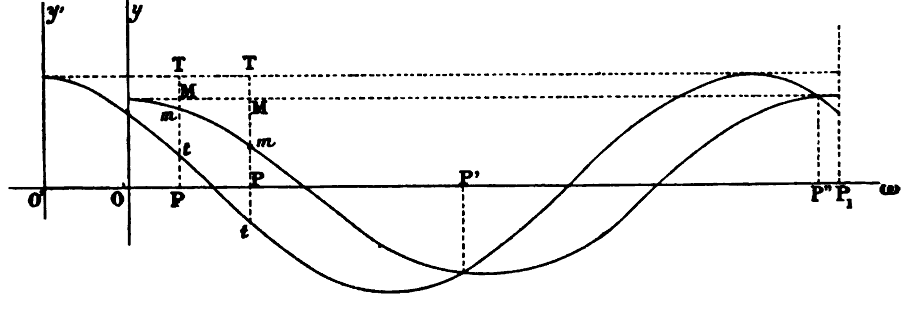



Fig. 46.

dans tous ses détails, mais nous jugeons inutile de nous y arrêter.

On pourrait examiner le cas où MT est tangent au cercle intérieur.

Dans ce cas $R = R' \cos \gamma$. En substituant dans la valeur de $\cos \widehat{BOM_3}$ on trouve $\cos \widehat{BOM_3} = 1$ donc $\widehat{BOM_3} = 0$. Les points $M_3$ et B coïncident. La valeur de $\lambda$ est nulle quand le piston de la petite manivelle vient à fond de course.

Un autre cas intéressant est celui où $R = R'$. La valeur de

$\cos \widehat{BOM_3}$ devient $\frac{R \sin \gamma}{\sqrt{2R^2 - 2R^2 \cos \gamma}} = \frac{\sin \frac{\gamma}{2} \cos \frac{\gamma}{2}}{\sqrt{\left(\frac{1 - \cos \gamma}{2}\right)}}$ et comme

$\sin \frac{\gamma}{2} = \sqrt{\frac{1 - \cos \gamma}{2}}$ on voit que $\cos \widehat{BOM_3} = \cos \frac{1}{2} \gamma$.

Donc $\widehat{BOM_2} = \frac{1}{2}\gamma$.

La figure 46 indique un autre mode de représentation.

On construit comme dans le cas d'un piston unique la courbe sinusoïdale $y = R \cos \omega$ puis la courbe $y' = R' \cos \omega$ en prenant $OO' = \gamma$.

Dans le système $O'y'$ il est évident que $tP = R' \cos (\omega + \gamma)$ si nous posons $OP = \omega$ et $OO' = \gamma$. Comme $Pm = R \cos \omega$, on

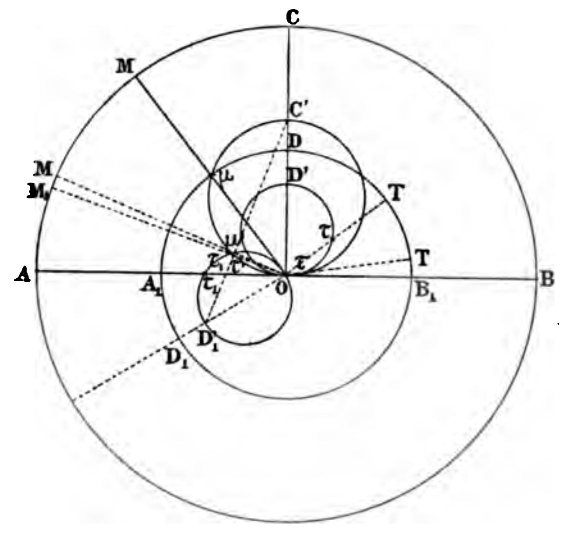



Fig. 47.

voit que $mt = R \cos \omega - R' \cos (\omega + \gamma) = \lambda$ en grandeur et en signe. En déplaçant le point P il est donc facile de suivre les variations de $\lambda$ qui sont celles de $mt$.

**Vitesses relatives de deux pistons conduisant des bielles infinies dont les manivelles font entre elles un angle $\gamma$.** — Nous reprenons le tracé du cas précédent (fig. 47). Seulement nous supposerons $R > R'$ et $\gamma > 90°$. Nous avons toujours

$$AP = R (1 - \cos \omega)$$

$$A_1Q = R' \left[1 - \cos (\omega + \gamma)\right]$$

Appelons $v_p$ la vitesse du point P et $v_q$ celle du point Q. On a vu que $v_p = \alpha R \sin \omega$, $v_q = \alpha R' \sin(\omega + \gamma)$ en désignant la vitesse angulaire par $\alpha$.

Il est visible que $v_p = o\mu$ et $v_q = O\tau$ si les diamètres OC′ et OD′ sont respectivement égaux à $\alpha R$ et $\alpha R'$.

Par une rotation de $\gamma$ autour de O amenons le cercle OD′ en $OD'_1$ ; il est évident que $\tau$ vient en $\tau'$ sur OM ; par suite $\mu\tau'$ représentera la différence des vitesses que nous désignons par $\delta$.

Quand M est en A, la vitesse de M est nulle, donc $\delta$ est $< 0$ et égale à $O\tau$.

A partir de ce moment $v_p$ croît, $v_q$ décroît (cas de la figure) et $\delta$ est nul quand OM passe par l'intersection des cercles OC′ et $OD'_1$.

Au delà, $v_p$ et $v_q$ restent positifs jusqu'à ce que T atteigne $B_1$. Alors $\omega + \gamma = \pi$ et $\omega = \pi - \gamma$.

$$\delta = \alpha R \sin \omega - \alpha R' \sin(\omega + \gamma)$$

$$\frac{d\delta}{d\omega} = \alpha R \cos \omega - \alpha R' \cos(\omega + \gamma)$$

Le maximum de $\delta$ aura lieu quand $\frac{d\delta}{d\omega} = 0$ ou quand

$$\alpha R \cos \omega = \alpha R' \cos(\omega + \gamma) = \alpha R' \cos \omega \cos \gamma - \alpha R' \sin \omega \sin \gamma$$

ce qui donne la valeur $\omega'$ : $tg\, \omega' = \frac{R' \cos \gamma - R}{R' \sin \gamma}$. On peut comparer cette valeur à celles qui correspondent aux positions de MT parallèles et normales à AB.

On suivra très facilement les variations de $\delta$ en procédant comme dans le cas précédent. Remarquons que les points C′, $\tau_1$ et $D'_1$, sont en ligne droite, car les angles $O\tau_1 D'_1$ et $O\tau_1 C'$ sont droits. Il est facile d'évaluer l'angle $AOM_1$ dont le côté $OM_1$ passe par $\tau_1$. Appelons-le $\omega_1$

$$OC' = 2\alpha R \quad OD'_1 = 2\alpha R' \quad \widehat{C'OD'} = \gamma \quad \widehat{D'_1C'O} = \omega_1 \quad \widehat{C'D'_1O} = \pi - (\omega_1 + \gamma)$$

Dans le triangle $C'OD'_1$ on a $\frac{OD'_1}{\sin(D'_1C'O)} = \frac{C'O}{\sin(C'D'_1O)}$ et en remplaçant par les valeurs trouvées et divisant par $\alpha$ :

$$\frac{R}{\sin(\omega_1 + \gamma)} = \frac{R'}{\sin \omega_1} \text{ d'où } tg\omega_1 = \frac{R' \sin \gamma}{R - R' \cos \gamma}$$

On voit que $tg\omega' \, tg \, \omega_1 = -1$. Les deux angles sont donc complémentaires.

Quand P et Q se confondent, les vitesses sont égales et de sens contraires.

Si $R = R'$ $$tg\,\omega_1 = \frac{1}{tg \frac{1}{2}\gamma}.$$

La discussion géométrique est des plus faciles, mais nous ne nous y arrêterons pas.

Puisque $v_p = \alpha R \sin \omega$ et $v_q = \alpha R' \sin(\omega + \gamma)$

$$\delta = \alpha R \sin \omega - \alpha R' \sin(\omega + \gamma) = \alpha(R - R'\cos\gamma)\sin\omega - \alpha R' \sin\gamma \cos\omega$$

équation d'un cercle (fig. 48) passant par l'origine et dont la tangente en ce point est définie par un angle $a$ tel que $tg\,a = \frac{R' \sin \gamma}{R - R' \cos \gamma}$ valeur de $\omega_1$ plus haut trouvée.

$\delta$ varie comme le rayon OR.

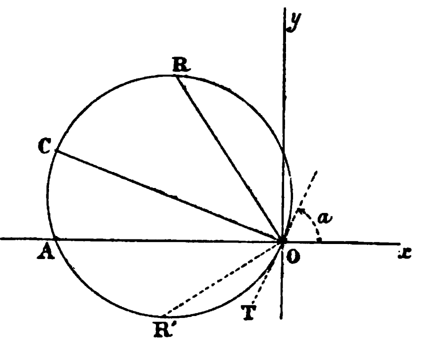


Fig. 48.

Au début, $\delta$ est négatif $(v_p - v_q)$ et égal à OA. Il décroît en valeur absolue. En passant par la position OR', il s'annule pour la direction OT, quand $\omega = \alpha$, c'est-à-dire pour la valeur $\omega_1$. A partir de ce moment $\delta$ reste positif, passe par la position OR et a un maximum en OC, diamètre du cercle, pour une valeur

de ω égale à $a + \frac{\pi}{2}$. Quand ω atteint 180°, δ est revenu à sa valeur initiale.

Les vitesses peuvent facilement se représenter au moyen de sinusoïdes.

Construisons $\alpha R \sin \omega = y$ dans le système $Oxy$ (fig. 49)

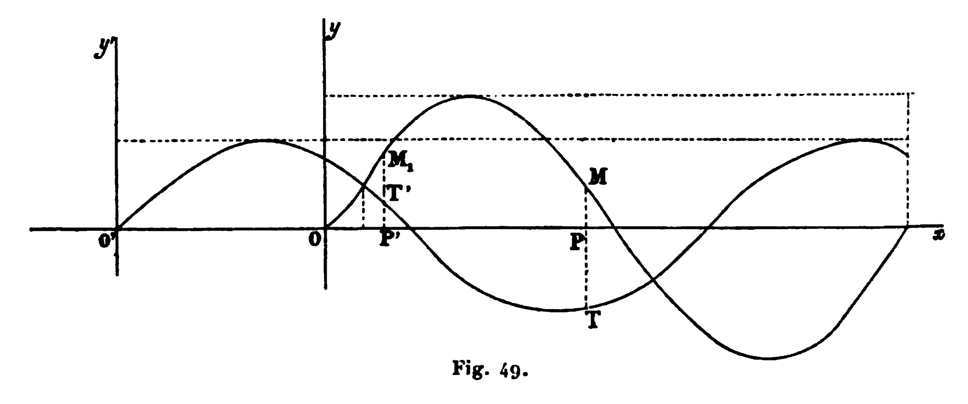



Fig. 49.

en prenant ω pour abscisse, puis dans le système $Oxy'$ $y' = \alpha R' \sin \omega$, en prenant $OO' = \gamma$.

Pour
$$OP = \omega$$
$$MP = \alpha R \sin \omega$$

dans le système $Oxy$.

$$TP = \alpha R' \sin (\omega + \gamma)$$

dans le système $O'xy'$.

$v_p - v_q = MT = \alpha R \sin \omega - \alpha R' \sin (\omega + \gamma)$.

La variation $v_p - v_q = \delta$ s'établira donc sans difficulté.

**Cas d'un piston conduisant une bielle courte.** — Nous avons jusqu'à présent supposé la longueur de la bielle infinie, c'est-à-dire que nous avons admis que les positions du piston variaient comme les projections sur l'axe du cylindre de celles du bouton de manivelle. Dans la pratique il n'en est

pas ainsi. Le mouvement se transmet, généralement, par l'intermédiaire d'une bielle dont la présence amène des modifications dans les résultats précédents. Soit OM (fig. 50) le rayon R du cercle décrit par le bouton de manivelle, et MN

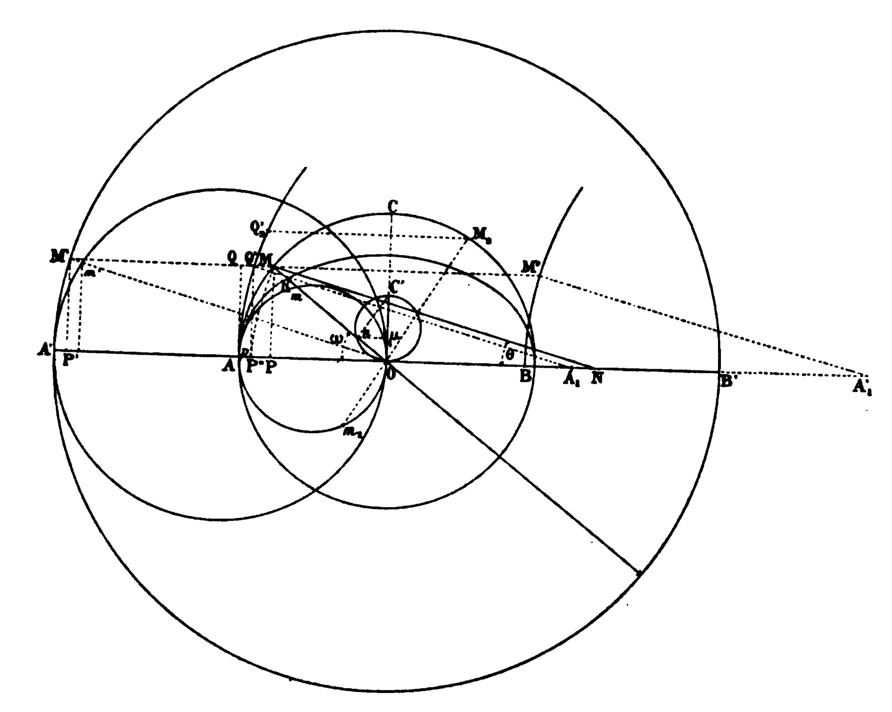


Fig. 50.

la bielle de longueur L liée en N à la tige du piston. Appelons $\omega$ l'angle AOM et $\theta$ l'angle ANM.

Quand M est en A, MN est couchée en $AA_1$. Le déplacement du piston est $A_1N$ tandis que le déplacement linéaire du bouton de manivelle est AP.

Visiblement $$A_1N = AP + PN - AA_1.$$

Mais AP a pour valeur (cas précédent) $R(1 - \cos\omega)$;

$$PN = L\cos\theta \text{ et } AA_1 = L.$$

Donc $$A_1N = R(1 - \cos \omega) - L(1 - \cos \theta).$$

ou $$A_1N = R(1 - \cos \omega) - L\left[1 - \sqrt{1 - \sin^2 \theta}\right]$$

En évaluant PM séparément dans les triangles OPM et PMN, on voit que

$$R \sin \omega = L \sin \theta$$

d'où $$\sin \theta = \frac{R}{L} \sin \omega$$

et l'expression de $A_1N$ devient

$$A_1N = R\left(1 - \cos \omega\right) - L\left[1 - \sqrt{1 - \frac{R^2}{L^2} \sin^2 \omega}\right]$$

On peut écrire identiquement

$$A_1N = R\left(1 - \cos \omega\right) - L\left[1 - \sqrt{\left(1 - \frac{R^2}{2L^2} \sin^2 \omega\right)^2 - \frac{R^4}{4L^4} \sin^4 \omega}\right]$$

Le terme $\frac{R^4}{4L^4}$ Sin$^4\omega$ est toujours moindre que $\frac{R^4}{4L^4}$. Or le minimum de L est 2R, par conséquent $\frac{R^4}{4L^4}$ est toujours moindre que $\frac{1}{64}$, par suite on peut pratiquement négliger $\frac{R^4}{4L^4}$ sin$^4\omega$ devant $\left(1 - \frac{R^2}{2L^2} \sin^2\omega\right)^2$ et l'expression devient

$$A_1N = R\left(1 - \cos \omega\right) - \frac{R^2}{2L} \sin^2 \omega$$

Si nous adoptons le mode de représentation des paragraphes précédents, on voit que $Mm = AP = R(1 - \cos \omega)$.

Prenons $MK = \frac{R^2}{2L} \sin^2\omega$, K*m* sera égal à $A_1N$.

On voit donc que $Km = KO - Om$. Si l'on pose, pour la courbe décrite par le point K, $\rho = KO$ on voit que $Km = A_1N$ sera la portion de droite interceptée entre la courbe des points K et le cercle de diamètre AO.

Pour avoir $\rho$ il faut ajouter O*m*, c'est-à-dire R cos ω, par suite

$$\rho = R - \frac{R^2}{2L} \sin^2 \omega$$

La valeur $\frac{R^2}{2L}\sin^2\omega$ est facile à construire.

Prenons $OC' = \frac{R^2}{2L}$ et perpendiculaire à AB en O.

$On = OC' \sin \widehat{nC'O} = \frac{R^2}{2L} \sin$ .

Menons $n\mu$ parallèle à AB ; $O\mu = On$ ; $\sin \widehat{On\mu} = \frac{R^2}{2L} \sin^2\omega$.

Or $\rho = OM - MK$, c'est-à-dire $R - \frac{R^2}{2L}\sin^2\omega$.

Donc $MK = O\mu$.

Voici une autre façon d'évaluer $A_1N$. Nous avons établi que

$$A_1N = R\,(1 - \cos\omega) - L\,(1 - \cos\theta).$$

De O comme centre, avec un rayon égal à la bielle, traçons un cercle. Par O menons OM' parallèle à NM. $\widehat{A'OM'} = \theta$ et MM' est parallèle à A'O.

$A'P' = L(1 - \cos\theta) \quad AP = R(1 - \cos\omega)$.

Donc $A_1N = AP - A'P'$.

Si de N comme centre on trace un arc de cercle coupant AB en P'', on voit que $PP'' = A'P'$.

Donc $A_1N = AP''$.

On peut encore prendre $AA_1 = L$, et du point $A_1$ comme centre décrire un cercle de rayon L.

Par le point M menons la parallèle à $A_1A$. Elle coupe le cercle ainsi tracé en Q', et, en Q, la tangente au cercle en A. La projection de Q' sur $AA_1$ est $p$.

Il est visible que

$$\sin \widehat{Q'A_1p} = \frac{Q'p}{Q'A_1}$$

mais $\qquad Q'p = MP = R\sin\omega$ et $Q'A_1 = L$.

Donc $\sin \widehat{Q'A_1p} = \frac{R}{L}\sin\omega$. Donc $\widehat{Q'A_1p} = \theta$ dans le cas qui nous occupe.

Par suite le cercle de centre $A_1$ étant tracé une fois pour

toutes, on voit que

$$AP = R(1 - \cos\omega) \text{ et que } Ap = L(1 - \cos\theta)$$

donc $$Pp = R(1 - \cos\omega) - L(1 - \cos\theta).$$

Donc $Pp$ représente la position exacte du piston.

$Pp = Q'M$ et $Q'M$ est la portion de la parallèle à $AA_1$, menée par le point M, interceptée entre les deux circonférences.

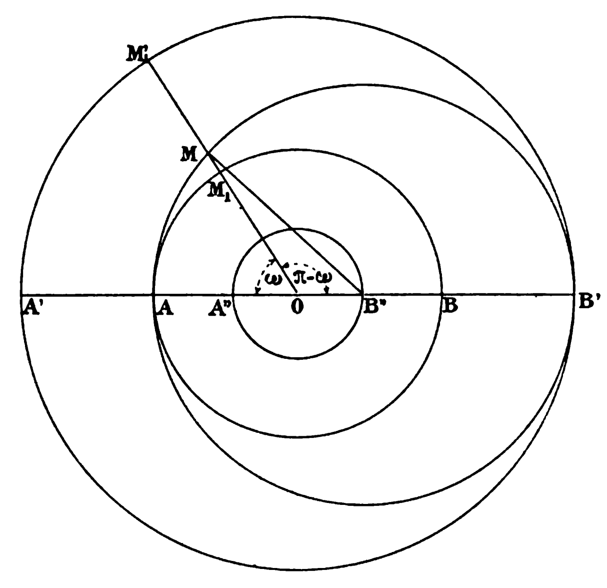



Fig. 50 *bis*.

Pour une position $OM_2$, le déplacement du piston fictif (c'est-à-dire conduit par une bielle infinie) serait $M_2m_2$ mais le déplacement du piston réel conduit par une bielle de longueur L est $M_2Q'_2$.

Prenons maintenant un point $A'_1$ sur $A'B'$ tel que $A_1A_1' = 2R$ et de $A_1'$ comme centre avec $L = A_1'M''$ comme rayon, décrivons un cercle. $MM'$, parallèle à AB, coupe cette circonférence en $M''$. Visiblement $Q'M'' = 2R$. Si donc $Q'M$ figure le chemin parcouru par le piston, $MM''$ représentera le chemin à parcourir.

La figure 50 *bis* représente un diagramme dû à Muller, et permettant d'obtenir le même résultat. Soient L la longueur de la bielle et R le rayon de la manivelle. De O comme centre on décrit deux cercles OA et OA′ avec L — R et L + R comme rayons. Puis prenant OB″ = R on voit que AB″ = AO + OB″ = L, de même B″B′ = OB′ — OB″ = L. Le cercle décrit de B″ comme centre avec B″A = L pour rayon sera tangent en A au cercle intérieur et en B′ au cercle extérieur. Si donc on mène le rayon OM, on voit que $M_1M_1' = 2R$ représente le déplacement total du piston. Dans le triangle OMB″, remarquant que

$$OB'' = R$$
$$MB'' = L$$
$$OM = OM_1 + MM_1 = L - R + MM_1$$

que $\cos(\widehat{MOB'}) = -\cos\omega$ et que $\widehat{MOB''} = \pi - \omega$

on a :

$$L^2 = R^2 + (L - R + MM_1)^2 + 2R(L - R + MM_1)\cos\omega$$

équation qui donne la valeur de $MM_1$ précisément égale au déplacement vrai du piston. Si $MM_1$ représente le chemin parcouru, $MM'_1$ figure le chemin à parcourir.

Nous renvoyons ceux qui voudraient approfondir ce sujet aux mémoires spéciaux ainsi qu'au très remarquable ouvrage de M. Sauvage, *la Machine à vapeur*.

Le terme de correction $L(1 - \cos\theta)$ passe par son maximum quand $\cos\theta$ passe par son minimum, c'est-à-dire quand $\sin\theta$ passe par son maximum. Or nous savons que $\sin\theta = \frac{R}{L}\sin\omega$. $\sin\theta$ sera maximum pour $\omega = \frac{\pi}{2}$ valeur qui correspondra au maximum du terme de correction. Soit $\theta_1$ cette valeur définie par $\sin\theta_1 = \frac{R}{L}$.

Il est évident que $\cos\theta$ diminue quand $\theta$ varie de 0 à $\theta_1$ et augmente quand $\theta$ retourne de $\theta_1$ à 0. De plus $1 - \cos\theta$ est toujours positif.

Il en résulte :

1° Que le piston reste toujours en deçà de la position qu'il devrait occuper si l'on négligeait l'obliquité de la bielle ;

2° Que cette différence augmente régulièrement quand $\omega$ croît de 0 à $\frac{\pi}{2}$ ;

3° Qu'elle s'atténue quand $\omega$ varie de $\frac{\pi}{2}$ à $\pi$;

4° Que le maximum a lieu quand la valeur de $\omega$ atteint $\frac{\pi}{2}$.

Reprenons la valeur $\rho = R - \frac{R^2}{2L} \sin^2 \omega$ qui représente la courbe décrite par le point K.

Considérons l'ellipse

$$\rho' = \frac{R}{\sqrt{1 + \frac{R}{L} \sin^2 \omega}}$$

dont le centre est en O et dont les demi-axes ont pour valeur R et $R\sqrt{\frac{L}{L+R}}$ le premier coïncidant avec OA, le second avec OC.

L'équation de cette ellipse est de forme

$$\rho' = R\left(1 + \frac{R}{L} \sin^2 \omega\right)^{-\frac{1}{2}}$$

Le second membre peut se développer suivant la formule du binôme et les deux premiers termes sont $R - \frac{R^2}{2L} \sin^2 \omega$.

Les termes suivants sont alternativement positifs et négatifs, décroissant uniformément. Si l'on se borne aux deux premiers termes, l'erreur sera moindre que le troisième terme $R \frac{\frac{1}{2} \cdot \frac{3}{2}}{1 \cdot 2} \frac{R^2}{L^2} \sin^4 \omega$ ou $\frac{3}{8} R \frac{R^2}{L^2} \sin^4 \omega$. La valeur en est toujours moindre que $R \times \frac{3}{8} \frac{R^2}{L^2}$ ; mais $\frac{R}{L}$ est au plus égal à $\frac{1}{2}$, donc l'erreur est inférieure à $\frac{3}{32}$ R.

L'erreur n'atteint cette valeur maxima que lorsque $\omega = \frac{\pi}{2}$.

Alors le terme de correction est $R \times \frac{R}{2L}$ et si $\frac{R}{L} = \frac{1}{2}$ il atteint $\frac{1}{4}$ R ou $\frac{8}{32}$ R.

Étant donné que $\frac{3}{32}$ R est un grand maximum, on voit qu'en assimilant la courbe des points K et l'ellipse plus haut définie, l'erreur peut devenir assez considérable.

Inversement, on peut se demander ceci : étant donné qu'on néglige l'obliquité de bielle, quelle longueur faut-il lui donner pour que l'erreur maxima soit $\frac{3}{32}$ R qui correspond au maximum des termes négligés ?

Nous avons vu que l'écart maximum (P″P) avait lieu pour un angle $\theta_1$ défini par $\sin \theta_1 = \frac{R}{L}$. D'autre part P″P a pour valeur $L(1 - \cos \theta)$ ; il faudra donc poser :

$$L\left(1 - \cos \theta_1\right) = \frac{3}{32} R$$

ou en remplaçant :

$$1 - \sqrt{1 - \frac{R^2}{L^2}} = \frac{3}{32} \frac{R}{L}$$

ou

$$1 - \frac{3}{32} \frac{R}{L} = \sqrt{1 - \frac{R^2}{L^2}}$$

en élevant au carré on a :

$$1 - \frac{3}{16} \frac{R}{L} + \frac{9}{1024} \frac{R^2}{L^2} = 1 - \frac{R^2}{L^2}$$

ou

$$\frac{1033}{1024} \frac{R^2}{L^2} = \frac{3}{16} \frac{R}{L}$$

et divisant par $\frac{R}{L}$ il reste :

$$L = \frac{1033}{1024} \frac{16}{3} R = \frac{1033}{192} R = 5{,}37 \text{ R}.$$

Lorsque la bielle a cinq fois la longueur de la manivelle

en négliger l'obliquité constitue une erreur maxima du même ordre que si, avec $L = 2R$, on se borne à l'approximation que fournit le maintien des deux premiers termes de la série.

Traçons l'ellipse $\rho = \frac{R}{\sqrt{1 + \frac{R}{L}\sin^2\omega}}$.

Nous voyons (fig. 50) que le rayon OM coupe le cercle de diamètre AO en $m$ et l'ellipse en K. Le déplacement du piston sera donc donné par la portion K$m$ de la droite OM, interceptée entre le petit cercle et l'ellipse, si l'on se contente de l'approximation que fournit cette courbe.

Dans le cas de la bielle infinie, la courbe extérieure était le cercle décrit sur AB comme diamètre. Dans le cas de la bielle courte on peut substituer à ce cercle une ellipse que nous venons de définir.

**Vitesse d'un piston conduisant une bielle courte.** — Rappelons-nous que $A_1N$ avait pour expression approchée :

$$R\left(1 - \cos\omega\right) - \frac{R^2}{2L}\sin^2\omega$$

$\omega$ est fonction de la vitesse angulaire $\alpha$ et du temps $t$; $\omega = \alpha t$

donc $$A_1N = R\left(1 - \cos\alpha t\right) - \frac{R^2}{2L}\sin^2\left(\alpha t\right)$$

La vitesse du point $n$ que nous désignons par $v_n$ a pour expression $\frac{dA_1N}{dt}$.

donc $$v^n = \alpha R \sin\alpha t - 2\frac{\alpha R^2}{2L}\cos\left(\alpha t\right)\sin\left(\alpha t\right)$$ et comme $\alpha t = \omega$

$$v_n = \alpha R \sin\omega - \frac{\alpha R^2}{2L}\sin\left(2\omega\right)$$

$\alpha R \sin\omega$ désigne la vitesse $v_p$ du point P. Ce serait celle du piston si on négligeait l'obliquité de la bielle.

On peut donc dire que $v_n = v - \frac{\alpha R^2}{2L} \sin(2\omega)$.

ou $$v_p - v_n = \frac{\alpha R^2}{2L} \sin\left(2\omega\right)$$

Quand $\omega$ varie de 0 à $\frac{\pi}{2}$, sin $(2\omega)$ reste positif. Il est facile de voir que pour la position de fond de course $v_p = v_n$.

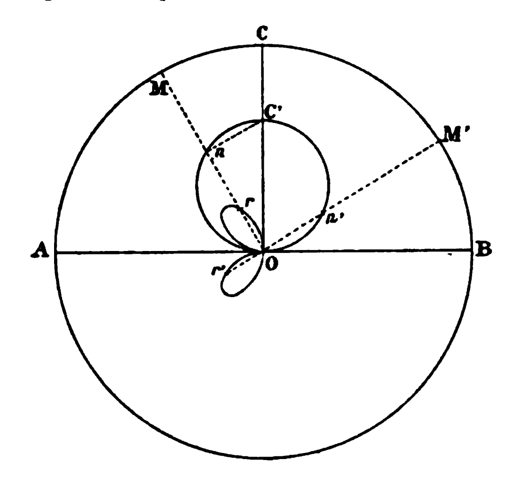



Fig. 51.

A partir de ce moment $v_p$ croît plus vite que $v_n$. La différence $v_p - v_n$ passe par un maximum $\frac{\alpha R^2}{2L}$ qui correspond à $\omega = \frac{\pi}{4}$ puis pour $\omega = \frac{\pi}{2}$, $v_p$ et $v_n$ redeviennent égaux.

De $\omega = \frac{\pi}{2}$ à $\omega = \pi$, sin $(2\omega)$ est négatif donc $v_n > v_p$. Pour $\omega = \frac{3\pi}{4}$, $v_p - v_n$ passe par le minimum $-\frac{\alpha R^2}{2L}$. A fond de course, après une oscillation simple du piston, les deux vitesses sont redevenues égales.

Nous représenterons figure 51 ces variations des vitesses. Nous avons appris à figurer $v_p$ en traçant un cercle de diamètre OC' tel que $OC' = \alpha R$.

$v_p = \alpha R \sin \omega$ est égal à O$n$ portion de la droite OM interceptée par le cercle considéré.

Construisons la courbe $\rho = \frac{\alpha R^2}{2L} \sin (2\omega)$ qui est représentée figure 51 quand $\omega$ varie de o à $\pi$. Dans le cas de la figure $Or = \frac{\alpha R^2}{2L} \sin (2\omega)$.

Or $nr = nO - rO = v_p - \frac{\alpha R^2}{2L} \sin (2\omega)$. Donc $nr = v_n$.

Quand OM tourne autour de O et reste dans le premier

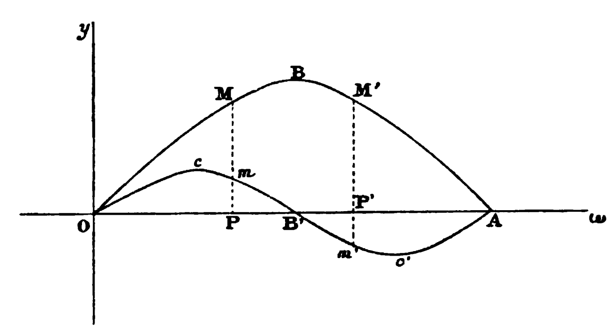



Fig. 52.

quadrant on voit que $Or$ est positif et passe par un maximum qui correspond à $\widehat{AOM} = 45°$.

Dans le deuxième quadrant $Or'$ est négatif; $v_p = On'$ $v_n = n'r'$.

Le maximum de $Or'$ en valeur absolue correspond à $\widehat{AOM} = 135°$.

Pour $\omega = 0$, $\omega = \frac{\pi}{2}$, $\omega = \pi$, on a toujours $v_n = v_p$.

Si nous prenons (fig. 52) les $\omega$ pour abscisses, on peut construire les deux courbes $y = \alpha R \sin \omega$

et $$y' = \frac{\alpha P^2}{2L} \sin (2\omega)$$

qui sont respectivement représentées en OBA et OCB'C'A.

Pour une valeur OP de $\omega$ on a $v_p = PM$ et $v_n = Mm$ puisque $Pm = \frac{\alpha R^2}{2L} \sin (2\omega)$.

Pour une valeur $\omega = OP' > \frac{\pi}{2}$ on a $v_p = P'M'$ et $v_n = M'm'$.

Comme $v_n = 2R \sin \omega - \frac{2R^2}{2L} \sin (2\omega)$ on peut se demander à quel moment $v_n$ sera maximum. En annulant la différentielle de cette expression on trouve que $\omega_1$, valeur de $\omega$ correspondant au maximum, est donnée par l'équation :

$$2R \cos^2 \omega - L \cos \omega - R = 0$$

**Légitimité des approximations précédentes.**— Nous avons, chemin faisant, montré qu'en remplaçant la courbe approchée $\rho = R - \frac{R^2}{2L} \sin^2\omega$ par l'ellipse $\rho = \frac{R}{\sqrt{1 + \frac{R}{L} \sin^2\omega}}$ on arriverait à la même approximation, avec une bielle présentant deux fois la longueur de la manivelle, que si l'on négligeait l'obliquité avec une bielle ayant un peu plus de cinq fois cette même longueur. Mais on peut se demander quel est le maximum de l'erreur qui a pour expression :

$$R - \frac{R^2}{2L} \sin^2 \omega - \frac{R}{\sqrt{1 + \frac{R}{L} \sin^2 \omega}}.$$

En annulant la différentielle de cette équation, la valeur de $\omega$ correspondant au maximum de l'erreur sera fournie par l'équation :

$$-\frac{2R^2}{2L} \sin \omega \cos \omega + \frac{2R^2}{2L} \frac{\sin \omega \cos \omega}{\left(1 + \frac{R}{L} \sin^2 \omega\right)\sqrt{1 + \frac{R}{L} \sin^2 \omega}} = 0$$

ce qui se réduit à $\left(1 + \frac{R}{L} \sin^2 \omega\right)^{\frac{3}{2}} = 1$

ou, élevant à la puissance $\frac{2}{3}$ :

$$1 + \frac{R}{L} \sin^2 \omega = 1$$

ce qui donne $\sin^2\omega = 0$ équation satisfaite pour $\omega = 0$ et $\omega = \pi$.

Pour ces valeurs l'erreur est nulle et constitue un minimum.

Mais il ne faut pas oublier que notre équation était exactement :

$$\frac{R^2}{L} \sin \omega \cos \omega \left[ \left( 1 + \frac{R}{L} \sin^2 \omega \right)^{\frac{3}{2}} - 1 \right] = 0$$

Par suite il est clair que le maximum sera donné par

$$\sin \omega \cos \omega = 0$$

c'est-à-dire pour $\omega = \frac{\pi}{2}$ valeur qui entraîne $\sin \omega = 1$.

L'erreur maxima devient donc

$$R \left( 1 - \frac{R}{2L} - \frac{1}{\sqrt{1 + \frac{R}{L}}} \right)$$

Or pour le minimum de L qui est $L = 2R$ on trouve en effectuant les calculs que cette erreur est $-$ 0,06R.

Quant à la valeur approchée de $P''P$ c'est $R \frac{R}{2L}$. Pour la valeur minima de $L = 2R$ on arrive à 0,25 R.

L'approximation est donc de $\frac{25 - 6}{25}$ en valeur absolue, c'est-à-dire de 75 p. 100 environ.

Mais il ne faut pas oublier que la valeur $\rho = R - \frac{R^2}{2L} \sin^2 \omega$ constitue déjà une approximation, car la valeur vraie serait :

$$\rho = R - L + \sqrt{L^2 - R^2 \sin^2 \omega}.$$

Par suite l'erreur, en admettant l'ellipse comme courbe du point K (fig. 50), devient :

$$R - L + \sqrt{L^2 - R^2 \sin^2 \omega} - \frac{R}{\sqrt{1 + \frac{R}{L} \sin^2 \omega}}$$

Pour trouver la valeur de $\omega$ correspondant au maximum,

on annulera la différentielle de cette expression. On trouve que l'équation obtenue tient en facteur d'abord sin ω cos ω puis $\sin^2\omega$, et qu'elle se réduit à une équation bicarrée en sin ω. La valeur de $\sin^2\omega$ contient le radical $\sqrt{4RL - 3L^2}$. Or comme L a pour valeur minima 2R, il en résulte que la valeur de $\sin^2\omega$ est irrationnelle. C'est donc pour $\omega = \frac{\pi}{2}$ qu'on a le maximum de l'erreur.

Pour L = 2R on trouve que l'erreur est < 0,078 R.

D'autre part la valeur de P″P (fig. 50) est en valeur absolue pour $\omega = \frac{\pi}{2}$

$$L - \sqrt{L^2 - R^2};$$

pour L = 2R on a $R\left(2 - \sqrt{3}\right) = 0{,}268\ R$.

Le degré d'approximation est donc $\frac{268 - 78}{268}$ ou environ 70 p. 100.

Comme on peut le voir, le tracé elliptique est loin de constituer une solution rigoureuse. Le rayon polaire de l'ellipse est plus grand que celui de la courbe réelle qui a pour valeur $R - L + \sqrt{L^2 - R^2}$, tandis que celui de l'ellipse devient $\frac{R}{\sqrt{1 + \frac{R}{L}}}$.

Traçons une ellipse ayant le point O pour centre, AO = R pour axe et $R - L + \sqrt{L^2 - R^2}$ comme second axe.

Son équation sera

$$\frac{x^2}{R^2} + \frac{y^2}{\left(R - L + \sqrt{L^2 - R^2}\right)^2} = 1.$$

En passant aux coordonnées polaires on arrive à l'équation :

$$\rho = \frac{R\left(R - L + \sqrt{L^2 - R^2}\right)}{\sqrt{\left(R - L + \sqrt{L^2 - R^2}\right)^2 + \left[R^2 - \left(R - L + \sqrt{L^2 - R^2}\right)^2\right] \sin^2\omega}}$$

En comparant la courbe $\rho = R\left(1 - \frac{R}{2L}\sin^2\omega\right)$ à la courbe

réelle $\rho = R - L + \sqrt{L^2 - R^2 \sin^2\omega}$ on voit que pour $\omega = \frac{\pi}{2}$ l'erreur n'est que de 0,018 R. D'autre part, l'écart maximum P″P (fig. 50) étant de 0, 268 R, l'approximation est de $\frac{0,268 - 0,018}{0,268}$ ou de 93 p. 100.

Cette expression est donc plus satisfaisante.

Dans la pratique il y aura intérêt à remplacer le lieu des points K (fig. 50) par l'ellipse $\frac{x^2}{R^2} + \frac{y^2}{(R - L + \sqrt{L^2 - R^2})^2} = 1$.

Supposons le cas le plus défavorable L = 2R et prenons R pour unité, l'équation devient : $x^2 + \frac{y^2}{(0,73205)^2} = 1$, dont l'équation polaire est :

$$\rho = \frac{0,73205}{\sqrt{0,535824 + 0,464176 \sin^2 \omega}}$$

La courbe réelle se réduit à $\rho = -1 + \sqrt{4 - \sin^2\omega}$.

Nous savons que pour $\omega = 0$ et $\omega = \frac{\pi}{2}$ les deux courbes coïncident.

Cherchons les rayons pour $\omega = \frac{\pi}{4}$, c'est-à-dire pour 45°. Dans ce cas $\sin^2\omega = \frac{1}{2}$.

Le rayon de l'ellipse est alors de 0,84;

Celui de la courbe réelle est de 0,87;

L'erreur est de 0,03.

Quant à l'écart pour 45°, l'expression générale étant $- L + \sqrt{L^2 - R^2 \sin^2\omega}$, il devient avec nos conventions $-2 + \sqrt{4 - \frac{1}{2}}$, c'est-à-dire 0,13.

L'approximation est donc de $\frac{13 - 3}{13}$ ou de 75 p. 100 environ.

En résumé, la figure elliptique est commode pour les dessins, tandis que la formule simple $\rho = R\left(1 - \frac{R}{2L} \sin^2\omega\right)$ est avantageuse pour les calculs.

Pour 45° le rayon vrai étant de 0,87 avec R = 1 et L = 2, le rayon de cette courbe approchée serait 0,875.

L'approximation serait donc $\frac{130-5}{130}$, c'est-à-dire de 96 p. 100.

Il est à remarquer que le rayon de cette courbe approchée est un peu supérieur à celui de la courbe vraie.

**Valeur des approximations.** — Posons :

$$\rho = R - L + \sqrt{L^2 - R^2 \sin^2 \omega} = R\left(1 - \frac{L}{R} + \sqrt{\frac{L^2}{R^2} - \sin^2 \omega}\right)$$

$$\eta = -L + \sqrt{L^2 - R^2 \sin^2 \omega} = R\left(-\frac{L}{R} + \sqrt{\frac{L^2}{R^2} - \sin^2 \omega}\right)$$

$$\rho' = R - \frac{R^2}{2L} \sin^2 \omega = R\left(1 - \frac{R}{2L} \sin^2 \omega\right)$$

$$\rho_1 = \frac{R}{\sqrt{1 + \frac{R}{L} \sin^2 \omega}}$$

$$\rho_2 = \frac{R\left(R - L + \sqrt{L^2 - R^2}\right)}{\sqrt{\left(R - L + \sqrt{L^2 - R^2}\right)^2 + \left[R^2 - \left(R - L + \sqrt{L^2 - R^2}\right)^2\right] \sin^2 \omega}}$$

Nous donnerons dans les tableaux suivants la valeur par laquelle il faut multiplier R pour trouver $\rho$, $\eta$, $\rho'$, $\rho_1$ et $\rho_2$ en faisant successivement $L = 2R$, $L = 3R$ et $L = 4R$.

| VALEURS de $\omega$ | VALEURS PAR LESQUELLES IL FAUT MULTIPLIER R QUAND $L = 2R$ POUR OBTENIR | | | | |
|---|---|---|---|---|---|
| | $\rho$ | $\eta$ | $\rho'$ | $\rho_1$ | $\rho_2$ |
| 0° | 1 | 0 | 1 | 1 | 1 |
| 15° | 0,98 | — 0,02 | 0,983 | 0,985 | 0,972 |
| 30 | 0,935 | — 0,065 | 0,937 | 0,943 | 0,907 |
| 45 | 0,86 | — 0,14 | 0,875 | 0,900 | 0,830 |
| 60 | 0,80 | — 0,20 | 0,812 | 0,854 | 0,778 |
| 75 | 0,75 | — 0,25 | 0,767 | 0,826 | 0,743 |
| 90 | 0,732 | — 0,268 | 0,75 | 0,816 | 0,732 |
| 105 | 0,75 | — 0,25 | 0,767 | 0,826 | 0,743 |
| 120 | 0,80 | — 0,20 | 0,812 | 0,854 | 0,778 |
| 135 | 0,86 | — 0,14 | 0,875 | 0,900 | 0,830 |
| 150 | 0,935 | — 0,065 | 0,937 | 0,943 | 0,907 |
| 165 | 0,98 | — 0,02 | 0,983 | 0,985 | 0,972 |
| 180 | 1 | 0 | 1 | 1 | 1 |

| VALEURS de ω | VALEURS PAR LESQUELLES IL FAUT MULTIPLIER R QUAND L = 3R POUR OBTENIR | | | | |
|---|---|---|---|---|---|
| | ρ | η | ρ' | ρ₁ | ρ₂ |
| 0° | 1 | 0 | 1 | 1 | 1 |
| 15° | 0,98 | — 0,02 | 0,989 | 0,99 | 0,985 |
| 30 | 0,95 | — 0,05 | 0,96 | 0,961 | 0,947 |
| 45 | 0,91 | — 0,09 | 0,92 | 0,926 | 0,902 |
| 60 | 0,87 | — 0,13 | 0,875 | 0,890 | 0,863 |
| 75 | 0,84 | — 0,16 | 0,845 | 0,873 | 0,836 |
| 90 | 0,83 | — 0,17 | 0,834 | 0,860 | 0,830 |
| 105 | 0,84 | — 0,16 | 0,845 | 0,873 | 0,836 |
| 120 | 0,87 | — 0,13 | 0,875 | 0,890 | 0,863 |
| 135 | 0,91 | — 0,09 | 0,92 | 0,926 | 0,902 |
| 150 | 0,95 | — 0,05 | 0,96 | 0,961 | 0,947 |
| 165 | 0,98 | — 0,02 | 0,989 | 0,99 | 0,985 |
| 180 | 1 | 0 | 1 | 1 | 1 |

| VALEURS de ω | VALEURS PAR LESQUELLES IL FAUT MULTIPLIER R QUAND L = 4R POUR OBTENIR | | | | |
|---|---|---|---|---|---|
| | ρ | η | ρ' | ρ₁ | ρ₂ |
| 0° | 1 | 0 | 1 | 1 | 1 |
| 15° | 0,99 | — 0,01 | 0,992 | 0,992 | 0,99 |
| 30 | 0,96 | — 0,04 | 0,970 | 0,970 | 0,96 |
| 45 | 0,93 | — 0,07 | 0,937 | 0,942 | 0,93 |
| 60 | 0,90 | — 0,10 | 0,90 | 0,910 | 0,90 |
| 75 | 0,88 | — 0,12 | 0,88 | 0,900 | 0,88 |
| 90 | 0,87 | — 0,13 | 0,87 | 0,886 | 0,87 |
| 105 | 0,88 | — 0,12 | 0,88 | 0,900 | 0,88 |
| 120 | 0,90 | — 0,10 | 0,90 | 0,910 | 0,90 |
| 135 | 0,93 | — 0,07 | 0,937 | 0,942 | 0,93 |
| 150 | 0,96 | — 0,04 | 0,970 | 0,970 | 0,96 |
| 165 | 0,99 | — 0,01 | 0,992 | 0,992 | 0,99 |
| 180 | 1 | 0 | 1 | 1 | 1 |

Les tableaux précédents devraient être complétés de 5° en 5° et poussés jusqu'à la troisième décimale, alors que nous nous bornons à l'approximation d'un centième et à des

variations d'angles de 15° en 15°, dans le but unique d'indiquer la voie à suivre.

Si nous appelons $p$ la variation du piston conduit par la bielle infinie, on a $p = R(1 - \cos\omega)$. Comme $A_1N$ (fig. 50) a pour expression $R(1 - \cos\omega) - L + \sqrt{L^2 - R^2 \sin^2\omega}$, on peut écrire $A_1N = R\left[1 - \cos\omega - \frac{L}{R} + \sqrt{\frac{L^2}{R^2} - \sin^2\omega}\right]$.

Appelons $q_2$ $q_3$ $q_4$ les valeurs de $A_1N$ quand $L = 2R$ $L = 3R$ et $L = 4R$. On peut dresser le tableau suivant :

| VALEURS DE $\omega$ | VALEURS PAR LESQUELLES IL FAUT MULTIPLIER R POUR OBTENIR | | | |
|---|---|---|---|---|
| | $p$ | $q_2$ | $q_3$ | $q_4$ |
| 0° | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 15° | 0,034 | 0,014 | 0,014 | 0,024 |
| 30 | 0,134 | 0,069 | 0,084 | 0,094 |
| 45 | 0,293 | 0,153 | 0,203 | 0,233 |
| 60 | 0,500 | 0,300 | 0,370 | 0,400 |
| 75 | 0,741 | 0,491 | 0,581 | 0,621 |
| 90 | 1,000 | 0,732 | 0,830 | 0,870 |
| 105 | 1,259 | 1,009 | 1,099 | 1,139 |
| 120 | 1,500 | 1,300 | 1,370 | 1,400 |
| 135 | 1,707 | 1,567 | 1,617 | 1,647 |
| 150 | 1,866 | 1,801 | 1,816 | 1,846 |
| 165 | 1,966 | 1,946 | 1,946 | 1,956 |
| 180 | 2,000 | 2,000 | 2,000 | 2,000 |

**Cas où deux pistons, menant des bielles courtes, conduisent des manivelles faisant entre elles un angle $\gamma$.** — La figure 53 représente le cas que nous considérons. La bielle MN conduit une manivelle OM faisant l'angle $\omega$ avec OA. OM est égal à R. La deuxième bielle TS conduit la manivelle $TO = R'$ ; l'angle $\widehat{TOM} = \gamma$. Les deux bielles ont respectivement pour longueurs L et L'.

On voit sur la figure que

$$NS = OS - ON = SQ - OQ - (PN - OP).$$

Donc

$$NS = L\sqrt{1 - \frac{R'^2}{L'^2}\sin^2\left(\omega + \gamma\right)} - R'\cos\left(\omega + \gamma\right) - \left[L\sqrt{1 - \frac{R^2}{L^2}\sin^2\omega} - R\cos\omega\right]$$

Les radicaux sont très voisins de $1 - \frac{R'^2}{2L'^2}\sin^2(\omega + \gamma)$, et de

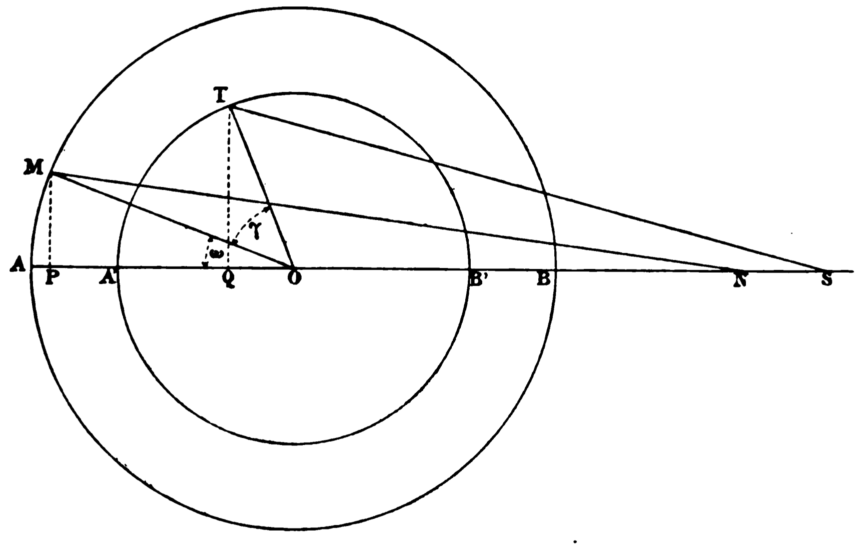



Fig. 53.

$1 - \frac{R^2}{2L^2}\sin^2\omega$, ainsi que nous l'avons déjà montré. Par suite

$$NS = R\cos\omega - R'\cos\left(\omega + \gamma\right) + L' - L + \frac{R^2}{2L}\sin^2\omega - \frac{R'^2}{2L'}\sin^2\left(\omega + \gamma\right)$$

Pour discuter les variations de cette expression, on est obligé d'examiner diverses hypothèses :

1° *Le chemin décrit par* N *reste à gauche du chemin décrit par* S *:*

$$L + R < L' - R'$$

2° *L'inverse a lieu :*

$$L + R > L' - R';$$

3° *Les lignes décrites ont une partie commune :*

$$L + R > L' - R' \quad \text{mais } L' - R' > L - R$$

Dans les deux premiers cas il est évident que NS présente un maximum et un minimum, mais sa valeur conserve toujours le même signe.

Dans le troisième cas NS s'annule pour une position donnée, et est tantôt positif, et tantôt négatif.

Si $$\gamma = \frac{\pi}{2}.$$

$$\sin\left(\omega + \gamma\right) = \sin\left(\omega + \frac{\pi}{2}\right) = \cos\omega$$

$$\cos\left(\omega + \gamma\right) = \cos\left(\omega + \frac{\pi}{2}\right) = -\sin\omega$$

Par suite on a :

$$NS = R\cos\omega + R'\sin\omega + L' - L + \frac{R^2}{2L}\sin^2\omega - \frac{R'^2}{2L'}\cos^2\omega.$$

$$NS = R\cos\omega + R'\sin\omega + L' - L - \frac{R'^2}{2L'} + \frac{1}{2}\left(\frac{R^2}{L} + \frac{R'^2}{L'}\right)\sin^2\omega$$

Si $$\gamma = \pi$$

$$\cos(\omega + \gamma) = \cos(\omega + \pi) = -\cos\omega$$

$$\sin(\omega + \gamma) = \sin(\omega + \pi) = -\sin\omega$$

Et on peut écrire :

$$NS = \left(R + R'\right)\cos\omega + L' - L + \frac{1}{2}\left(\frac{R^2}{L} - \frac{R'^2}{L'}\right)\sin^2\omega$$

Si l'on a en même temps $L = L'$, $R = R'$ et $\gamma = \frac{\pi}{2}$ ce qui est le cas de deux pistons calés à angle droit et conduisant des manivelles égales, NS se réduit à

$$NS = R\left(\cos\omega + \sin\omega\right) - \frac{R^2}{2L} + \frac{R^2}{L}\sin^2\omega = R\left(\cos\omega + \sin\omega\right) - \frac{R^2}{2L}\cos^2\omega.$$

Si l'on a en même temps $L = L'$, $R = R'$ et $\gamma = \pi$ on a pour NS

$$NS = 2R\cos\omega$$

Quant aux vitesses, en appelant $V_n$ celle du point N, et $V_s$ celle du point S, elles seraient :

$$v_n = \alpha R \sin \omega - \frac{\alpha R^2}{2L} \sin \left(2\omega\right)$$

$$v_s = \alpha R' \sin\left(\omega + \gamma\right) - \frac{\alpha R'^2}{2L'} \sin 2\left(\omega + \gamma\right)$$

$\alpha$ étant la vitesse angulaire.

**Pistons conduisant des bielles infinies mais menant des arbres dont les vitesses angulaires sont différentes.** — Ce cas peut se présenter dans une machine Compound, par exemple, quand le cylindre de détente est à deux phases pendant que le cylindre d'explosion est à quatre temps. Du reste ici nous considérons seulement deux axes solidaires tournant à des vitesses angulaires $\alpha$ et $\alpha_1$, et conduisant deux pistons revenant périodiquement ensemble à la position initiale. Nous supposerons les bielles infinies.

Pour un des pistons $\omega = \alpha t$ et, en appelant R la longueur de la manivelle, le déplacement du piston est $R[1 - \cos(\alpha t)]$.

La manivelle de l'autre piston étant R', son déplacement sera $R'[1 - \cos(\alpha_1 t)]$. La distance (fictive) des deux pistons sera donnée par l'expression

$$R - R' - R \cos(\alpha t) + R' \cos(\alpha_1 t)$$

La façon la plus simple d'étudier la question est de se reporter à l'étude géométrique que nous avons indiquée, et de tracer les positions pour les deux pistons, car $\alpha$ et $\alpha_1$ seront dans un rapport simple qui sera 2 ou 3 ou 4, etc. L'examen de l'épure ne présente aucune difficulté.

**Machines oscillantes.** — Dans une machine oscillante (fig. 54), le cylindre DE tourne autour d'un axe C, et la tige de piston conduit la manivelle OM.

OM est toujours R, et nous désignerons la distance fixe OC par D.

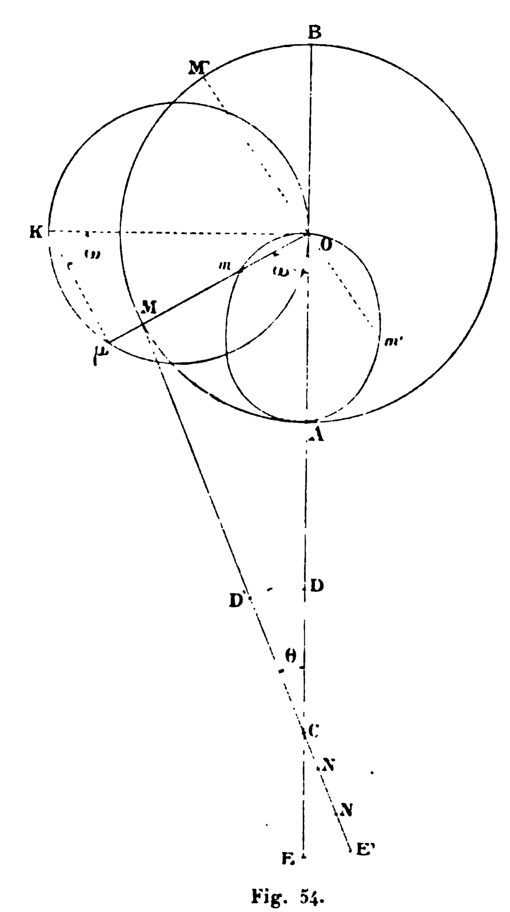



Fig. 54.

Dans le triangle CMO on voit que

$$MC = \sqrt{D^2 - R^2 - 2DR \cos\omega}$$

Quand le cylindre prend la position D'E' le piston est en N. Cherchons à évaluer CN.

MC + CN est une longueur fixe; c'est EA qui est égale à CO car CE = AO.

Donc

$$CN = D - MC = D - \sqrt{D^2 + R^2 - 2DR \cos \omega}.$$

Pour $\omega = 0$ on trouve $CN = R$; pour $\cos \omega = \frac{R}{2D}$, $CN = 0$, et dans ce cas $\omega < \frac{\pi}{2}$. A partir de ce moment CN devient négatif, c'est-à-dire que N dépasse le point C.

Pour $\omega = \pi$, $CN = -R$.

En construisant cette courbe à partir du point O, en prenant OA pour axe polaire, on voit que $CN = Om$; pour une position OM′ de la manivelle, la valeur de CN serait $Om'$ qui est négatif.

On peut écrire $CN = D - \sqrt{(D+R)^2 - 2DR(1 + \cos \omega)}$, en ajoutant et retranchant 2DR sous le radical. Par suite

$$CN = D - (D + R)\sqrt{1 - \frac{4DR}{(D+R)^2}\cos^2\frac{\omega}{2}}$$

ou, en développant en série :

$$CN = D - (D + R)\left[1 - \frac{4DR}{2(D+R)^2}\cos^2\frac{\omega}{2} - \frac{1}{2^2}\frac{1}{1.2}\frac{16D^2R^2}{(D+R)^4}\cos^4\frac{\omega}{2} \ldots\right]$$

série convergente.

Il est évident que l'on a $D > 2R$; par suite tous les termes à partir du troisième sont peu importants, et on peut présenter l'approximation :

$$CN = D - (D + R)\left(1 - \frac{2DR}{(D+R)^2}\cos^2\frac{\omega}{2}\right)$$

$$CN = \frac{2DR}{D+R}\cos^2\frac{\omega}{2} - R$$

valeur qui s'annule lorsque $\cos^2\frac{\omega}{2} = \frac{D+R}{2D}$ ce qui correspond à $\cos \omega = \frac{R}{D}$. Or nous avons déjà vu que la valeur vraie de CN s'annule pour $\cos \omega = \frac{R}{2D}$.

Si $D = 3R$, $\cos \omega = \frac{1}{3}$ correspond à $\omega = 70°30'$, et $\cos \omega = \frac{1}{6}$ à $80°30'$ (valeur vraie).

Si $D = 4R$, $\cos\omega = \frac{1}{4}$ correspond à $\omega = 75°30'$, et $\cos\omega = \frac{1}{8}$ à 82°, 50' (valeur vraie).

L'excès est donc assez sensible, mais néanmoins l'approximation permet de suivre la marche des phases.

Quant à la vitesse approchée du piston V, elle serait $\frac{dCN}{dt}$ et se rappelant que $\omega = \alpha t$, $\alpha$ étant la vitesse angulaire,

$$V = -\frac{2\alpha DR}{2(D+R)}\sin\frac{\omega}{2}\cos\frac{\omega}{2} = -\frac{\alpha DR}{2(D+R)}\sin\omega$$

Pour représenter la vitesse en valeur absolue, prenons (fig. 54) :

$$OK = \frac{\alpha DR}{2(D+R)}$$

et décrivons un cercle sur OK comme diamètre.

$$O\mu = OK \sin\omega$$

Avec les conventions que nous avons faites implicitement, la vitesse est négative quand le piston va de E' en D' dans le cylindre, c'est-à-dire quand $\omega$ croît de 0 à $\pi$. De $\pi$ à $2\pi$ c'est-à-dire quand le piston revient en arrière, la vitesse devient positive.

Cela tient au sens dans lequel nous avons mesuré les longueurs qui nous ont servi à établir la valeur de CN.

**Organes de distribution.** — Lorsqu'un moteur est en marche, les orifices permettant l'admission et l'échappement des gaz, s'ouvrent automatiquement. Ils sont commandés par des dispositifs actionnés par la machine elle-même, et qu'on appelle organes de distribution.

Ce n'est point ici le lieu d'insister sur ces appareils connus de tout le monde. Il nous suffira de rappeler qu'ils comportent :

1° Les tiroirs ;

2° Les soupapes ;

3° Les robinets, cas particulier de la distribution plus générale par solides de révolution.

**Distribution par tiroir.** — Dans la machine à vapeur, le tiroir glisse sur le flanc du cylindre le long d'une *glace* ménagée à cet effet. Il est maintenu appliqué contre cette glace par la pression existant dans la chambre de vapeur. Les mouvements ne sont pas troublés car il ne se produit pas d'augmentation de pression à l'intérieur du cylindre.

Il n'en est pas de même dans les machines à gaz, puisque à un moment déterminé il se produit une explosion. Si le tiroir commandant la distribution d'un moteur à gaz était disposé comme dans la machine à vapeur, il serait soulevé au moment de la détonation. On comprend donc que son emploi exige des modifications. Il devra être maintenu en place et ne pas pouvoir se soulever au-dessus de la glace. Nous nous bornons du reste à mentionner le fait, pour en faire comprendre la facile réalisation.

La distribution par tiroir peut être assimilée à celle de la machine à vapeur, quand il s'agit d'un moteur à gaz avec compression préalable extérieure au cylindre moteur. Alors les phases comprennent :

Course en avant : admission, explosion et détente ;

Course en arrière : expulsion et recompression, avec avance à l'admission et avance à l'exhaustion.

Nous examinerons la distribution dans ce cas, et *tout ce que nous en dirons pourra s'appliquer à la machine à vapeur.*

**Tiroir normal.** — On appelle tiroir normal celui dont l'épaisseur est égale à la longueur de la lumière (conduit d'admission) comptée suivant la parallèle aux génératrices du cylindre. La figure 55 correspond au tiroir normal appliqué

suivant la glace AB. $C_1$ et $C_2$ sont les lumières servant à l'entrée et à la sortie des gaz pour chaque face du piston. Elles sont pratiquées dans l'épaisseur de la paroi. E fournit le chemin d'exhaustion, lorsque le mouvement du tiroir fait communiquer cet orifice avec une des lumières.

Nous supposons en ce moment des bielles infinies.

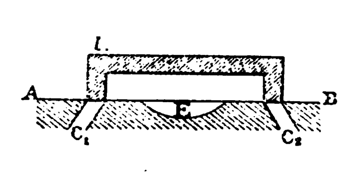



Fig. 55.

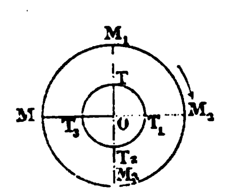



Fig. 55 *bis*.

Lorsque le piston est en M (fig. 55 *bis*), le tiroir, calé à angle droit, est en T, c'est-à-dire que lorsque le piston est à fond de course à gauche, le tiroir est dans la position de la figure 55.

Supposons que les pièces en rotation continuent leur mouvement, le tiroir se déplace vers la droite. La lumière $C_1$ découvre, les gaz affluent par cet orifice et chassent le piston en avant. OM tourne, et OT suit ce mouvement. Quand OM est en $OM_1$, OT est en $OT_2$. Le tiroir a son maximum d'élongation à droite. A partir de ce moment il revient vers la gauche, et se retrouve dans la position de la figure quand OT est en $OT_1$. Le piston est à fond de course à droite en $M_2$.

Il y a eu admission pendant toute la course.

Au delà, le tiroir se porte à gauche de la position du croquis (fig. 55). $C_1$ découvre vers la droite, et le fond de cylindre communique avec E.

L'exhaustion se fait et dure jusqu'à ce que le tiroir revienne à sa position moyenne. Il y a exhaustion pendant toute la course.

**Tiroir à recouvrements.** — La figure 56 représente le tiroir à recouvrements; *ab* est le recouvrement extérieur, et *cd* le recouvrement intérieur. Le tiroir normal serait celui que l'on obtiendrait en prolongeant les faces *eb* et *fc*.

Le tiroir normal fictif sera dans la position de celui de la figure 55 lorsque OT (fig. 56 *bis*) sera perpendiculaire à l'axe des ω : $M_1M_3$. Mais à ce moment OM n'aura pas encore atteint $OM_1$.

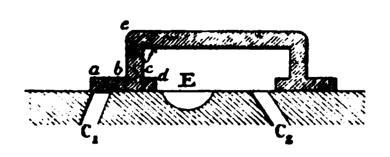



Fig. 56.

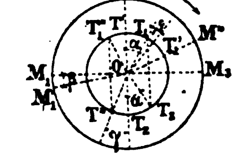


Fig. 56 *bis*.

Lorsque le tiroir sera dans la position de la figure 56, le tiroir aura dépassé la position normale et sera en $OT_1$. Il aura tourné d'un angle α.

Si on appelle ρ le recouvrement extérieur on voit que $\rho = r \sin \alpha$ en appelant $r$ le rayon de l'excentrique qui conduit le tiroir.

Si l'on veut une avance à l'admission, on s'arrange pour que le tiroir atteigne cette position quand OM est en $OM'_1$ faisant un angle $\beta = \widehat{M'_1OM_1}$ avec l'axe des ω. Dans ce cas, quand $OM'_1$ vient en $OM_1$ le rayon $OT_1$ vient en $OT'_1$. On voit que $\widehat{T'OT} = \alpha$ et que $\widehat{T_1OT'_1} = \beta$.

Considérons une position $OM''$ correspondant à $OT''$ telle que $OT''$ ait dépassé $OT_2$. Appelons γ l'angle $\widehat{T''OT_2}$; il est évident que puisque OM et OT font un angle constant de $\frac{\pi}{2} + \alpha + \beta$ on aura $\widehat{M_3OM''} = \alpha + \beta - \gamma$.

Si l'on veut que le recouvrement intérieur affleure le bord

droit de la lumière $C_1$ et si nous l'appelons $\rho'$, il faut avoir $\rho' = r \sin \gamma$.

Ceci étant établi, voyons comment fonctionne le piston.

Lorsque M est en $M_1$, T a déjà passé la position $T_1$ et est en $T_1'$. Il y a eu avance à l'admission. Lorsque le tiroir est en $T_2$, position symétrique de $T_1$, le tiroir est revenu à la position de la figure 56. L'admission cesse. L'explosion se produit et la détente commence.

L'angle $\widehat{M_1OT_2} =$ l'angle $\widehat{M_1OT_1} = \frac{\pi}{2} + \alpha$.

Le piston est en retard de $\frac{\pi}{2} + \alpha + \beta$.

Donc l'angle $\widehat{M_1OM} = \pi - 2\alpha - \beta$.

La détente se poursuit jusqu'à la position $M''OT''$ de la figure 56 *bis*. Alors $T_2OT'' = \gamma$, et $\widehat{M_2OM''} = \alpha + \beta - \gamma$ en même temps que $\widehat{M_1OM''} = \pi - \alpha - \beta + \gamma$.

A ce moment l'exhaustion se produit et se prolonge jusqu'à ce que $T''$ soit en $T''_1$ position symétrique. Alors le bord du recouvrement intérieur vient affleurer le bord droit de la lumière $C_1$. L'exhaustion cesse, la recompression commence. Dans ce cas $\widehat{T_1''OT'} = \gamma$, $\widehat{M_1OT''} = \frac{\pi}{2} - \gamma$ et OM fait avec $OM_1$ un angle $\alpha + \beta + \gamma$.

La recompression cesse et l'admission commence lorsque OM vient en $OM'_1$. Alors OT est en $OT_1$ et on a $\widehat{M_1OM'_1} = \beta$ $\widehat{M_1OT_1} = \frac{\pi}{2} + \alpha$.

Avec ces données nous pouvons maintenant calculer tous les éléments de la distribution.

Les déplacements du piston sont comptés à partir du fond de course à gauche. Ceux du tiroir sont évalués à partir de la position moyenne.

| POSITIONS | ANGLE $M_1OM$ | ANGLE $M_1OT$ | DÉPLACEMENTS du piston. | DÉPLACEMENTS du tiroir. |
|---|---|---|---|---|
| Fond de course à gauche . . . . . . . | $0°$ | $\frac{\pi}{2} + (\alpha + \beta)$ | $0$ | $r \sin (\alpha + \beta)$ |
| Maximum d'élongation à droite . . . . | $\frac{\pi}{2} - (\alpha + \beta)$ | $\pi$ | $R [1 - \sin (\alpha + \beta)]$ | $r$ |
| Fin de l'admission. . . . . . . . . . | $\pi - (2\alpha + \beta)$ | $\frac{3\pi}{2} - \alpha$ | $R [1 + \cos (2\alpha + \beta)]$ | $r \sin \alpha$ |
| Commencement de l'échappement. . . | $\pi - (\alpha + \beta - \gamma)$ | $\frac{3\pi}{2} + \gamma$ | $R [1 + \cos (\alpha + \beta - \gamma)]$ | $- r \sin \gamma$ |
| Fond de course à droite . . . . . . . | $\pi$ | $\frac{3\pi}{2} + (\alpha + \beta)$ | $2R$ | $- r \sin (\alpha + \beta)$ |
| Maximum d'élongation à gauche. . . . | $\frac{3\pi}{2} - (\alpha + \beta)$ | $2\pi$ | $R [1 + \sin (\alpha + \beta)]$ | $- r$ |
| Fin de l'échappement. . . . . . . . . | $2\pi - (\alpha + \beta + \gamma)$ | $\frac{\pi}{2} - \gamma$ | $R [1 - \cos (\alpha + \beta + \gamma)]$ | $- r \sin \gamma$ |
| Commencement de l'admission . . . . | $2\pi - \beta$ | $\frac{\pi}{2} + \alpha$ | $R (1 - \cos \beta)$ | $r \sin \alpha$ |
| Fond de course à gauche. . . . . . | $2\pi$ | $\frac{\pi}{2} + \alpha + \beta$ | $0$ | $r \sin (\alpha + \beta)$ |

Il est facile d'en déduire la durée et la longueur des phases, qui se résument ainsi :

| | DURÉE | LONGUEUR |
|---|---|---|
| Admission . . . . . . | $\pi - (2\alpha + \beta)$ | $R[1 + \cos(2\alpha + \beta)]$ |
| Détente. . . . . . . . | $\alpha + \gamma$ | $R[\cos(\alpha+\beta-\gamma) - \cos(2\alpha+\beta)]$ |
| Avance à l'échappement. | $\alpha + \beta - \gamma$ | $R[1 - \cos(\alpha + \beta - \gamma)]$ |
| Échappement . . . . . | $\pi - (\alpha + \beta + \gamma)$ | $R[1 + \cos(\alpha + \beta + \gamma)]$ |
| Recompression . . . . | $\alpha + \gamma$ | $R[\cos\beta - \cos(\alpha + \beta + \gamma)]$ |
| Avance à l'admission. . | $\beta$ | $R(1 - \cos\beta)$ |

Les durées des phases sont proportionnelles aux angles décrits, c'est-à-dire à la différence des angles $M_1OM$, pris au commencement et à la fin de la phase. Les *longueurs des phases* sont égales à la différence des déplacements du piston, comptés à l'origine et à l'extrémité de chaque période considérée.

**Influence de la bielle.** — Nous avons vu que lorsqu'on tient compte de la longueur L et de l'obliquité de la bielle, la position vraie du piston est en retard sur celle du piston fictif, dont les déplacements sont ceux du point M, d'une quantité $\frac{-R^2}{2L}\sin^2\omega$.

Il est donc facile de dresser le tableau suivant, en ayant soin de remarquer que, pour le tiroir, on négligera l'obliquité de sa bielle qui, dans la pratique, est beaucoup plus longue que celle du piston, $r$ étant du reste notablement inférieur à R.

| POSITIONS | ANGLE $M_1OM$ | ANGLE $M_1OT$ | DÉPLACEMENTS VRAIS du piston. | DÉPLACEMENTS du tiroir. |
|---|---|---|---|---|
| Fond de course à gauche . . . . | $0^o$ | $\frac{\pi}{2}+(\alpha+\beta)$ | $0$ | $r \sin(\alpha+\beta)$ |
| Maximum d'élongation droite . . | $\frac{\pi}{2}-(\alpha+\beta)$ | $\pi$ | $R[1-\sin(\alpha+\beta)]-\frac{R^2}{2L}\cos^2(\alpha+\beta)$ | $r$ |
| Fin de l'admission . . . . . . . | $\pi-(2\alpha+\beta)$ | $\frac{3\pi}{2}-\alpha$ | $R[1+\cos(2\alpha+\beta)]-\frac{R^2}{2L}\sin^2(2\alpha+\beta)$ | $r \sin\alpha$ |
| Commencement de l'échappement. | $\pi-(\alpha+\beta-\gamma)$ | $\frac{3\pi}{2}+\gamma$ | $R[1+\cos(\alpha+\beta-\gamma)]-\frac{R^2}{2L}\sin^2(\alpha+\beta-\gamma)$ | $-r\sin\gamma$ |
| Fond de course à droite. . . . . | $\pi$ | $\frac{3\pi}{2}+(\alpha+\beta)$ | $2R$ | $-r\sin(\alpha+\beta)$ |
| Maximum d'élongation gauche . . | $\frac{3\pi}{2}-(\alpha+\beta)$ | $2\pi$ | $R[1+\sin(\alpha+\beta)]-\frac{R^2}{2L}\cos^2(\alpha+\beta)$ | $-r$ |
| Fin de l'échappement. . . . . . | $2\pi-(\alpha+\beta+\gamma)$ | $\frac{\pi}{2}-\gamma$ | $R[1-\cos(\alpha+\beta+\gamma)]-\frac{R^2}{2L}\sin^2(\alpha+\beta+\gamma)$ | $-r\sin\gamma$ |
| Commencement de l'admission. . | $2\pi-\beta$ | $\frac{\pi}{2}+\alpha$ | $R(1-\cos\beta)-\frac{R^2}{2L}\sin^2\beta$ | $r\sin\alpha$ |
| Fond de course à gauche . . . . | $2\pi$ | $\frac{\pi}{2}+(\alpha+\beta)$ | $0$ | $r\sin(\alpha+\beta)$ |

De ce tableau on déduit le suivant :

| PHASE | DURÉE | LONGUEUR |
|---|---|---|
| Admission . . . . . | $\pi-(2\alpha+\beta)$ | $R[1+\cos(2\alpha+\beta)]-\frac{R^2}{2L}\sin^2(2\alpha+\beta)$ |
| Détente. . . . . . . | $\alpha+\gamma$ | $R[\cos(\alpha+\beta-\gamma)-\cos(2\alpha+\beta)]-\frac{R^2}{2L}[\sin^2(\alpha+\beta-\gamma)-\sin^2(2\alpha+\beta)]$ |
| Avance à l'échappement. . . . . . | $\alpha+\beta-\gamma$ | $R[1-\cos(\alpha+\beta-\gamma)]+\frac{R^2}{2L}\sin^2(\alpha+\beta-\gamma)$ |
| Échappement. . . . | $\pi-(\alpha+\beta+\gamma)$ | $R[1+\cos(\alpha+\beta+\gamma)]+\frac{R^2}{2L}\sin^2(\alpha+\beta+\gamma)$ |
| Recompression . . . | $\alpha+\gamma$ | $R[\cos\beta-\cos(\alpha+\beta+\gamma)]-\frac{R^2}{2L}[\sin^2(\alpha+\beta+\gamma)-\sin^2\beta]$ |
| Avance à l'admission. | $\beta$ | $R(1-\cos\beta)-\frac{R^2}{2L}\sin^2\beta$ |

Il est à remarquer que les *durées* de la détente et de la recompression sont égales, mais que leurs *longueurs* ne le sont pas.

**Diagramme de Zeuner.** — Le déplacement du piston est de forme R (1 — cos ω); celui du tiroir est exprimé

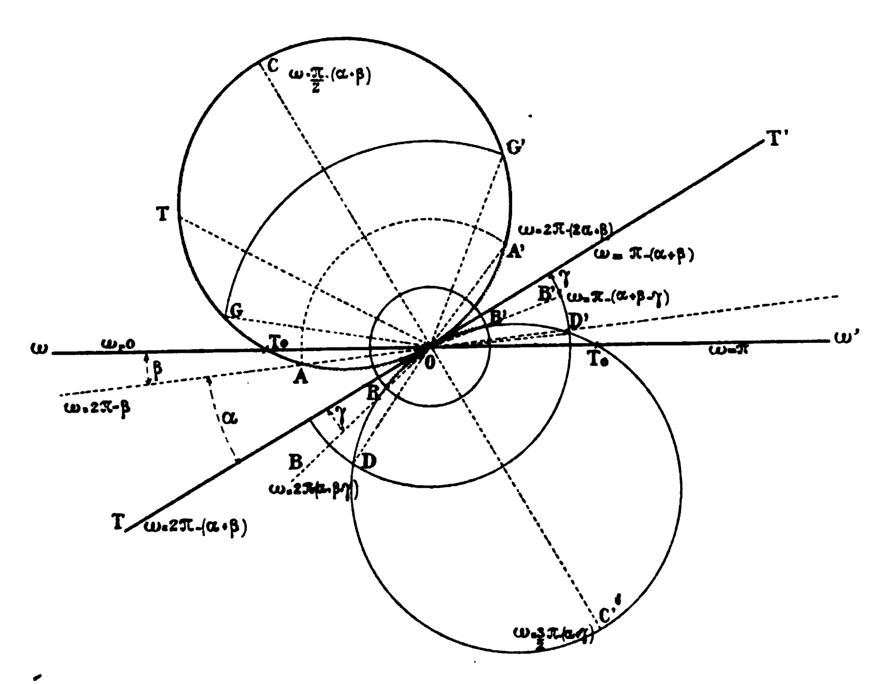


Fig. 57.

par $r\left[1 - \cos\left(\omega + \frac{\pi}{2} + \alpha + \beta\right)\right] = r\,[1 + \sin(\omega + \alpha + \beta)]$.
Le déplacement $D_t$ autour du centre O est donc :

$D_t = r \sin(\omega + \alpha + \beta)$ équation d'un cercle de rayon $r$, tangent à une droite TT′ faisant l'angle $(\alpha + \beta)$ avec l'axe des ω.

Traçons les deux cercles OC et OC′ qui coupent l'axe des ω en $T_0$ et $T'_0$ (fig. 57).

Menons la droite AA' qui fait avec $\omega\omega'$ l'angle $-\beta$, et qui coupe les cercles en A et A'.

Traçons de même OB et OB' qui font les angles $\gamma$ avec TT' et coupent les cercles en R et R'.

D'après le tracé de la figure, on voit qu'un rayon OT fait avec l'axe des $\omega$ les angles suivants :

| POSITIONS DU RAYON | VALEURS DE $\omega$ |
|---|---|
| $OT_0$ | $0^0$ |
| OC | $\frac{\pi}{2}-\left(\alpha+\beta\right)$ |
| OA' | $2\pi-(2\alpha+\beta)$ |
| OT' | $\pi-(\alpha+\beta)$ |
| OB' | $\pi-(\alpha+\beta-\gamma)$ |
| $OT'_0$ | $\pi$ |
| OC' | $3\frac{\pi}{2}-\left(\alpha+\beta\right)$ |
| OB | $2\pi-(\alpha+\beta+\gamma)$ |
| OT | $2\pi-(\alpha+\beta)$ |
| OA | $2\pi-\beta$ |
| $OT_0$ | $2\pi$ |

Par suite l'admission aura lieu quand OT partira de $OT_0$, pour aboutir en $OT_0'$.

L'échappement commencera à la position OR' et finira à la position OR.

La recompression ira de OR en OA.

L'avance à l'admission se fera de OA en $OT_0$.

Si nous prenons $OG = OA +$ la longueur de la lumière, et si de O comme centre avec OG pour rayon nous décrivons un cercle qui coupe le cercle de Zeuner en G et G', on voit que tant que OM sera compris entre OG et OG', la lumière sera ouverte en grand. Pour une position comprise entre OA et OG, ou entre OA' et OG', la lumière sera partiellement découverte, et la quantité dont elle sera découverte sera la longueur du rayon moins la longueur de OA.

Il est à remarquer que OA est égal au recouvrement extérieur, et OR au recouvrement intérieur, car OA $= r$ sin $\alpha$.

Si on prend OD pour rayon d'un cercle de centre O, et si OD = OR + longeur de la lumière, on voit que la lumière sera découverte en grand tant que OT sera entre OD et OD'. C'est la contre-partie de la remarque précédente. La lumière sera partiellement découverte quand OT oscillera entre OR et OD, ou entre OD' et OR'. OR = sin $\gamma$.

Si $\gamma = o$ c'est qu'il n'y a pas de recouvrement intérieur. Les points R, R' et O se confondent.

Si $\beta = o$ il n'y a pas avance à l'admission ; A et $T_0$ se confondent.

**Compléments du diagramme de Zeuner.** — Considérant l'axe des $\omega$, $M_0 M'_0$ (fig. 58), nous traçons les cercles de Zeuner OC et OC' comme nous venons de le faire. Nous avons toujours :

Admission suivant l'arc $T_0CA'$ ;

Détente : arc A'O + arc OR' ;

Avance à l'exhaustion : arc $R'T'_0$ ;

Exhaustion : arc $T'_0C'R$ ;

Recompression : arc RO + arc OA ;

Avance à l'admission : arc $AT_0$.

Traçons le cercle décrit par le bouton de manivelle, et prenons le point O pour centre. $OM_0 = R$. Sur $OM_0$ comme diamètre décrivons un cercle.

Les rayons du diagramme de Zeuner nous donnent, sur la circonférence, les positions du bouton de manivelle qui correspondent à celles du tiroir quand on néglige l'obliquité de la bielle.

Nous avons marqué autour de la circonférence la valeur des arcs correspondants, de façon à ce qu'il n'y ait pas d'ambiguïté.

Traçons de plus la courbe $M_0PM'_0P'M_0$ qui a pour équation

$\rho = R\left(1 - \frac{R}{2L}\sin^2\omega\right)$ ou une des ellipses d'approximation.

Nous avons vu que, alors que le piston fictif avait pour

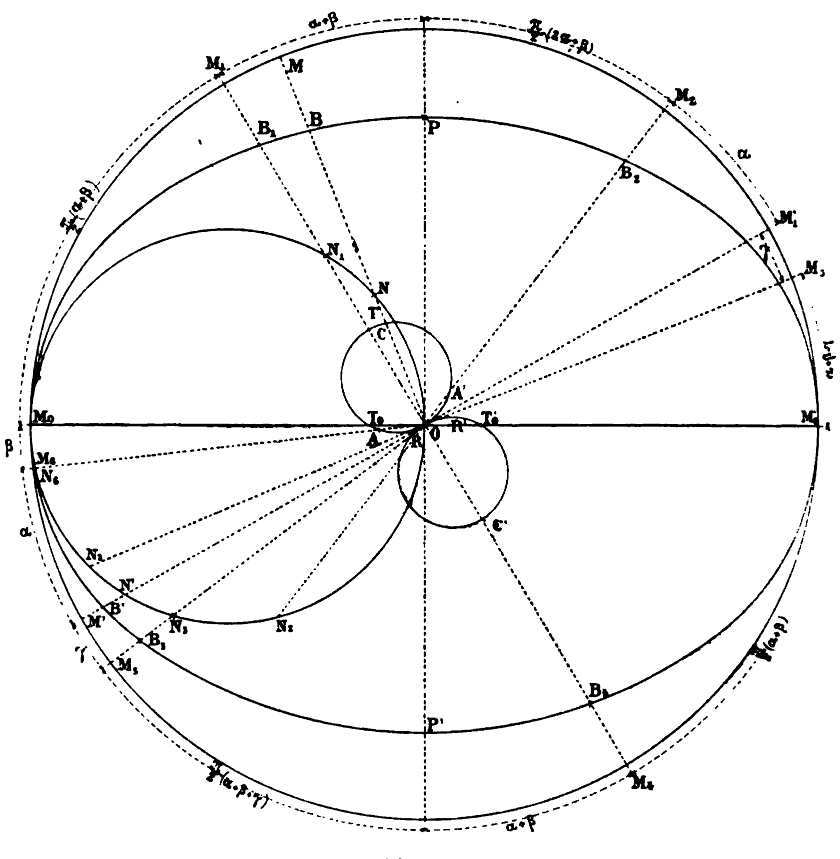



Fig. 58.

déplacement MN, le piston vrai ne se déplaçait que de BN. La variation correspondante du tiroir est OT. Il est facile de suivre ainsi les variations du piston et du tiroir. Nous en avons assez dit pour que l'on puisse examiner les diverses phases sans difficulté.

**Distribution par soupapes.** — Nous ne mentionnons ce

mode de distribution que pour mémoire, tant la disposition en est simple.

L'axe conduisant les soupapes a une vitesse angulaire souvent différente de celle de l'arbre moteur, mais toujours dans un rapport simple avec elle. Généralement ce rapport est $\frac{1}{2}$. Si l'on se fixe la durée des phases et que l'on détermine les positions correspondantes du piston, il suffit de reporter la *durée de ces phases* sur la circonférence de l'axe des soupapes, et la répartition des points limites des phases déterminera le profil des cames menantes pourvu que l'on se donne en outre la *levée des soupapes* et la *durée de leur manœuvre*.

**Diagramme d'un moteur à quatre temps.** — Nous choisissons, à titre d'exemple, un moteur à quatre temps dont la soupape d'admission s'ouvre par suite de la dépression créée par le piston dans sa marche en avant, et se referme dès que commence la marche en arrière.

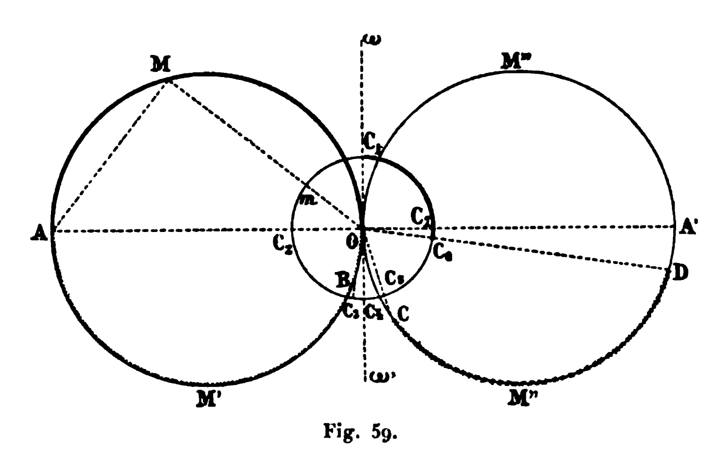



Fig. 59.

La came d'exhaustion est calée sur un arbre tournant deux fois moins vite que celui du piston.

Nous représentons (fig. 59) les déplacements du piston.

$\omega\omega'$ sera l'axe des $\omega$. Sur un axe perpendiculaire AO décrivons un cercle avec $AO = 2R$ comme diamètre, puis un cercle égal OA′ en prenant $OA' = OA$ et dans son prolongement. De plus, de O comme centre, décrivons un cercle avec *om* comme rayon.

Supposons que le piston se déplace à partir de O suivant OA, aille en A et revienne en O. Ensuite nous le ferons se déplacer de O en A′ et de A′ en O. Il aura ainsi accompli quatre oscillations répondant aux quatre temps du cycle. Le chemin idéal correspondant du bouton de manivelle aura été OMAM′O M″A′M‴O.

De O en A il y a admission,

De A en B s'exécute la compression.

En B a lieu l'explosion qui se continue de B en O et de O en C.

De C en D a lieu la détente.

De D en O, en passant par M‴, se produit l'expulsion.

Durant ce parcours de deux circonférences complètes, le point *m* du rayon OM a décrit une fois la circonférence des points C. Donc, sur cette circonférence, le point *m* a un mouvement égal à celui d'un des points de l'axe de la came d'exhaustion. Si l'exhaustion correspond à DA′M‴O, la came la provoquant commencera en $C_6$ pour finir en $C_1$.

Dans le cas où nous nous sommes placés l'exhaustion ne doit pas cesser avant le retour au point O. En effet, si cela avait lieu, il y aurait recompression et quand le piston se déplacerait de O vers A il faudrait que la pression s'abaissât de façon à provoquer le mouvement de la soupape d'admission. On raccourcirait donc l'admission et on diminuerait la compression AM′B. Ces conditions seraient défavorables.

**Représentation de l'effort.** — Nous supposerons le cas de la bielle infinie.

Soit la machine analogue à la machine à vapeur que nous avons déjà considérée.

Nous prenons l'admission sous pression, avec explosion et

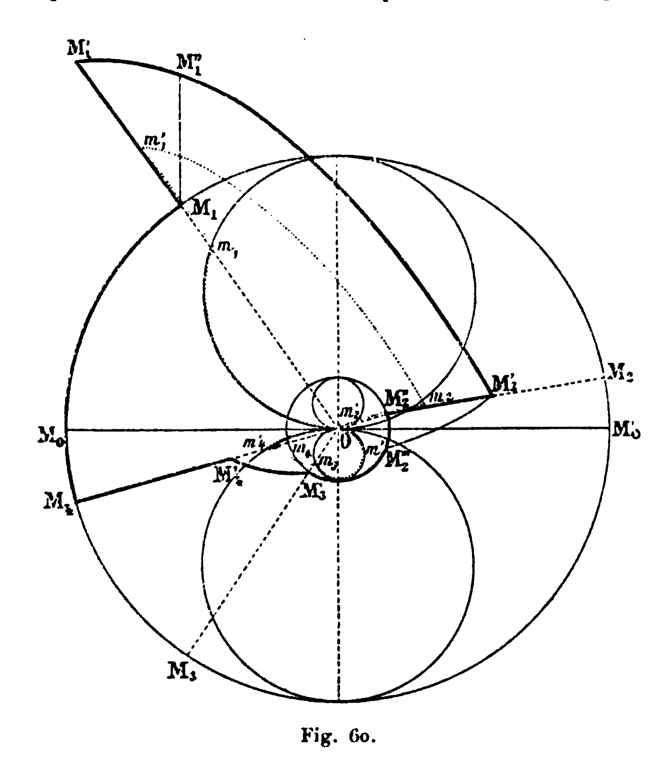



Fig. 60.

détente pendant une course simple puis pendant le retour du piston avec exhaustion et recompression.

Dans la figure 60 supposons que $M_0M'_0$ représente le déplacement du piston. Suivant le rayon OM portons à partir de O des longueurs représentant les pressions dans le cylindre. Nous obtenons le diagramme figuré $M_0 M_1 M'_1 M'_2 M''_2 M'_3 M'_4 M_4 M_0$.

De $M_0$ en $M_1$ il y a admission à la pression $OM_0$.

En $M_1$ l'explosion se produit ; la pression prend la valeur $OM'_1$.

La détente conduit de $M'_1$ en $M'_2$.

L'échappement ramène la pression en $M''_2$.

L'expulsion se fait de $M''_2$ en $M'_3$.

De $M'_3$ en $M'_4$ il y a recompression

L'ouverture de l'admission porte la pression à la valeur $OM_4$.

De $M_4$ à $M_0$ il y a avance à l'admission.

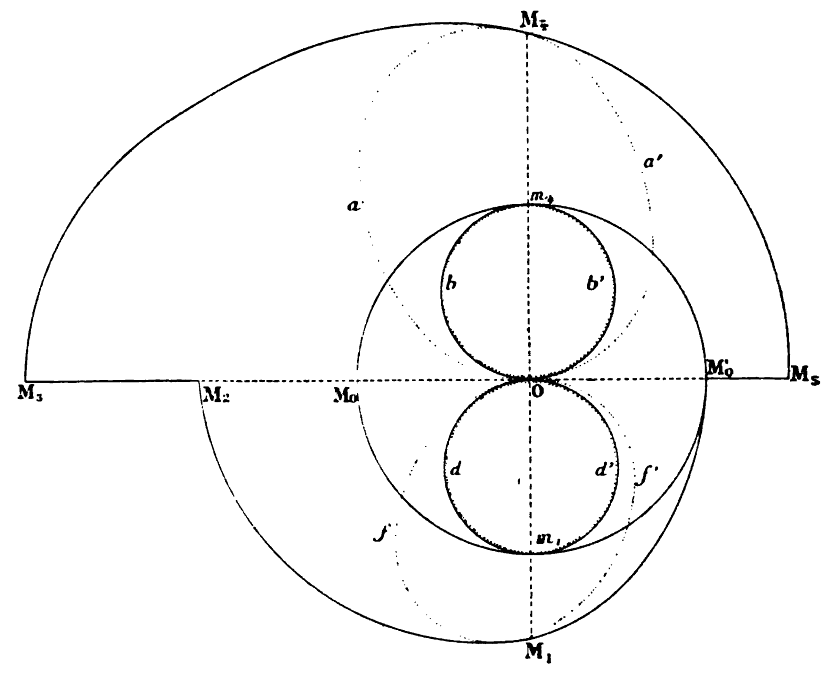



Fig. 61.

Nous supposons l'explosion et l'échappement instantanés. Mais si l'on tient compte de leur durée le diagramme prend la forme $M_0M_1M''_1M'_2M'''_2M'_3M'_4M_4M_0$. La ligne $M_1M'_1M''_1$ est remplacée par $M_1M''_1$ et $M'_2M'''_2$ et se substitue à $M'_2M''_2M'''_2$.

Quant à la courbe de détente elle a lieu d'après la loi $pv^K =$ constante d'où $p = \frac{\text{const.}}{v^K}$.

Dans le cas où $K = 1$, $v$ est égal à $u + R\,(1 - \cos \omega)$.

Donc $p$ est de forme $p = \frac{A}{1 - B \cos \omega}$, or $p$ est précisément le rayon vecteur de notre diagramme. Donc l'arc $M'_1M'_2$ est un arc d'ellipse, pour le cas ou $K = 1$, c'est-à-dire pour le régime isotherme.

En supposant la bielle infinie, $p$ est dirigé parallèlement à $M_0 M'_0$. Mais il est intéressant de connaître l'effort tangentiel $p \sin \omega$ puisque c'est celui qui détermine la rotation.

Nous le traçons sur la figure 60 en pointillé $om_1m'_1m_2 m'_2om'm_3m_4m'_4o$.

Il est facile d'appliquer ce que nous venons de dire à un moteur à quatre temps, et nous représentons les résultats (fig. 61).

Le trait plein représente l'effort total, le pointillé l'effort tangentiel.

Nous négligeons l'obliquité de la bielle, nous admettons que la détonation et la chute de pression à l'exhaustion sont instantanées, et enfin nous supposons que les phases changent à fond de course. Nous obtenons :

| PHASES | EFFORT TOTAL | EFFORT TANGENTIEL |
|---|---|---|
| Admission. . . . . . . | demi-cercle $M_0m_4M'_0$ | cercle $obm_4b'o$ |
| Recompression. . . . . | courbe $M'_0M_1M_2$ | courbe $ofM_1fo$ |
| Détonation et détente. . | courbe $M_2M_3M_4M_5$ | courbe $oaM_4a'o$ |
| Chute de pression et expulsion . . . . . . . | $M_5M'_0$ + demi-cercle $M'_0m_1M_0$ | cercle $od'm_1do$ |

**Machines Compound.** — Nous avons défini déjà ce que l'on appelle une machine Compound. Très fréquemment, dans les machines à vapeur, il existe, entre le cylindre de détente et le petit cylindre, un réservoir intermédiaire où la pression varie peu. Dans ces conditions on se trouve en présence de deux cylindres fonctionnant comme isolés et dans la pratique on les traitera comme tels.

Nous avons montré page 107 comment se comporte le diagramme obtenu en prenant les volumes pour abscisses et les pressions comme ordonnées. Nous nous bornerons à rappeler que l'emploi de deux cylindres Compound produit le même résultat que celui que l'on obtiendrait avec un cylindre isolé permettant la détente totale.

Mais l'emploi de ce *cylindre unique offrirait l'inconvénient d'une admission trop grande*. Il ne faut pas oublier que le cylindre d'explosion reste ce qu'il était, à deux, quatre ou six temps, avec cette différence qu'on n'y provoque pas de chute de pression. Les gaz sont évacués à la pression correspondant à la fin de la détente, et vont agir dans le cylindre de détente qui se comporte comme celui d'une machine à vapeur.

N'oublions pas que la suppression des espaces nuisibles (telle que nous l'avons décrite p. 101) combinée, avec la marche continue du cylindre de détente (voir également p. 106), a une importance capitale dans le cas qui nous occupe.

Il est bien entendu que lorsqu'un cylindre de détente dessert plusieurs cylindres d'explosion, il ne le fait que successivement et entre tour à tour en combinaison avec un de ces petits cylindres. Par suite, chaque détente correspond au cas de deux cylindres, l'un celui d'explosion, l'autre celui de détente.

Avec les machines à gaz, opérant à haute température, l'emploi d'un réservoir intermédiaire est condamnable en principe, puisque le maintien des gaz dans une enceinte quelconque non chauffée ne peut avoir que pour effet d'en abaisser la température.

Il y a donc intérêt à produire l'évacuation directement du petit cylindre dans le grand. Tous deux doivent être à bout de course au moment où commence l'exhaustion du petit cylindre, sauf l'avance à l'échappement de celui-ci corres-

pondant à une avance à l'admission dans le cylindre de détente.

Du reste, nous ne considérerons que le cas théorique sans avance de phases et en supposant la détonation instantanée.

Examinons ce qui se passe en admettant que le cylindre de détente conduise un arbre tournant $n$ fois moins vite que l'axe conduit par le ou les cylindres d'explosion.

Les angles $\omega$ sont comptés à partir de $OM_0$ (fig. 62).

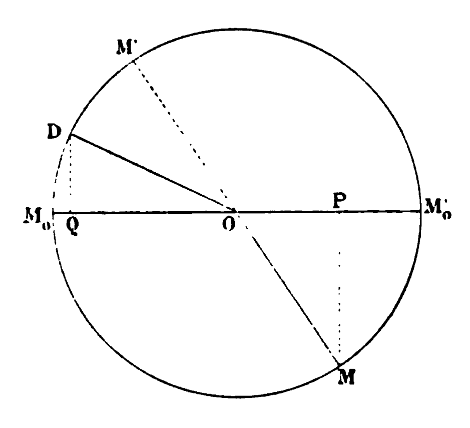



Fig. 62.

Lorsque le piston du petit cylindre commencera à revenir en arrière pour expulser les gaz, il sera en $M'_0$. Le grand piston sera à l'origine des $\omega$.

Lorsque le bouton de manivelle du petit piston sera venu en $M_1$ celui du grand piston sera en D.

Si nous appelons $\omega$ l'angle $M_0OM'$, $M'$ étant l'intersection du prolongement de OM avec la circonférence, il est évident que $\widehat{M_0OD} = \frac{\omega}{n}$ et que OM fait avec $OM_0$ un angle $\pi + \omega$.

Par suite $M_0P = R(1 + \cos\omega)$ car $\cos(\omega + \pi) = -\cos\omega$. Donc $R(1 + \cos\omega)$ représente le volume du petit cylindre encore rempli de gaz si la section du petit cylindre est égale à l'unité.

Quant au volume engendré sous le grand piston ce sera $\sigma R' \left(1 - \cos \frac{\omega}{n}\right)$ en appelant R′ la longueur de la manivelle conduite par le grand piston, et $\sigma$ le rapport de sa section à celle du petit piston.

Donc l'échange des gaz se fera entre les deux cylindres sous un volume qui sera à un instant quelconque

$$u + R(1 + \cos \omega) + \sigma R' \left(1 - \cos \frac{\omega}{n}\right), \ \omega \text{ variant de } 0 \text{ à } \pi$$

et $u$ étant l'espace nuisible du cylindre d'explosion. Nous négligeons ici l'espace nuisible sous le grand piston.

Nous savons que la détente a lieu suivant une loi caractérisée par :

$$pv^K = A$$

A étant une constante, $p$ la pression, $v$ le volume et K un coefficient convenablement choisi.

Si $P_f$ désigne la pression à la fin de la détente dans le petit cylindre, et nous avons appris à calculer $P_f$ (voir p. 94 et suiv.) et si P représente la pression à un instant quelconque on aura :

$$\left(u + 2R\right)^K P_f = P\left[u + R\left(1 + \cos \omega\right) + \sigma R'\left(1 - \cos \frac{\omega}{n}\right)\right]^K$$

Lorsque le petit piston sera à bout de course, $\omega$ sera égal à $\pi$, et tous les gaz empliront l'espace nuisible et le volume engendré sous le grand piston à la pression $P_m$. On peut écrire :

$$\left(u + 2R\right)^K P_f = P_m\left[u + \sigma R'\left(1 - \cos \frac{\pi}{n}\right)\right]^K$$

car $\cos \pi = -1$.

A partir de ce moment, on fermera la communication et les gaz contenus dans le grand cylindre sous le volume $\sigma R' \left(1 - \cos \frac{\pi}{n}\right)$ à la pression $P_m$ se détendront et devront être amenés à la pression atmosphérique $P_1$.

Il faudra $$\left[\sigma R'\left(1 - \cos\frac{\pi}{n}\right)\right]^K P_m = \left(2\sigma R'\right)^K P_1$$

ou en divisant par $(\sigma R')^K$

$$\left(1 - \cos\frac{\pi}{n}\right)^K P_m = 2^K P_1$$

équation qui donne $P_m$ en fonction de $P_1$ tandis que :

$$\left(u + 2R\right)^K P_f = P_m \left[u + \sigma R'\left(1 - \cos\frac{\pi}{n}\right)\right]^K$$

donne $\sigma R'$.

On voit donc que $\sigma R'$ a une valeur fixe, c'est-à-dire que le rayon de la manivelle doit être en raison inverse de la section du cylindre de détente.

Lorsque l'on ferme l'admission au grand cylindre pour que le petit piston puisse recommencer ses phases, l'espace $u$ est rempli de gaz à la pression $P_m$. Ce gaz doit s'échapper brusquement pour que l'admission recommence sous le petit piston, et son énergie disponible est par suite perdue.

Lorsque $u = o$, et c'est le cas des moteurs décrits page 101, cette cause de perte n'existe pas ; l'exhaustion de l'espace nuisible ne vient pas troubler l'admission suivante.

Dans le cas où cet échappement ne se ferait pas, les gaz comprimés dans l'espace $u$ devraient se détendre et l'admission ne pourrait avoir lieu que lorsque leur pression serait tombée à la pression initiale. On perdrait donc aussi sur l'admission.

Il est bien entendu qu'ici $u$ ne désigne pas les espaces réellement nuisibles, impossibles à éviter, mais bien la chambre de compression d'un moteur à quatre temps, et c'est cette chambre qui est supprimée dans le moteur décrit page 101.

Si l'on a 1 cylindre d'explosion à quatre temps et 1 cylindre de détente, $n = 2$.

Avec 1 cylindre d'explosion à six temps et 1 cylindre de détente, $n = 3$.

Avec 2 cylindres à quatre temps et 1 grand cylindre, $n = 1$.

Avec 2 — six — 1 — $n = \frac{3}{2}$.

Avec 3 — — — 1 — $n = 1$.

Lorsque $n = 1$ les pistons arrivent ensemble à fond de course, et on a :

$$(u + 2R)^K P_f = [u + 2R'\sigma]^K P_1$$

ce qui donne $R'\sigma$. Ici $u$ est rempli de gaz à la pression $P_1$ quand on ferme la communication entre les deux cylindres, et il n'y a plus de fluides comprimés amenant une perturbation dans la phase suivante par suite de la nécessité de les expulser ou de les détendre.

**Représentation du travail.** — Nous n'avons rien à ajouter à ce que nous avons dit dans les chapitres précédents. Il n'y a qu'à se rapporter aux diagrammes obtenus en prenant les volumes pour abscisses et les pressions pour ordonnées.

Nous ferons seulement observer que ces diagrammes représentent en même temps le travail de la force tangentielle.

En effet si $pv^K = A$, le travail élémentaire est $pdv = \frac{Adv}{v^K}$.

L'effort tangentiel est $p \sin \omega$ et le chemin parcouru est $Rd\omega$ donc le travail élémentaire est $p \sin \omega R d\omega$,

mais $$v = u + R(1 - \cos \omega)$$

et $$dv = R \sin \omega \, d\omega$$

donc $$p \sin \omega \, Rd\omega = pdv$$

Nos diagrammes, obtenus comme ils l'ont été, représentent bien le travail de la force tangentielle, au bouton de manivelle, abstraction faite des résistances passives, bien entendu.

# CHAPITRE V

## LES RÉSISTANCES PASSIVES

---

Les résistances passives dans un moteur.

Frottement de glissement. — Tiges guidées. — Vis à filet rectangulaire. — Vis à filet triangulaire. — Frottement des tourillons sur les coussinets. — Frottement contre les épaulements. — Frottement dans les articulations. — Frottement dans les engrenages cylindriques. — Frottement dans les engrenages coniques. — Frottement dans la vis sans fin. — Frottement d'une corde sur un cylindre. — Frottement des courroies sans fin.

Substitution du roulement au glissement. — Frottement de roulement. — Valeur du frottement de roulement. — Du tirage des voitures. — Résultat des expériences sur le tirage des voitures. — Influence des jantes. — Influences diverses. — Expériences de M. Michelin. — Expériences diverses. — Influence de la route.

Résistance de l'air. — Résistance des automobiles.

Des perturbations dues à l'inertie des pièces en mouvement. — Effort exercé sur le piston par les pièces oscillantes. — Variations de l'effort sur le bouton de manivelle dues à l'action des pièces oscillantes. — Des trépidations.

Dérapage et fringalage. — De la direction des véhicules. — Adhérence. — Patinage. — Des variations de force vive. — Irrégularités du moteur.

---

# CHAPITRE V

## LES RÉSISTANCES PASSIVES

---

**Les résistances passives dans un moteur.** — Nous venons de voir comment, dans un moteur à gaz, est engendrée la force, comment elle est transmise, et quels sont les organes qui, empruntant l'énergie dans le cylindre, la transforment en travail mécanique utile. Cette transformation est du reste loin d'être intégrale.

Nous savons déjà que nombre de calories sont perdues en route, soit par rayonnement du cylindre, soit par refroidissement des parois, soit sous forme de chaleur disparaissant avec les gaz de l'échappement. Ces pertes ne sont pas les seules dont il faille tenir compte. D'autres sont inhérentes à la nature de la machine, à l'imperfection du mécanisme, bref à une série de causes dont nous allons analyser les principales.

Ce sont les *résistances passives*. En effet le piston poussé par les gaz, *frotte* contre les parois du cylindre, les guides *frottent* le long des glissières, les articulations jouent les unes contre les autres, les tourillons *frottent* sur les coussinets, et les pièces en rotation contre les épaulements, les engrenages, les vis, les courroies, consomment de la force lorsque l'on veut provoquer leur déplacement; mille causes interviennent pour dissiper en route cette énergie que l'on veut utiliser.

Il ne faut pas oublier que les corps, que nous avons jusqu'ici supposés indéformables, sont loin d'être d'une dureté parfaite. Ils se déforment au contact les uns des autres, plus ou moins longtemps, plus ou moins complètement, et il y a là une cause d'absorption d'énergie que nous allons apprendre à apprécier.

Nous aurons à examiner le frottement de roulement, les variations de résistance dues à l'état de la route, les chocs, les conditions d'adhérence, etc.

Enfin nous aurons à nous occuper de la résistance que l'air offre au déplacement des véhicules, et de la stabilité.

**Frottement de glissement.** — Lorsque deux corps glissent l'un sur l'autre, la somme des actions s'exerçant entre les éléments des surfaces peut se ramener à deux composantes situées dans un plan normal au contact, l'une tangentielle, l'autre normale à l'élément de contact.

Des considérations expérimentales ont conduit à poser en principe que la force normale N et la force tangentielle T ont un rapport constant $f$.

$$\frac{T}{N} = f.$$

La valeur de $f$ dépend de l'état des surfaces, et elle diminue d'autant plus que les surfaces en contact sont plus polies ou mieux graissées. $f$ a reçu le nom de coefficient de frottement, et a été déterminé par l'expérience. Voici quelques évaluations de $f$.

| NATURE DES CORPS | ÉTAT DES SURFACES | $f$ |
|---|---|---|
| Bois sur bois | à sec | 0,45 |
| | humides | 0,25 |
| | bien graissées | 0,07 |
| Bois sur métal | à sec | 0,36 |
| | humides | 0,24 |
| | bien graisées | 0,07 |

| NATURE DES CORPS | ÉTAT DES SURFACES | $f$ |
|---|---|---|
| Métal sur métal | à sec | 0,18 |
| | bien graissées | 0,08 |
| Cuir sur bois | à sec | 0,32 |
| | humides | 0,29 |
| Cuir sur métal | à sec | 0,56 |
| | humides | 0,36 |
| Corde de chanvre sur bois | | 0,50 |

Si au contact de deux corps dont l'un glisse sur l'autre nous considérons un élément dS de surface, la réaction totale F fera avec la normale l'*angle de frottement* $\alpha$; on aura donc :

$$\operatorname{tg} \alpha = f$$

et par suite

$$N = F \cos \alpha = \frac{F}{\sqrt{1 + f^2}}$$

$$T = F \sin \alpha = \frac{Ff}{\sqrt{1 + f^2}}.$$

Si l'on veut déplacer un corps reposant sur un plan horizontal, au moyen d'un effort horizontal, il faudra que cet effort soit supérieur au frottement de glissement.

**Tiges guidées.** — Considérons (fig. 63) une tige AB se déplaçant entre des guides GG', $G_1G'_1$. Appelons $2l$ sa longueur et $2e$ son épaisseur. Le point O sera le centre, et, dans le plan de symétrie nous considérerons les axes de coordonnées O$x$ O$y$ passant par le point O, O$y$ étant vertical et O$x$ horizontal.

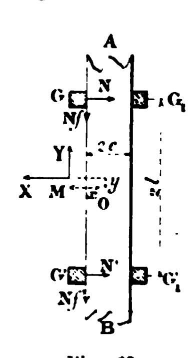


Fig. 63.

Supposons que la pièce s'appuie sur deux guides G et G'; soient N et N' les réactions, et N$f$ et N'$f'$ les composantes dues au frottement. Nous supposons un mouvement vertical de la pièce AB. Nous désignerons par X et Y les composantes suivant O$x$ et O$y$ des forces extérieures.

En projetant suivant O$x$ et O$y$ et prenant le moment par rapport à O, on voit que l'on a :

$$X = N + N'$$

$$Y = Nf + N'f'$$

$$(N - N')\,l - (Nf + N'f')\,e + Yx - Xy = 0$$

d'où l'on tire
$$Y = X\frac{l(f + f') - y(f' - f)}{2l - (x - e)(f' - f)}$$

$$N = X\frac{-f'(x - e) + l - y}{2l - (x - e)(f' - f)}$$

$$N' = X\frac{f(x - e) + l + y}{2l - (x - e)(f' - f)}$$

Si l'on suppose $f = f'$ il faut dans notre hypothèse obtenir pour N et N' des valeurs positives.

On trouve dans ce cas

$$Y = fX$$

$$N = \frac{X}{2l}\left[l - y - f\left(x - e\right)\right]$$

$$N' = \frac{X}{2l}\left[l + y + f\left(x - e\right)\right]$$

Nous renvoyons pour la discussion, qui serait ici sans intérêt, aux traités de mécanique, et particulièrement au volume III de l'ouvrage de M. Résal.

**Vis à filet rectangulaire.** — Supposons une vis dont l'axe vertical se déplace dans un écrou fixe. AA' (fig. 64) représente l'axe de la vis, et F est une force appliquée suivant cet axe.

Appelons $\rho$ le rayon moyen de l'hélice ;

— $\omega$ l'inclinaison de l'hélice sur un plan perpendiculaire à l'axe ;

Appelons $f$ et $\alpha$ le coefficient et l'angle de frottement.

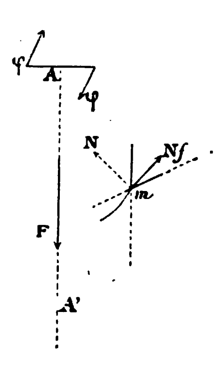



Fig. 64.

Enfin, nous admettrons que la force F et le frottement sont équilibrés par un couple $\varphi - \varphi$ de bras de levier $l$, et que, la saillie de la vis étant faible, les réactions normales à l'hélice se réduisent à des forces appliquées sur l'hélice moyenne.

$\varphi l$ sera positif pour faire descendre la vis, et négatif pour la faire remonter.

En un point $m$ la réaction normale N donne la composante tangentielle N$f$. En projetant sur un axe vertical, $\varphi l$ étant positif :

$$F = \Sigma\left[N\,(\cos\omega + f\sin\omega)\right] = (\cos\omega + f\sin\omega)\,\Sigma N$$

$$\varphi l = \Sigma\left[N\,(f\cos\omega - \sin\omega)\right]\rho = \rho\,(f\cos\omega - \sin\omega)\,\Sigma N$$

D'où en divisant

$$\varphi l = F\rho\,\frac{f\cos\omega - \sin\omega}{\cos\omega + f\sin\omega}$$

et comme $f = \operatorname{tg}\alpha$

$$\varphi l = F\rho\operatorname{tg}(\alpha - \omega)$$

Si $\omega = \alpha$ on aura $\varphi l = 0$, ce qui veut dire que le couple est inutile pour l'équilibre des forces. Donc F équilibrera le frottement.

Si $\alpha > \omega$, $\varphi l$ sera positif, le mouvement aura lieu.

Si $\alpha < \omega$ il faudra pour maintenir l'équilibre s'opposer au mouvement de descente.

Si l'on avait une résistance à vaincre, il faudrait changer F en $-$ F et N en $-$ N. Dans ce cas on trouverait :

$$\varphi l = F\rho\operatorname{tg}(\alpha + \omega)$$

Il faut que $\varphi l$ soit positif, c'est-à-dire $\alpha + \omega < \frac{\pi}{2}$, ou $\omega < \frac{\pi}{2} - \alpha$.

**Vis à filet triangulaire.** — Conservons les mêmes notations et les mêmes hypothèses, le point $m$ (fig. 65) appartient au filet où s'exercent les réactions normales. Considérons en $m$ trois axes : $mz$ vertical, $my$ perpendiculaire à l'axe et $mx$ horizontal, perpendiculaire à $my$, et pris en sens inverse du mouvement de rotation.

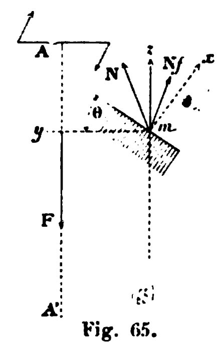


Fig. 65.

Appelons $\theta$ l'angle du profil avec $my$, et $\beta$ $\gamma$ $\delta$ les angles de N avec $mx$, $my$ et $mz$.

En exprimant que la direction de N est celle d'une normale à $mx$ et $my$, on a :

$$\cos\beta\cos\omega + \cos\delta\sin\omega = 0$$

$$\cos\gamma\cos\theta + \cos\delta\sin\theta = 0$$

car N fait avec la verticale un angle $\theta$.

on sait que $$\cos^2\beta + \cos^2\gamma + \cos^2\delta = 1$$

d'où $$\cos\delta = \frac{1}{\sqrt{1 + \mathrm{tg}^2\omega + \mathrm{tg}^2\theta}}$$

$$\cos\beta = \frac{-\,\mathrm{tg}\omega}{\sqrt{1 + \mathrm{tg}^2\omega + \mathrm{tg}^2\theta}}$$

En projetant sur l'axe et prenant le moment par rapport à l'axe :

$$F = \Sigma\,(N\cos\delta + Nf\sin\omega) = (\cos\delta + f\sin\omega)\,\Sigma N$$
$$\varphi l = \rho\Sigma\,(Nf\cos\omega - N\cos\beta) = \rho\,(f\cos\omega - \cos\beta)\,\Sigma N$$

et divisant membre à membre puis remplaçant cos $\delta$ et cos $\beta$ par leurs valeurs :

$$\varphi l = F\rho\,\frac{f\cos\omega\sqrt{1 + \mathrm{tg}^2\omega + \mathrm{tg}^2\theta} - \mathrm{tg}\,\omega}{1 + f\sin\omega\sqrt{1 + \mathrm{tg}^2\omega + \mathrm{tg}^2\theta}}$$

équation qui se ramène à celle du cas précédent, en y supposant $\theta = 0$.

Elle se discuterait du reste tout à fait de la même manière.

**Frottement des tourillons sur les coussinets.** — Nous considérerons ce qui se passe dans un plan perpendiculaire aux axes. Soient O le centre du coussinet et C celui du tourillon au repos (fig. 66). Le contact a lieu en *m*. Lorsque le tourillon tourne dans le sens de la flèche il se déplace et vient en C'*m'*, position limite pour laquelle la réaction tangentielle égale l'angle de frottement.

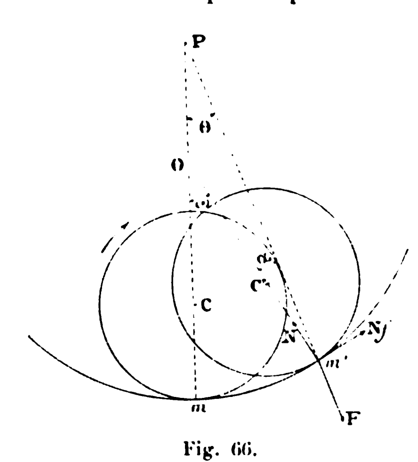


Fig. 66.

Appelons *r* le rayon du coussinet, F la résultante des forces agissant sur le tourillon, passant par le point *m'*, N la réaction normale en *m'*.

F coupe la ligne OC en P, et l'angle $mPm' = \theta$ est connu. L'angle *mom'* est à évaluer ; appelons-le $\omega$ et remarquons :

1° Qu'il est extérieur au triangle *m'* OP ;

2° Que N et F font entre elles un angle égal à celui de frottement.

Donc $$\omega = \alpha + \theta.$$

par suite $$\text{arc } mm' = r(\alpha + \theta)$$

Nous savons que $$F = N\sqrt{1 + f^2}$$

et le moment du frottement a pour expression :

$$Nfr = Fr\frac{f}{\sqrt{1 + f^2}}.$$

**Frottement contre les épaulements.** — Nous supposons la même pression en chaque point de la surface de contact. S'il s'agit d'un arbre frottant suivant une couronne, nous appellerons $\rho_1$ et $\rho_0$ les rayons extérieur et intérieur de ladite couronne. Pour un arbre plein on aurait $\rho_0 = 0$.

Le moment du frottement est, en appelant F la résultante des efforts suivant l'arbre :

$$\frac{2}{3} Nf \frac{\rho_1^3 - \rho_0^3}{\rho_1^2 - \rho_0^2} = \frac{2}{3} Nf \frac{\rho_1^2 + \rho_1\rho_0 + \rho_0^2}{\rho_1 + \rho_0}.$$

**Frottement dans les articulations.** — Considérons deux pièces A et B articulées en un point M au moyen d'un tourillon de rayon $\rho$. Le point M (fig. 67) décrit un élément de

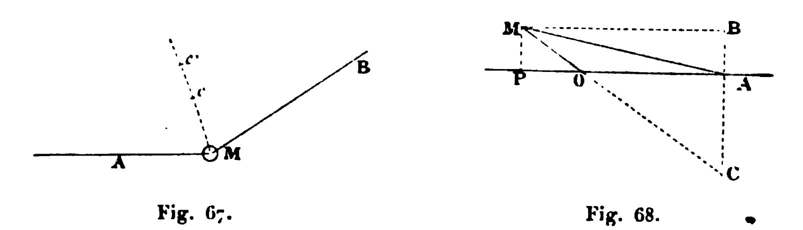



Fig. 67. Fig. 68.

courbe dont la normale est $Mcc'$. Soit $c$ le centre instantané de rotation pour la pièce A, et $\varphi$ la vitesse angulaire correspondante. Soient $c'$ et $\varphi'$ les éléments correspondants pour B. Si l'on imprime à tout l'ensemble une vitesse angulaire $-\varphi$, la pièce A sera ramenée au repos. B aura une vitesse angulaire $\varphi' - \varphi$, et le glissement élémentaire de l'articulation sera $\pm \rho (\varphi' - \varphi)\, dt$. Si F est la résultante des forces agissant sur B, le travail élémentaire du frottement sera :

$$\pm \frac{Ff}{\sqrt{1 + f^2}} \rho \left(\varphi' - \varphi\right) dt.$$

Prenons (fig. 68) le cas de la bielle ; OM = R. $MA = L$, $\widehat{POM} = \omega$, $MAP = \theta$. M décrit un cercle autour

de O ; donc le centre instantané de rotation est sur le prolongement de MO. Comme A décrit la droite OA, il se trouve en même temps sur la perpendiculaire à OA en A. Sa position réelle est C.

La vitesse angulaire autour de O étant $\varphi$, le déplacement est $R\varphi$, et la vitesse angulaire autour de C est par suite $\varphi \frac{R}{MC}$.

$$MC = \frac{MB}{\cos \omega} = \frac{PA}{\cos \omega} \text{ en appelant } \omega \text{ l'angle POM.}$$

Mais nous savons que

$$PA = L\sqrt{1 - \frac{R^2}{L^2}\sin^2 \omega}$$

donc

$$MC = \frac{L}{\cos \omega}\sqrt{1 - \frac{R^2}{L^2}\sin^2 \omega}$$

Il vient pour la vitesse angulaire autour de C :

$$\varphi' = \frac{\varphi R \cos \omega}{L\sqrt{1 - \frac{R^2}{L^2}\sin^2 \omega}}$$

Ou, en se bornant aux deux premiers termes, de

$$\left(1 - \frac{R^2}{L^2}\sin^2 \omega\right)^{-\frac{1}{2}}$$

$$\varphi' = \varphi \frac{R}{L}\cos \omega \left(1 + \frac{1}{2}\frac{R^2}{L^2}\sin^2 \omega\right)$$

par suite

$$\varphi - \varphi' = \varphi\left[1 - \frac{R}{L}\cos \omega - \frac{1}{2}\frac{R^3}{L^3}\sin^2 \omega \cos \omega\right]$$

et le travail élémentaire du frottement devient

$$\frac{Ff}{\sqrt{1 + f^2}}\rho\left[1 - \frac{R}{L}\cos \omega - \frac{1}{2}\frac{R^3}{L^3}\sin^2 \omega \cos \omega\right]\varphi\, dt$$

Mais $\omega = \varphi t$ et $\varphi dt = d\omega$

Par suite :

$$\frac{Ff\rho}{\sqrt{1+f^2}}\left(1-\frac{R}{L}\cos\omega-\frac{1}{2}\frac{R^2}{L^2}\sin^2\omega\cos\omega\right)d\omega$$

**Frottement dans les engrenages cylindriques.** — Nous ne considérerons que le cas de l'engrenage extérieur, car on passerait au cas de l'engrenage intérieur en changeant le signe du grand rayon. Dans la figure 69, prenons les circon-

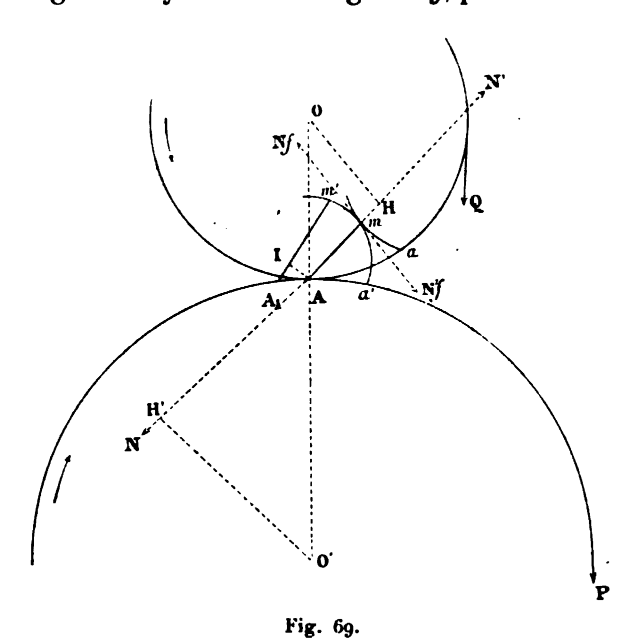



Fig. 69.

férences primitives de centres O et O′, leur contact ayant lieu en A. Soient R et R′ leurs rayons, les efforts (puissance et résistance) étant P et Q appliqués tangentiellement.

Soient *ma* et *ma′* les profils des dents en contact en *m*, et A*m* la normale sur laquelle les points H et H′ sont les projections de O et de O′. Posons $Am = p$, N et N′ sont les réactions normales en *m*, égales et de sens contraire.

Nous désignerons par $\beta$ l'angle OA*m* et par d*s* l'arc décrit

dans le temps $dt$ autour de l'un des centres par une des circonférences primitives.

Il est visible que

$$O'H' = R' \sin \beta \quad \text{et} \quad H'm = R' \cos \beta + p$$

$$OH = R \sin \beta \quad \text{et} \quad Hm = R \cos \beta - p$$

En prenant les moments par rapport à O et O', on a :

$$PR' = NR' \sin \beta + Nf(R' \cos \beta + p)$$

$$QR = N'R \sin \beta + N'f(R \cos \beta - p)$$

Mais $N = N'$. Donc

$$P = N\left[\sin \beta + f\left(\cos \beta + \frac{p}{R'}\right)\right]$$

$$Q = N\left[\sin \beta + f\left(\cos \beta - \frac{p}{R}\right)\right]$$

Si $f$ était nul on aurait $P = Q$.

La force tangentielle est $P - Q$ ; ce sera

$$F = P - Q$$

Mais
$$\frac{P - Q}{Q} = \frac{fp\left(\frac{1}{R} + \frac{1}{R'}\right)}{\sin \beta + f\left(\cos \beta - \frac{p}{R}\right)}$$

donc
$$F = \frac{Qfp\left(\frac{1}{R} + \frac{1}{R'}\right)}{\sin \beta + f\left(\cos \beta - \frac{p}{R}\right)}.$$

Considérons le point $A_1$ qui doit venir remplacer A sur la ligne des centres au bout du temps $dt$. Menons la normale $A_1m'$, et projetons A en I, sur cette normale. Visiblement $AA_1 = ds$, et $A_1I = dp$.

Dans le triangle $AA_1I$

$$dp = ds \sin \beta$$

Donc le travail élémentaire du frottement est

$$\mathrm{F}ds = \frac{\mathrm{Q}f\left(\frac{1}{\mathrm{R}} + \frac{1}{\mathrm{R}'}\right)pdp}{\sin\beta\left[\sin\beta + f\left(\cos\beta - \frac{p}{\mathrm{R}}\right)\right]}$$

Si Q = constante, en posant $\mathcal{T}_f = \int \mathrm{F}ds$, il vient :

$$\mathcal{T}_f = \mathrm{Q}f\left(\frac{1}{\mathrm{R}} + \frac{1}{\mathrm{R}'}\right)\int \frac{pdp}{\sin\beta\left[\sin\beta + f\left(\cos\beta - \frac{p}{\mathrm{R}}\right)\right]}$$

Comme approximation, on peut négliger $f\left(\cos\beta - \frac{p}{\mathrm{R}}\right)$. En effet dans le triangle AOH on voit que

AH = A$m$ + $m$H = R cos β; mais A$m$ = $p$, donc on a : $\cos\beta = \frac{p}{\mathrm{R}} - \frac{m\mathrm{H}}{\mathrm{R}}$. Dans la pratique $f\frac{m\mathrm{H}}{\mathrm{R}}$ est fort petit, et notre expression peut s'écrire

$$\mathcal{T}_f = \mathrm{Q}f\left(\frac{1}{\mathrm{R}} + \frac{1}{\mathrm{R}'}\right)\int \frac{pdp}{\sin^2\beta}.$$

Il faut donc que $p$ ne soit pas trop grand, et on doit diminuer l'étendue du contact de deux dents. Alors β peut être considéré comme constant et égal à $\beta_0$ que l'on peut mesurer dans le tracé de l'engrenage et qui correspond à la position de la figure 69. Si $s$ est le pas de l'engrenage, on voit que dans ce cas $dp = \sin\beta_0 ds$ et $p = s\sin\beta_0$.

d'où $$pdp = \sin^2\beta_0 . sds$$

Et en substituant :

$$\mathcal{T}_f = \mathrm{Q}f\left(\frac{1}{\mathrm{R}} + \frac{1}{\mathrm{R}'}\right)\int sds$$

c'est-à-dire $$\mathcal{T}_f = \frac{1}{2}\mathrm{Q}fs^2\left(\frac{1}{\mathrm{R}} + \frac{1}{\mathrm{R}'}\right)$$

Le travail utile $\mathcal{T}_u$ = Q$s$, travail de la force Q pour un déplacement $s$.

donc $$\frac{\mathcal{T}_f}{\mathcal{T}_u} = \frac{1}{2}fs\left(\frac{1}{\mathrm{R}} + \frac{1}{\mathrm{R}'}\right)$$

Si $n$ et $n'$ représentent le nombre de dents :

$$ns = 2\pi R \quad \text{et} \quad n's = 2\pi R'$$

d'où
$$\frac{\mathcal{C}_f}{\mathcal{C}_u} = f\pi \left( \frac{1}{n} + \frac{1}{n'} \right)$$

**Frottement dans les engrenages coniques.** — Sur la figure 70 nous figurons en SO et SO' les axes des roues dont les rotations seront $\omega$ et $\omega'$. SA est la génératrice de contact des cônes primitifs pour lesquels nous prenons $OA = r$ et $O'A = r'$.

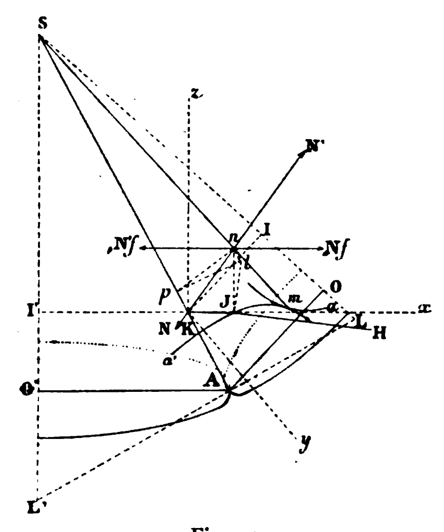



Fig. 70.

S$m$ est la génératrice de contact de deux dents en prise, le plan SA$m$ étant normal aux surfaces de ces dents.

$a$ et $a'$ représenteront les demi-angles au sommet des cônes primitifs, et $\beta$ l'angle AS$m$, tandis que $\varphi$ sera celui des deux plans SAO et SA$m$. A$m$ est la normale en $m$ et les courbes $ma$ et $ma'$ représentent le lieu des projections des points de chaque circonférence sur la surface des dents. P et Q représenteront la puissance et la résistance appliquées tangentiellement. N et N' seront les réactions normales des dents l'une sur l'autre, égales et de sens contraire, et appliquées en $n$.

La direction NN' coupe OA en K que nous projetons en I et I' sur chaque axe.

Prenons trois droites, l'une K$x$ prolongement de KI,

l'autre K$y$ perpendiculaire au plan des axes, et la troisième K$z$ parallèle à l'axe SO′.

Menons en outre KH parallèle à N$f$.

Dans le trièdre SK$nx$ l'angle de N avec $x$ a pour valeur visiblement :

$$\cos (N,x) = -\cos \widehat{(nKx)}$$

car

$$\widehat{N,x} = \pi - \widehat{nKx}.$$

De plus

$$\cos \widehat{nKx} = \cos \widehat{SKn} \cos \widehat{SKx} + \sin \widehat{SKn} \sin \widehat{SKx} \cos (\overline{SKn}, \overline{SKx})$$

mais

$$\widehat{SKn} = \frac{\pi}{2} - \beta \qquad \widehat{SKx} = \pi - SKI' = \frac{\pi}{2} + a'.$$

L'angle des plans SK$n$ et SK$x$ est précisément $\varphi$.

Par suite

$$-\cos \widehat{(nKx)} = \sin \beta \sin a' - \cos \beta \cos a' \cos \varphi.$$

Dans SK$ny$ et SKH$x$ on aurait de même

$$\cos (N,y) = -\cos \widehat{(nKy)} = \cos a \sin \varphi$$

$$\cos (Nf,x) = \cos \widehat{(HKx)} = \cos a' \sin \varphi.$$

On voit aussi que $\widehat{HKy} = \varphi$.

Si $l$ est la projection de $n$ sur le plan SK$x$ et $p$ celle de $n$ sur SA, $nl$ est le bras de levier par rapport à SO′ de la composante de N$f$ suivant K$x$.

Dans le triangle $nlp$ :

$$nl = np \sin \varphi = nS \sin \beta \sin \varphi = SK \sin \beta \cos \beta \sin \varphi = \frac{KI'}{\sin a'} \sin \beta \cos \beta \sin \varphi.$$

Projetons $n$ en J sur K$x$. La composante parallèle à K$y$ de N$f$ a I′J pour bras de levier et

$$nl = np \sin \varphi = nS \sin \beta \sin \varphi = SK \sin \beta \cos \beta \sin \varphi = \frac{KI'}{\sin a'} \sin \beta \cos \varphi \sin \varphi.$$

$$I'J = I'K + KJ = I'K + nK \cos \widehat{nKx} = I'K + SK \sin \beta \cos \widehat{(nKx)}$$

et comme

$$SK = \frac{KI'}{\sin a'} \qquad I'J = I'K\left(1 + \frac{\sin\beta\cos(\widehat{nKx})}{\sin a'}\right)$$

et remplaçant $\cos(\widehat{nKx})$ par sa valeur :

$$I'J = I'K(\cos^2\beta + \sin\beta\cos\beta\,\mathrm{cotg}\,a'\cos\varphi).$$

En prenant les moments pour le cône SO′ on a :

$$Pr' - N\cos(N,y)\,I'K - Nf\cos(Nf,x)\,nl - Nf\cos(Nf,y)\,I'J = 0$$

ou, en remplaçant par les valeurs trouvées :

$$Pr' = I'K(\cos\beta\sin\varphi + f\cos\varphi\cos^2\beta + f\,\mathrm{cotg}\,a'\sin\beta\cos\beta)\,N$$

On aurait de même :

$$Qr = IK(\cos\beta\sin\varphi + f\cos\varphi\cos^2\beta - f\,\mathrm{cotg}\,a\sin\beta\cos\beta)\,N'$$

Mais $\qquad N = N' \quad$ et $\quad \frac{IK}{I'K} = \frac{r}{r'}$

Donc $\qquad \frac{P}{Q} = \frac{\sin\varphi + f\cos\varphi\cos\beta + f\,\mathrm{cotg}\,a'\sin\beta}{\sin\varphi + f\cos\varphi\cos\beta - f\,\mathrm{cotg}\,a\sin\beta}$

D'où en formant $\frac{P - Q}{Q}$ et remarquant que $P - Q$ est la valeur de la force tangentielle représentant le frottement.

$$F = Qf\frac{\sin\beta(\mathrm{cotg}\,a + \mathrm{cotg}\,a')}{\sin\varphi + f\cos\varphi\cos\beta - f\,\mathrm{cotg}\,a\sin\beta}$$

Par le point A menons LL′ perpendiculaire à AS, et posons

$R' = AL' \qquad R = AL \qquad$ et $p = Am \qquad$ on voit que

$$\sin\beta = \frac{p}{AS} \qquad \mathrm{cotg}\,a' = \frac{AS}{R'} \qquad \mathrm{cotg}\,a = \frac{AS}{R}$$

Donc $\qquad F = Qfp\,\frac{\frac{1}{R} + \frac{1}{R'}}{\sin\varphi + f\cos\varphi\cos\beta - \frac{fp}{R}}$

formule du genre de celle des engrenages cylindriques. On passe du reste à ce cas en faisant $\beta = 0$.

Considérons maintenant le point $A_1$, situé sur la circonférence primitive à une distance d$s$ de A, et tel que le roulement l'amènera en A au bout du temps d$t$. Prenons (fig. 70 *bis*) les deux plans normaux SA$m$ et $SA_1m_1$.

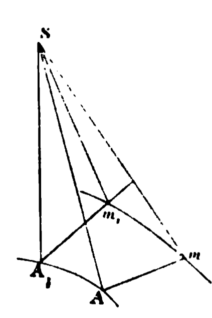


Fig. 70 *bis.*

Si
$$\widehat{ASm} = \beta,$$
$$A_1Sm_1 = \beta + d\beta.$$

Le travail élémentaire du frottement sera Fd$s$.

L'aire SA$m$ est $\frac{1}{2}\overline{SA}^2\beta$.

L'aire $SA_1m_1$ est $\frac{1}{2}\overline{SA}^2(\beta + d\beta)$.

$Smm_1$ a pour valeur $\frac{1}{2}$ SAd$s$.

Projetons sur SA$m$ en remarquant que $SA_1m_1$ s'y projettera en vraie grandeur ;

il vient : $\frac{1}{3}\overline{SA}^2\beta = \frac{1}{2}\overline{SA}^2\left(\beta + d\beta\right) - \frac{1}{2}\text{SA}\,ds\sin\varphi$

d'où $\quad ds = SA\frac{d\beta}{\sin\varphi} \quad$ or $\quad AS = R\,\text{cotg}\,a$

donc $$ds = R\frac{\text{cotg}\,a}{\sin\varphi}d\beta.$$

mais $\quad \sin\beta = \frac{1}{AS}p \quad$ d'où $\quad \cos\beta d\beta = \frac{1}{AS}dp$

$$d\beta = \frac{1}{AS}\cdot\frac{dp}{\cos\beta} = \frac{dp}{R\,\text{cotg}\,a\cos\beta}$$

par suite $$ds = \frac{dp}{\cos\beta\sin\varphi}$$

On peut écrire, en remplaçant d$p$ par AS cos $\beta$d$\beta$ et remarquant que AS cotg $a$ = R cotg² $a$ et que

$$AL\ \text{cotg}\,a' = R'\ \text{cotg}^2\,a'.$$

$$Fds = Qf\left(R'\,\text{cotg}^2 a' + R\,\text{cotg}^2 a\right)\int_0^\beta \frac{\sin\beta d\beta}{\sin\varphi\left(\sin\varphi + f\cos\varphi\cos\beta - f\,\text{cotg}\,a\sin\beta\right)}$$

Dans la pratique $\beta$ est très faible, et $\cos \beta$ voisin de l'unité. On aura donc l'approximation

$$F = Qf \frac{p\left(\frac{1}{R} + \frac{1}{R'}\right)}{\sin \varphi + f\left(\cos \varphi - \frac{p}{R}\right)} \quad \text{et} \quad ds = \frac{dp}{\sin \varphi}$$

ce qui correspond aux formules relatives à un engrenage cylindrique pour lequel les rayons des circonférences primitives seraient R et R'.

**Frottement dans la vis sans fin.** — Nous nous bornerons à une approximation en supposant une roue menée d'un pas suffisamment petit pour que le contact soit considéré comme ayant lieu dans le plan perpendiculaire à l'axe de la roue et passant par celui de la vis. Dans la figure 71, nous supposons les axes AA et O horizontaux ; l'axe de la roue étant perpendiculaire au plan de la figure, l'axe de la vis lui est parallèle. Soit M le point de contact entre le filet de la vis et une dent de la roue que nous choisissons sur la perpendiculaire commune aux deux axes.

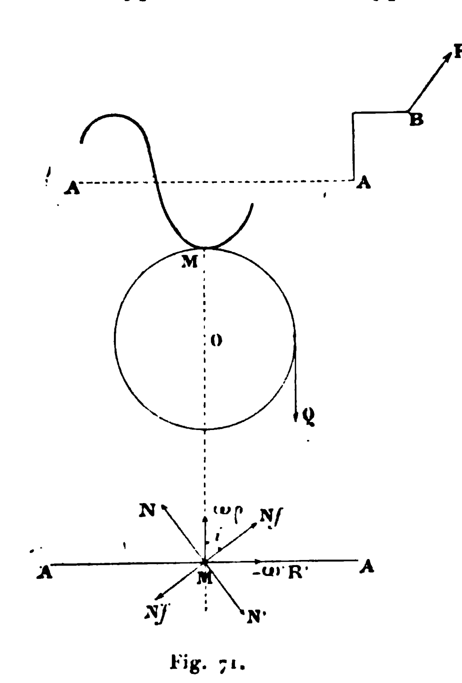


Fig. 71.

Posons R, le rayon de la manivelle,
R', le rayon de la roue,
$\rho$, le rayon du cylindre de l'hélice de contact,

P et Q, la puissance et la résistance appliquées, la première en B à la manivelle, la deuxième tangentiellement à la roue,

$\omega$ et $\omega'$, les vitesses angulaires autour de AA et de O,

$i$, l'inclinaison de l'hélice,

N et N' les réactions normales,

$Nf$ et $N'f$ les composantes du frottement.

Il est évident que N' et $N'f$ donnent parallèlement à O la composante $N' \sin i + N'f \cos i$. On a donc en prenant le moment par rapport à l'axe de la vis, puisque N' est la *réaction sur la vis* :

$$PR = N' (\sin i + f \cos i) \rho$$

De même pour la roue, la composante suivant AA est $N \cos i - Nf \sin i$.

L'équation d'équilibre de la roue est

$$QR' = N (\cos i - f \sin i) R$$

Comme $N = N'$ on a

$$\frac{P}{Q} = \frac{\rho}{R} \frac{\sin i + f \cos i}{\cos i - f \sin i}$$

Comme $f = \text{tg}\ \alpha$, $\alpha$ étant l'angle de frottement :

$$\frac{P}{Q} = \frac{\rho}{R} \text{tg} \left(i + \alpha\right)$$

comme $\text{tg}\ (i + \alpha)$ doit avoir une valeur positive, il faut dans notre cas :

$$i + \alpha < 90^\circ$$

c'est-à-dire $$i < \frac{\pi}{2} - \alpha$$

Si on a $i > \frac{\pi}{2} - \alpha$, il faudra changer le sens de P pour maintenir Q.

Si $\omega'$ est la vitesse angulaire de la roue, pendant le temps $dt$,

le point M décrira un chemin $\omega' R' dt$, et le filet subira un déplacement $\omega' R' \cot g\, i\, dt$.

Celui de la manivelle sera $\omega' R' \cot g\, i \frac{R}{\rho} dt$.

Donc le travail moteur aura pour expression :

$$\mathcal{C}_m = P \omega' R' \cot g\, i \frac{R}{\rho} dt$$

Le travail utile sera $\mathcal{C}_u = Q \omega' R' dt$.

Comme :

$$Q = P \frac{R}{\rho} \frac{1}{\operatorname{tg}(i + \alpha)} \qquad \mathcal{C}_u = P \frac{R}{\rho} \frac{\omega' R'}{\operatorname{tg}(i + \alpha)} dt$$

Par suite
$$\frac{\mathcal{C}_u}{\mathcal{C}_m} = \frac{\operatorname{tg} i}{\operatorname{tg}(i + \alpha)}$$

Si le pas de la vis est $h$

$$\operatorname{tg} i = \frac{h}{2\pi\rho}$$

et l'on a
$$\frac{P}{Q} = \frac{\rho(h + 2\pi\rho h)}{R(2\pi\rho - hf)}$$

On établirait de même $\frac{\mathcal{C}_u}{\mathcal{C}_m}$

**Frottement d'une corde sur un cylindre.** — Nous supposons un cylindre droit, de section quelconque. La figure 72

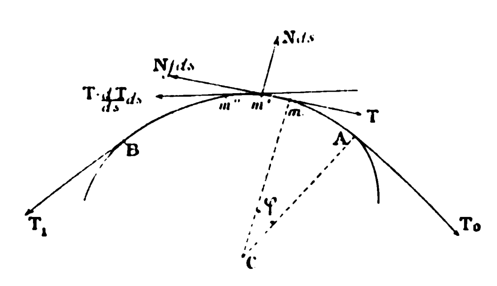



Fig. 72.

représente cette section droite en A$m$B. Nous plaçons sur ce cylindre une corde en contact avec l'arc AB dans le

plan de la figure, et tangente en A et en B. Soient $T_0$ et $T_1$ les tensions en ces deux points.

Prenons trois points consécutifs $m m' m''$ tels que $mm'$ et $m'm''$ soient égaux à d$s$; appelons T la tension en $m$ qui est dirigée suivant $mm'$.

En $m'$ la tension T devient $T + \frac{dT}{ds} ds$ et est dirigée suivant $m'm''$.

Menons les normales en A et en $m$, faisant entre elles l'angle $\varphi$. Il est évident que l'angle de $mm'$ avec $m'm''$ est $d\varphi$

En projetant sur la direction de T et sur sa perpendiculaire, il faut pour l'équilibre :

$\frac{dT}{ds} + Nf = 0$, car $\cos d\varphi$ ne diffère de l'unité que par un infiniment petit du second ordre, et aussi :

$Nds - Td\varphi = 0$, car $\sin d\varphi$ peut se confondre avec $d\varphi$ et on néglige les infiniment petits du deuxième ordre.

En éliminant N entre ces deux relations, il vient

$$dT + fTd\varphi = 0$$

Et en intégrant $\qquad T = T_0 e^{-f\varphi}$

Pour $T_1$ $\qquad \varphi = \varphi_1$

$$T_1 = T_0 e^{-f\varphi_1} \text{ ou } T_0 = T_1 e^{f\varphi_1}$$

Pour cette valeur de $T_0$ il y a équilibre.

Si $T_0 < T_1 e^{f\varphi_1}$ il n'y aura pas tendance au glissement qui aura lieu si $T_0 > T_1 e^{f\varphi_1}$.

Quand on enroule une corde sur un cylindre, par spires jointives, chaque spire peut être considérée comme étant dans un même plan (approximation), et la formule s'applique en prenant soin d'ajouter $2\pi$ pour chaque tour.

Pour $n$ tours, $T_0 = T_1 e^{2n\pi f}$.

Donc la résistance $T_1$ diminuera très vite, car $e^{f\varphi}$ croît très vite avec $\varphi$. On peut donc en enroulant une corde sur un *cylindre fixe* équilibrer une force considérable $T_0$, avec un effort faible $T_1$.

C'est un moyen d'évaluer la puissance de traction développée par une voiture automobile.

**Frottement des courroies sans fin.** — Prenons deux poulies (fig. 73) dont les axes perpendiculaires au plan de la figure sont supposés sur une même horizontale CC'.

Soient AA' et BB' les brins de la courroie s'enroulant sur les arcs A'B' et AGB.

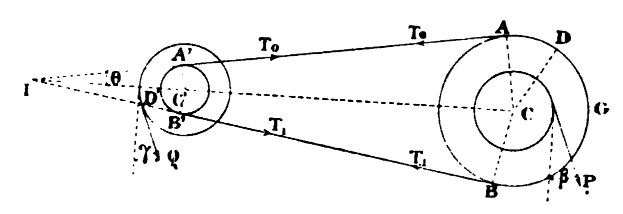



Fig. 73.

Appelons P et Q les résistances que nous supposerons faire avec la verticale des angles β et γ et être contenues dans le plan de la figure.

θ sera l'angle de AA' ou BB' avec la ligne CC'.

Appelons R et R' les rayons des poulies,

$a$ et $a'$ les rayons des tambours auxquels P et Q sont appliquées tangentiellement,

ρ et ρ' les rayons des tourillons,

$f_1$ le coefficient de frottement des tourillons sur leurs coussinets.

Nous supposerons les deux brins rectilignes, et désignerons par $T_0$ et $T_1$ les tensions aux points de tangence limite (fig. 73).

La force qui agit sur le tourillon de la poulie C a deux composantes :

l'une verticale

$$P \cos \beta + (T_0 - T_1) \sin \theta$$

l'autre horizontale

$$(T_0 + T_1) \cos \theta - P \sin \beta$$

Donc cette force a pour expression :

$$F = \sqrt{\left[P \cos \beta + (T_0 - T_1) \sin \theta\right]^2 + \left[(T_0 + T_1) \cos \theta - P \sin \beta\right]^2}$$

Par suite l'équation d'équilibre pour la poulie C est :

$$Pa + (T_1 - T_0)R - \frac{f_1 \rho}{\sqrt{1 + f_1^2}} \sqrt{\left[P \cos \beta + (T_0 - T_1) \sin \theta\right]^2 + \left[(T_0 + T_1) \cos \theta - P \sin \beta\right]^2} = 0$$

on trouverait pour C'

$$-Qa' + (T_0 - T_1)R' - \frac{f_1 \rho'}{\sqrt{1 + f_1^2}} \sqrt{\left[Q \cos \gamma + (T_1 - T_0) \sin \theta\right]^2 + \left[(T_0 + T_1) \cos \theta + Q \sin \gamma\right]^2} = 0$$

En appelant $\tau$ la tension uniforme lors de la mise en place, on admet *approximativement* que $T_0 + T_1 = 2\tau$.

Enfin si $\varphi$ et $\varphi'$ désignent les arcs de contact de la courroie avec les deux poulies, on a vu que pour éviter le glissement il faut :

$$T_0 < T_1 \, e^{f\varphi}$$

et

$$T_0 < T_1 \, e^{f\varphi'}$$

$f$ désignant le coefficient de frottement de la courroie sur les poulies.

Dans le cas de deux poulies égales, pour lesquelles la résistance et la puissance sont appliquées à la périphérie, on a :

$$\theta = 0 \quad a = R \quad a' = R' \quad \beta = 0 \quad \gamma = 0$$

Nos équations se réduisent à :

$$P + T_1 - T_0 + \frac{f_1}{\sqrt{1 + f_1^2}} \frac{\rho}{R} \sqrt{P^2 + (T_0 + T_1)^2} = 0$$

$$-Q + T_0 - T_1 - \frac{f_1}{\sqrt{1 + f_1^2}} \frac{\rho'}{R'} \sqrt{Q^2 + (T_0 + T_1)^2} = 0$$

$$T_0 + T_1 = 2\tau.$$

M. Kretz, qui a étudié cette question, a montré que la variation de tension de $T_0$ à $T_1$ comporte un glissement de la courroie sur la poulie. L'équation donne pour $\varphi$ une valeur

$$T_0 = T_1 e^{f\varphi}$$

que nous appellerons $\varphi_1$.

$$\varphi_1 = \frac{1}{f} L \frac{T_0}{T_1}.$$

Soit ACD et A'C'D' cet angle pris sur chaque poulie (fig. 73). Si nous appelons $V_0$ et $V_1$ les vitesses de la courroie en A et D ou en A' et D' on a

$$\frac{V_1}{V_0} = \frac{1 + kT_1}{1 + kT_0}$$

$k$ désignant une constante.

M. Kretz a discuté cette formule, et montré qu'on avait pour des courroies neuves

$$\frac{V_1}{V_0} = 0{,}975$$

et pour des courroies en usage

$$\frac{V_1}{V_0} = 0.978$$

Le ralentissement peut être estimé à environ 2 p. 100.

**Substitution du roulement au glissement.** — C'est un fait d'expérience, connu dès la plus haute antiquité, que la substitution du roulement au glissement diminue dans une forte proportion la résistance au déplacement. De là l'emploi des rouleaux pour remuer les lourdes charges, des roues pour supporter les véhicules, etc.

Plus récemment, on a essayé de substituer le roulement au glissement dans le mouvement des tourillons, et on y a pleinement réussi. La machine d'Atwood offre un exemple

d'un semblable dispositif. Le tourillon, au lieu de reposer sur un coussinet, est supporté par les jantes de deux roues sur lesquelles il roule, et ces roues sont munies de tourillons beaucoup plus petits. On est arrivé dans ces conditions à diminuer la résistance d'une façon très sensible.

Mais la solution adoptée dans la machine d'Atwood, bonne dans un appareil de laboratoire, a le défaut d'être encombrante et très délicate. Il y avait une très grosse difficulté *pratique* à construire sur le même type des roues de voitures destinées à supporter des efforts violents.

De là sont nés les roulements à billes, dans lesquels le tourillon repose non plus sur le coussinet mais sur des sphères métalliques interposées entre le *cône* de l'axe et la *cuvette* du support.

On peut admettre que le tourillon repose sur deux billes lesquelles sont animées d'un mouvement de rotation. M. Robert Dubois a publié dans la *Revue de mécanique*, de septembre 1897, une *Théorie du roulement des surfaces* avec application aux roulements à billes. Nous y renvoyons le lecteur, car l'exposé mathématique de la question nous entraînerait hors du cadre que nous nous sommes fixé.

A ce sujet M. Bourlet, dans son *Traité des bicycles et bicyclettes*, dit ceci :

« Soient P la pression totale, normale, supportée par l'axe, « et $Q_1$ la force qui, *en agissant tangentiellement à la circon-* « *férence de contact des billes avec le cône*, produirait un tra- « vail égal à celui qui est perdu dans les frottements de la « boîte à billes. Nous désignerons le rapport $f = \frac{Q}{P}$ sous le « nom de *coefficient de frottement* du roulement à billes. En « d'autres termes, $f$ est le coefficient de frottement que « devrait avoir un axe, à frottement lisse, de même rayon « que le cône, qui donnerait la même perte de travail que le « roulement à billes en question. »

**Frottement de roulement.** — Si nous considérons un cylindre en équilibre, de centre O, reposant en A sur le sol, son poids étant P, pour le faire rouler il faudra appliquer en un point défini M une force F (fig. 74).

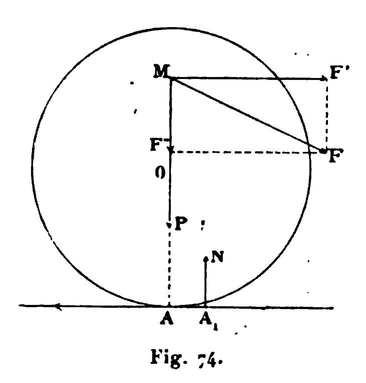


Fig. 74.

La résultante de F et de Q passe en un point $A_1$ situé en avant et très près de A.

F donne deux composantes F′ et F″, la première horizontale, la deuxième verticale.

La résultante passant par $A'_1$ détermine une réaction du sol, laquelle a pour composantes similaires N et T.

Soient R le rayon, $\delta$ la distance $AA_1$ et $d$ la longueur AM.

On voit que l'on a
$$N = F'' + P$$
$$P = F'$$

En prenant les moments par rapport au point A on a :

$$F'd = \delta N = \delta(F'' + P) \text{ ou } Td = \delta N$$
$$T = \frac{\delta}{d} N$$

$\delta$ est en réalité le bras de levier du moment résistant. On appelle fréquemment cette quantité *coefficient de frottement de roulement.*

Il est à remarquer que la normale N détermine une résistance au glissement $Nf$. Pour qu'il y ait roulement il faut :

$$T < Nf$$

ou
$$d > \frac{\delta}{f}.$$

Si $F_1$ agit horizontalement au point le plus élevé :

$$F'' = 0 \quad F' = F \text{ et } d = 2R$$

$$F = \frac{P\delta}{2R}$$

Morin et Coulomb admettent que $\delta$ est indépendant de R. Cela est approximativement vrai, mais cette assertion est irrationnelle.

Dupuit a admis $\delta = k\sqrt{R}$, $k$ étant une constante, ce qui est encore inexact. En effet pour R très grand, $\delta$ serait très grand. La pratique montre que $\delta$ reste toujours petit.

M. Résal propose $\delta = \mu\sqrt{\frac{R}{R+n}}$, $\mu$ et $n$ étant deux constantes expérimentales.

Nous proposons la formule $\delta = e^{\frac{a+bR}{a'+b'R}}$ qui pour $R = 0$ donne $\delta' = e^{\frac{a}{a'}}$, et pour R très grand $\delta'' = e^{\frac{b}{b'}}$.

Si F est verticale et tangentielle, $F' = 0$; on a en prenant les moments :

$$FR = \delta(F + P)$$

d'où

$$F = \frac{\delta}{R}F + \frac{\delta}{R}P \quad \text{ou} \quad F\left(1 - \frac{\delta}{R}\right) = \frac{\delta}{R}P$$

et $F = \frac{\delta}{R}P$ en négligeant $\frac{\delta}{R}$ devant l'unité dans le premier membre.

**Valeur du frottement de roulement.** — Dans le premier volume des *Voitures automobiles*, de MM. Vigreux, Milandre et Bouquet, on lira avec fruit le très intéressant chapitre sur le roulement auquel nous nous permettons de faire quelques emprunts.

Nous en extrayons le passage suivant relatif aux expériences d'Edgeworth (1797) :

« L'expérimentateur concluait qu'en pratique il n'y a pas

« grand intérêt à augmenter le diamètre (des roues), et rédui-
« sait le principal avantage des grandes roues à la facilité
« qu'elles donnent de vaincre le frottement des essieux. Tou-
« tefois il reconnaissait que les petites roues sont préfé-
« rables aux grandes dans les pays de montagnes.

« Edgeworth se déclarait partisan des larges jantes, mais
« constatait que les rouliers du temps, en leur donnant une
« forme convexe, étaient tout à fait à côté de la solution et
« retombaient dans le cas d'une roue étroite.

« Il démontrait en outre que les roues à jantes coniques
« ou à essieux inclinés tendent, par l'inégalité de vitesse
« des différents points de la bande, à produire sur le sol un
« glissement qui augmente la résistance, en désagrégeant
« les routes. »

D'après de Coulomb et Morin qui ont adopté la formule :

$$F = \delta \frac{P}{2R}$$

dans les expériences où ils employaient une force horizontale appliquée au sommet du cylindre, $\delta$ serait indépendant de R et paraîtrait diminuer quand la longueur du cylindre augmente.

Le tableau suivant se réfère aux expériences de Morin.

| NATURE DES SURFACES EN CONTACT | VALEURS DE $\delta$ |
|---|---|
| Chêne sur peuplier, rouleau long de $0^m,100$ . . . . . . | 0,000876 |
| — — — $0^m,025$ . . . . . . | 0,001896 |
| Fer sur planches de chêne brutes. . . . . . . . . . . . | 0,010200 |
| Jante en fer sur chaussée empierrée moyenne . . . . . | 0,041400 |
| — — — très bonne. . . . . | 0,015000 |
| — — — très bonne, au pas . | 0,018500 |
| — — — — au trot. | 0,023800 |
| Roue en fonte sur fer non graissé. . . . . . . . . . . | 0,003500 |
| — — bien graissé. . . . . . . . . . . | 0,001100 |

D'après Dupuit $\delta = k\sqrt{R}$. On aurait :

| | |
|---|---|
| Bois roulant fer . . . . . . . . . . . . . . | $k = 0{,}0011$ |
| Fer — bois humide. . . . . . . . . | 0,0010 |
| Fer — fer . . . . . . . . . . . . . . | 0,0070 |
| Roues sur chaussées empierrées. . . . . . | 0,0300 |

M. Résal pour l'expression $\delta = \mu\sqrt{\frac{R}{R+n}}$ trouve :
$\mu = 0{,}0007$ et $n = 1$ pour le fer roulant sur le fer ;
$\mu = 0{,}0016$ et $n = 2{,}116$ pour le bois roulant sur le bois.

MM. Vigreux, Milandre et Bouquet donnent pour $\delta$ de la formule de Coulomb les valeurs suivantes :

| NATURE DU SOL | VALEURS DE $\delta$ |
|---|---|
| Route très sèche, unie, avec un peu de poussière. . . . | 0,010 à 0,011 |
| Route très peu humide ou recouverte d'une couche notable de poussière. . . . . . . . . . . . . . . . . . | 0,012 0,013 |
| Route humide sans boue. . . . . . . . . . . . . . . . | 0,014 0,015 |
| Route très solide, mouillée, avec un peu de boue. . . .<br>Route très sèche ou sèche, offrant un frayé sensible avec poussière et débris de matériaux . . . . . . . . . . | 0,016 0,018 |
| Route un peu fatiguée couverte de boue épaisse . . . . | 0,020 0,027 |
| Pavés de grès de Fontainebleau en état ordinaire. . . . | 0,009 |
| Pavé couvert de boue . . . . . . . . . . . . . . . . | 0,010 à 0,011 |

**Du tirage des voitures.** — Si l'on examine ce qui se passe dans le déplacement d'une voiture qui roule, on voit que la charge totale est répartie sur deux ou quatre roues, et que l'on peut considérer chaque roue isolément. Soit donc :

F l'effort horizontal déterminant le déplacement et provoquant un mouvement uniforme ;

P la charge sur la roue ;

*p* le poids de la roue ;

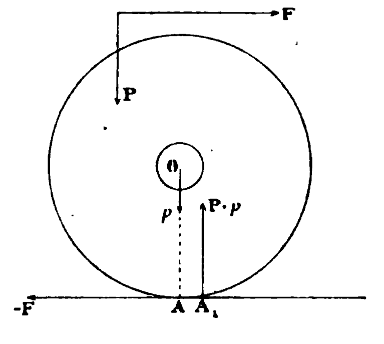



Fig. 75.

R son rayon ;

$r$ le rayon du moyeu ;

$f$ le coefficient de glissement entre la fusée et le moyeu ;

$\delta$ le coefficient de roulement sur le sol ;

Nous supposerons le sol horizontal (voir fig. 75).

Tout d'abord F et P donnent une résultante passant par le moyeu et ayant pour valeur $\sqrt{F^2 + P^2}$, le moment du frottement correspondant est $-\frac{fr}{\sqrt{1+f^2}}\sqrt{F^2+P^2}$.

La réaction du sol passe à $\delta$ de A et a pour composante horizontale — F tandis que sa composante verticale est — $(P + p)$. Par suite le moment pris par rapport à l'axe fournit l'équation :

$$FR - \left(P + p\right)\delta - \frac{fr}{\sqrt{1+f^2}}\sqrt{P^2 + F^2} = 0$$

d'où l'on tire

$$F = \left(P + p\right)\frac{\delta}{R} + \frac{f}{\sqrt{1+f^2}}\frac{r}{R}\sqrt{P^2 + F^2}$$

F est toujours petit par rapport à P, et on peut négliger $F^2$ devant $P^2$. Il reste :

$$F = \left(P + p\right)\frac{\delta}{R} + \frac{f}{\sqrt{1+f^2}}\frac{r}{R}P$$

Remarquons que si la charge totale sur un essieu est $\Pi$ on devra évaluer quelle est la charge P appliquée à chaque roue, ce qui sera facile si l'on connaît la distance du point d'application de $\Pi$ au plan de chaque roue. Les charges $P'$ et $P''$ seront en raison inverse de ces distances. Si le point d'application est au milieu, on aura $P = \frac{\Pi}{2}$.

On écrira l'équation ci-dessus pour chaque roue ; l'équation obtenue, en les ajoutant, s'appliquera au couple de roues montées sur l'essieu.

Considérons maintenant une voiture à quatre roues, la

charge étant telle que la résultante soit dans le plan médian du véhicule. Il est facile, connaissant le point d'application, de déterminer P et P' charges de chaque essieu.

Soit $\frac{P}{2}$ la charge d'une roue, $\frac{p}{2}$ son poids, les deux roues étant égales. Pour une roue on aura :

$$F_1 = \left(\frac{P}{2} + \frac{p}{2}\right)\frac{\delta}{R} + \frac{f}{\sqrt{1+f^2}}\frac{r}{R}\frac{P}{2}$$

Pour la seconde roue, identique à la première

$$F_2 = \left(\frac{P}{2} + \frac{p}{2}\right)\frac{\delta}{R} + \frac{f}{\sqrt{1+f^2}}\frac{r}{R}\frac{P}{2}$$

En ajoutant et appelant F la somme $F_1 + F_2$ on voit que l'effort pour un essieu sera

$$F = \left(P + p\right)\frac{\delta}{R} + \frac{f}{\sqrt{1+f^2}}\frac{r}{R}P$$

Pour l'autre essieu accentuons les lettres et nous aurons :

$$F' = \left(P' + p'\right)\frac{\delta}{R'} + \frac{f}{\sqrt{1+f^2}}\frac{r'}{R'}P'$$

L'effet total $\Phi$ : $F' + F$ sera

$$\Phi = \left(P + p\right)\frac{\delta}{R} + \left(P' + p'\right)\frac{\delta}{R'} + \frac{f}{\sqrt{1+f^2}}\left(\frac{r}{R}P + \frac{r'}{R'}P'\right)$$

Dans le cas où le sol présente une inclinaison $i$, la réaction tangentielle du sol sera pour une rampe :

$$-F + (P + p)\sin i$$

et la réaction normale aura pour expression :

$$-(P + p)\cos i.$$

On aura donc pour l'équation des moments, en supposant comme plus haut, la charge sur la fusée réduite à P :

$$\left[F - \left(P + p\right)\sin i\right]R - \left(P + p\right)\delta\cos i - \frac{f}{\sqrt{1+f^2}}rP = 0$$

d'où l'on tire

$$F = \left(P + p\right)\left(\frac{\delta}{R}\cos i + \sin i\right) + \frac{f}{\sqrt{1 + f^2}}\frac{r}{R}P$$

S'il s'agissait d'une descente, il suffirait de changer le signe de $i$. Cos $i$ conserverait son signe, mais il faudrait remplacer sin $i$ par — sin $i$.

**Résultats des expériences sur le tirage des voitures.** — Voici, d'après M. Résal, un relevé moyen des résultats obtenus :

| NATURE DE LA VOIE SUPPOSÉE HORIZONTALE | RAPPORT du tirage à la charge totale. |
|---|---|
| Terrain naturel, non battu, argileux et sec. . . . . . . | 0,250 |
| — siliceux et crayeux. . . . . . . . . . | 0,165 |
| Terrain ferme battu et très uni . . . . . . . . . . . . | 0,040 |
| Chaussée en gravier nouvellement placé. . . . . . . . | 0,125 |
| — empierrée, état moyen . . . . . . . . . . | 0,080 |
| — — très bon état . . . . . . . . . . | 0,033 |
| — pavée, voiture suspendue, au pas. . . . . . . | 0,030 |
| — — — grand trot. . . . . | 0,070 |
| — — très bon état, voiture suspendue, au pas. | 0,025 |
| — — — — grand trot. | 0,060 |
| — en madriers de chêne non rabotés . . . . . . | 0,022 |
| Chemins à ornières plates en fonte ou dalles très dures jointives . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . | 0,010 |
| Chemins de fer, rails, en bon état. . . . . . . . . . . | 0,007 |
| — — en très bon état, essieux très graissés . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . | 0,005 |

On appelle coefficient de traction le rapport de l'effort développé pour produire la traction à la charge totale traînée.

Dans le cas de la voiture à deux roues, c'est

$$\frac{F}{P + p} = \frac{\delta}{R} + \frac{f}{\sqrt{1 + f^2}}\frac{r}{R}\frac{P}{p + P}$$

Dans le cas d'une voiture à quatre roues, c'est

$$\frac{\Phi}{P + P' + p + p'}$$

$p$ et $p'$ représentant chacun le poids de deux roues, P+P′ étant le poids total de la charge. Soit Q ce poids total.

$$\frac{\Phi}{Q} = \frac{P + p}{Q}\frac{\delta}{R} + \frac{P' + p'}{Q}\frac{\delta}{R'} + \frac{f}{\sqrt{1 + f^2}}\left(\frac{r}{R}\frac{P}{Q} + \frac{r'}{R'}\frac{P'}{Q}\right)$$

MM. Vigreux, Milandre et Bouquet donnent comme formule approchée, d'après le général Morin :

$$\frac{\Phi}{Q} = \frac{2\,(A + fr)}{R + R'}$$

A étant un coefficient qui dépend de l'état du sol et de la nature du véhicule.

Cette formule implique des tourillons de diamètres égaux.

Les mêmes auteurs ont publié (p. 65, vol I, *Voitures automobiles*) un tableau des rapports de la force de tirage à la charge totale traînée, d'après le général Morin. Nous y renvoyons le lecteur.

La formule $\frac{\Phi}{Q} = \frac{2\,(A + fr)}{R + R'}$ montre qu'il y a intérêt :

1° A augmenter le diamètre des roues;

2° A limiter le diamètre des essieux au strict minimum exigé par la sécurité ;

3° A se servir de boîtes bien ajustées pour diminuer $f$.

**Influence des jantes.** — Les expériences de Morin ont montré l'influence de la largeur des jantes.

Voici un tableau des valeurs de A dans divers cas :

| LARGEUR DES JANTES | VALEURS DE A sur le sable. | VALEURS DE A pour la terre molle. |
|---|---|---|
| 45mm | 0,0950 | 0,0604 |
| 90 | 0,0788 | » |
| 135 | 0,0739 | 0,0488 |
| 185 | 0,0632 | » |
| 225 | 0,0612 | » |
| 280 | » | 0,0411 |

| NATURE DU SOL | VALEUR DE A avec des jantes de | |
|---|---|---|
| | 0m,175 | 0m,060 |
| Empierrement solide ; gros cailloux à fleur de sol ; sec . . . . . . . . . . . . . . . . . | 0,0107 | 0,0094 |
| Même terrain humide . . . . . . . . . . . . | 0,0155 | 0,0151 |
| Accotement en terre, couvert de poussière. . | 0,0229 | 0,0261 |
| Route pavée . . . . . . . . . . . . . . . . | 0,0110 | 0,0094 |

Il est à remarquer que, pour les terrains meubles, les jantes larges présentent un avantage marqué.

La valeur de A diminue également avec la charge. Sur une route sèche pour des jantes de 0,175 m., Morin a trouvé :

| | | | |
|---|---|---|---|
| Charge. . . | 6992kg | Valeur de A. . | 0,0164 |
| | 6140 | | 0,0163 |
| | 4580 | | 0,0159 |

**Influences diverses**. — Pour les voitures non suspendues roulant sur un terrain peu consistant, les coefficients varient à peine avec la vitesse. Sur un sol dur, les chocs absorbent de l'énergie que le moteur doit restituer. Les expériences de Morin ont porté également sur ce point pour les voitures suspendues.

Si $\gamma$ est la valeur que prend A pour une valeur $v_0$, considérée comme unité, et si $\beta$ est un coefficient dépendant de l'état de la route et de la nature de la voiture, pour une vitesse $v$ on a : $A = \gamma + \beta (v - v_0)$.

Morin a pris $v_0 = 1$ ; par suite il avait : $A = \gamma + \beta (v - 1)$ et il a trouvé que le terme $\beta (v - 1)$ était d'autant moindre que la suspension était meilleure. Ses expériences ont porté sur des vitesses horaires variant de 3,6 km. à 12,6 km.

Il a trouvé :

| NATURE DU SOL | VÉHICULES | δ |
|---|---|---|
| Routes unies. . . . | Diligences.<br>Voitures à trains suspendus. | 0,0022<br>0,0008 |
| Pavé de Metz . . . | Affût de siège.<br>Diligence. | 0,0050<br>0,0022 |
| Pavé de Paris . . . | Chariot non suspendu.<br>Le même à six ressorts.<br>Chariot articulé, train suspendu. | 0,0089<br>0,0025<br>0,0021 |

La valeur de $f$ a naturellement son importance. Elle varie de 0,03 à 0,06, suivant la nature et l'état des surfaces. Avec un bon graissage on peut admettre

$$f = 0,04.$$

**Expériences de M. Michelin.** — M. Michelin, qui s'est récemment occupé de la question, a relevé des chiffres intéressants. Avec un break à quatre roues pesant à vide 570 kg. (diamètre des roues 0,92 m. et 1,12 m.) il a comparé les bandages en fer et les pneumatiques. Il a trouvé :

| EFFORTS RELEVÉS | BANDAGES en fer. | BANDAGES pneumatiques. |
|---|---|---|
| | kg. | kg. |
| Au pas . . . . . . . . . . . . . . . | 13,8 | 13 |
| Au trot . . . . . . . . . . . . . . | 17,0 | 13,5 |
| Au grand trot . . . . . . . . . . . | 21,0 | 13,5 |

Enfin avec une voiture reliée à un tracteur par l'inter-

médiaire d'un dynamomètre M. Michelin a pu dresser le tableau suivant, pour les coefficients de traction :

| NATURE DU SOL | VITESSE à l'heure. | BANDAGES | | |
|---|---|---|---|---|
| | | Fer. | Caoutchouc plein. | Pneumatiques. |
| Bon macadam dur, sec et poussiéreux . . . . . | 11.700$^{m}$ (vent debout) | 0,0272 | 0,0245 | 0,0223 |
| | 11.700 (vent arrière) | 0,0253 | 0,0228 | 0,0208 |
| | 19.700 (vent debout) | 0,0344 | 0,0299 | 0,0248 |
| | 19.700 (vent arrière) | 0,0276 | 0,0252 | 0,0238 |
| Bon macadam, dur, légèrement boueux . . . . | 11.000$^{m}$ | 0,0274 | 0,0265 | 0,0240 |
| | 20.000 | 0,0399 | 0,0356 | 0,0318 |
| Bon macadam détrempé. . | 21.000$^{m}$ | 0,0456 | 0,0426 | 0,0350 |
| Macadam un peu défoncé. | 22.000$^{m}$ | 0,0338 | 0,0280 | 0,0225 |

**Expériences diverses.** — M. Debauve, ingénieur en chef des ponts et chaussées, s'est livré à une série d'expériences dont il a présenté les résultats en évaluant les résistances en kilogrammes par tonne. Il a trouvé :

| | |
|---|---|
| Routes macadamisées, chariots lourds . . . . | 32 kg. |
| — voitures . . . . . . . | 36 — |
| Routes pavées, suivant entretien. . . . . | de 18 à 36 kg. |

M. Tresca, étudiant la marche d'un omnibus roulant à la vitesse de 16 kilomètres à l'heure, a trouvé :

| | |
|---|---|
| Routes macadamisées résistance. . . . | de 36 à 38 kg. par tonne. |
| Chemins pavés . . . . . . . . . . . | 29 à 31 — |

Clarke a proposé de représenter la résistance F en kilogrammes par tonne par la formule $F = 20 + 4\,V + \sqrt{10V}$, V représentant la vitesse en kilomètres, à l'heure, sur une route bien macadamisée.

**Influence de la route.** — Le plan, le profil et l'état de la route ont une influence des plus sérieuses sur l'importance de la résistance à vaincre dans le tirage des voitures. Nous venons de voir, dans ce qui précède, les variations qu'entraîne le bon ou le mauvais état des chemins pour la valeur du coefficient de roulement. Nous examinerons rapidement les deux autres éléments.

Lorsqu'un véhicule se déplace suivant un plan incliné faisant un angle $i$ avec l'horizon, si Q est le poids total du véhicule, dirigé suivant la verticale, la composante normale au sol est $Q \cos i$; la composante horizontale $Q \sin i$ est dirigée du côté où le sol plonge. Cette composante est donc motrice dans la descente et retardatrice dans la montée. Nous avons vu que l'effort pour produire la traction ascendante était :

$$F = \left(P + p\right) \left(\frac{\delta}{R} \cos i + \sin i\right) + \frac{f}{\sqrt{1 + f^2}} \frac{r}{R} P$$

Pour produire la traction descendante il faut

$$F_1 = \left(P + p\right) \left(\frac{\delta}{R} \cos i - \sin i\right) + \frac{f}{\sqrt{1 + f^2}} \frac{r}{R} P.$$

Lorsque la voiture est animée d'une vitesse V par seconde, elle s'élève suivant la verticale d'une hauteur $V \sin i$.

En général, on évalue une rampe en millimètres par mètre. Une rampe de $n$ millimètres est une rampe telle que sur un parcours de 1 mètre le sol s'élève de $n$ millimètres. Pour élever une tonne de $n$ millimètres le travail en kilogrammètres est

$$1.000 \times \frac{n}{1.000}.$$

ou de $n$ kilogrammètres.

Pour élever une tonne sur une rampe de $n$ millimètres, il faut dépenser $n$ kilogrammètres, abstraction faite du frottement.

Lorsque les montées ou les descentes sont peu accentuées, les dimensions des roues sont sans importance, mais si le profil de la route est très accidenté, il y a lieu de se préoccuper de cet élément.

Il ne faut pas oublier que le diamètre des roues, lorsqu'il augmente, correspond à une plus grande hauteur du centre de gravité de l'ensemble de la caisse, de la charge et des essieux. Considérons le point où est appliquée la composante P correspondant à un essieu; appelons-le M (fig. 76).

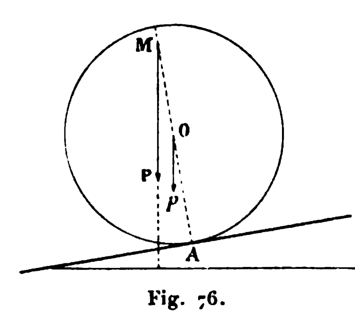


Fig. 76.

Lorsque le sol se redressera, la force P appliquée en M ne passera plus par l'essieu, mais sera dirigée suivant la verticale passant par M et restera en arrière de l'axe de l'essieu à une distance du point A qui sera d'autant plus grande (fig. 76) que le rayon sera plus grand. Comme le moment de P est résistant, il faudra augmenter l'effort de traction.

Dans une descente la conclusion serait inverse.

$p$, poids des roues, agit dans le même sens que P.

Pour les voitures automobiles la question du passage des courbes est fort importante. Sans doute, pour une faible vitesse, avec l'emploi des transmissions différentielles, la résistance au roulement n'est pas sensiblement augmentée, mais dans le cas où on aborde une courbe avec une vitesse appréciable, il y a lieu de faire entrer en ligne de compte un autre élément, c'est celui de la force centrifuge.

Nous avons montré que l'on tenait compte de l'état de la route en appliquant pour chaque cas particulier des coefficients numériques différents. Il peut arriver que les chiffres soient en défaut, au moment du démarrage.

Lorsqu'une voiture reste immobile sur une route très dure,

l'effort de traction nécessaire pour rompre l'équilibre n'augmente pas sensiblement et le *coup de collier* n'est nécessaireque pour imprimer rapidement au véhicule une vitesse donnée.

Sur une route meuble ou en mauvais état, il n'en est plus de même. Tout d'abord, la voiture peut s'arrêter de façon qu'une ou plusieurs roues soient prises dans des ornières ou viennent buter contre un léger obstacle. Le stationnement peut déterminer l'enfoncement des roues dans le sol. Ces résistances supplémentaires bien que dues à l'état de la route, proviennent de circonstances anormales qui pourraient ne pas se produire. L'effort supplémentaire à développer ne peut être chiffré, mais dans certains cas il atteint une valeur notable.

S'il s'agit de démarrer vivement, la résistance à vaincre n'est plus aussi directement fonction de la nature du sol. Il ne s'agit plus seulement de se mettre tranquillement et progressivement en route, mais si l'on veut atteindre une vitesse V, il faut fournir au véhicule, de poids Φ, une énergie capable de lui communiquer la force vive

$$\frac{1}{2}\frac{\Phi}{g}V^2.$$

Il y a lieu de bien distinguer entre ces deux cas.

La force nécessaire au démarrage, c'est-à-dire capable de communiquer au véhicule une vitesse infiniment petite, est celle qui est infiniment peu supérieure à l'ensemble des résistances à vaincre.

La force que l'on applique couramment au moment du départ non seulement produit le démarrage, mais est capable d'imprimer au véhicule une certaine vitesse et, durant le début de la mise en route, le véhicule sous l'influence de la force employée (fixe ou variable) prend une certaine accélération. Cette accélération devient nulle au bout d'un certain temps, car la vitesse augmentant, les résistances augmentent.

La force absorbée pour la vaincre croît en même temps; l'excès de force disponible diminue et quand l'effort maximum disponible est entièrement absorbé à vaincre les résistances, le mouvement est devenu uniforme et demeure uniforme tant que les conditions restent identiques.

**Résistance de l'air.** — C'est à Newton que l'on doit la première évaluation de la résistance de l'air pour un mobile se déplaçant dans l'atmosphère : voici comment il a procédé.

Appelant $\varpi$ le poids spécifique du milieu et considérant un prisme ou un cylindre se déplaçant parallèlement à ses générations, désignons par $v$ la vitesse et S la section droite de ce solide. Il s'agit d'évaluer la résistance X qui ne s'exerce que sur l'une des bases.

Dans un temps $dt$ la section droite a engendré en se déplaçant dans l'espace un volume $Svdt$. L'hypothèse est que cette masse du fluide s'est déplacée avec la vitesse $v$, ce qui correspond à la quantité de mouvement :

$$Svdt \times \frac{\varpi}{g} v = \frac{\varpi}{g} Sv^2dt.$$

Cette quantité de mouvement provient de l'impulsion de la pression du corps sur le fluide. Donc :

$$Xdt = \frac{\varpi}{g} Sv^2dt \quad \text{ou} \quad X = \frac{\varpi}{g} Sv^2.$$

Considérant un élément de surface d'un corps quelconque, $d\omega$, et appelant $w$ la composante de la vitesse normale à $d\omega$, la résistance correspondant à $d\omega$ sera

$$\frac{\varpi}{g} w^2 d\omega.$$

Il en résulte que, pour un solide de révolution se déplaçant parallèlement à son axe on aura :

$$X = m \frac{\varpi}{g} Sv^2.$$

S étant la surface de l'équateur et $m$ un coefficient variable avec la forme de la surface.

Cette formule ne constitue du reste qu'une approximation. Elle devient inexacte pour de grandes vitesses. Poncelet a expliqué cette inexactitude en supposant que, par suite du déplacement très rapide du mobile, il y avait compression du fluide dans le voisinage de la surface antérieure, compression dont l'importance croîtrait avec la vitesse. Dans ce cas la densité $\varpi_1$ serait représentée par $\varpi\,(1 + av)$, $a$ étant une constante. Dans cette hypothèse,

$$X = m \frac{\varpi}{g} Sv^2 \left(1 + av\right)$$

expression qui dépend du carré et du cube de la vitesse.

Le général Didion a trouvé

$$X = S\,(0{,}0434 + 0{,}1002\,v^2)$$

pour une roue à ailettes, S étant la surface des ailettes et $v$ la vitesse du centre de gravité ;

$$X = S\,(0{,}036 + 0{,}084\,v^2)$$

pour un plan de surface S normal à la vitesse $v$;

$$X = S \frac{i}{90^\circ} \left(0{,}036 + 0{,}084\,v^2\right)$$

pour un plan de surface S incliné de l'angle $i$ sur la direction de la vitesse, $i$ oscillant entre 65° et 90°.

Harding pour un train de chemin de fer a proposé, S étant la section maxima,

$$X = 0{,}0927\,S\,v^2.$$

Lorsque la vitesse du vent ne dépasse pas 10 mètres, on peut, avec Poncelet, prendre, pour un plan perpendiculaire à la direction du vent :

$$X = 0{,}088\,S\,v^2.$$

M. Thibault a montré que si, dans un fluide, on fait mouvoir un prisme suivant ses génératrices il faut tenir compte du rapport de la longueur de la génératrice au côté de la base. Il a trouvé, $\varepsilon$ étant un coefficient numérique variable :

$$X = 0{,}0625\ \varepsilon\ S\ v^2.$$

Lorsque la longueur de la génératrice atteint 3 fois celle du côté du prisme, $\varepsilon = 1{,}10$.

Si ces deux éléments sont égaux, $\varepsilon = 1{,}17$.

Si la génératrice est plus courte que le côté de la base (cas des plaques minces), $\varepsilon = 1{,}43$.

Pour les voitures automobiles MM. Vigreux Milandre et Bouquet donnent $\varepsilon = 1{,}10$.

M. Thibault a étudié le cas de deux surfaces égales carrées, placées l'une derrière l'autre perpendiculairement à la direction de la vitesse et se masquant exactement. Tant que la distance entre les deux surfaces est très petite la présence de la deuxième surface est sans influence sur la valeur de X. Dès que cette distance atteint le côté du carré, la résistance se trouve augmentée de sept dixièmes.

Si la surface d'avant est de surface moindre que l'autre on peut admettre que la plus grande se compose : 1° d'une portion égale à celle de la première, masquée par elle, et rentrant dans le cas précédent ; 2° d'une zone débordante, frappée directement par le fluide résistant comme si elle était seule.

Lorsque la surface S fait avec la direction de la vitesse un angle $i$, on doit remplacer dans les formules S par $S \sin i$.

Si nous considérons trois prismes de même hauteur (trois poteaux par exemple), l'un de section carrée présentant au vent une de ses faces, l'autre présentant au vent sa section diagonale *égale à la section précédente*, le troisième étant cylindrique et présentant au vent la même surface totale,

on voit que S est le même dans les trois cas. Nous désignerons par $X_1$ $X_2$ et $X_3$ les valeurs que prend X dans ces trois cas. On trouve :

$$X_2 = \frac{1}{2} X_1$$

$$X_3 = \text{de } \frac{2}{3} X_1 \text{ à } \frac{3}{4} X_1.$$

Le tableau suivant montre quelles vitesses peut atteindre le vent.

| NATURE DU VENT | VITESSE mètres par seconde. | PRESSION kilogr. par mèt. carré |
|---|---|---|
| Vent à peine sensible . . . . . . | 1 | 0,14 |
| Brise légère. . . . . . . . . . . | 2 | 0,54 |
| Vent frais. . . . . . . . . . . . | 4 | 2,17 |
| Vent bien frais . . . . . . . . . | De 6 à 9 m. | 4,87 à 10,97 |
| Vent grand frais. . . . . . . . . | 12 | 19,50 |
| Vent très fort . . . . . . . . . . | 15 | 30,47 |
| Vent impétueux . . . . . . . . . | 20 | 54,16 |
| Tempête . . . . . . . . . . . . . | 24 | 78,00 |
| Grande tempête . . . . . . . . . | 30 | 122,00 |
| Ouragan . . . . . . . . . . . . . | 40 | 186,00 |
| Grand ouragan . . . . . . . . . | 45 | 277,00 |

**Résistance des automobiles.** — Sans revenir sur tout ce que nous venons de dire, on peut résumer, en une formule pratique, la résistance qu'offre une voiture automobile au déplacement, étant bien entendu que cette formule ne constituera qu'une approximation.

Nous poserons :

X = résistance totale comprenant : le travail résistant développé pendant la traction, la résistance au roulement, la résistance due au frottement des essieux, la résistance de l'air, la résistance due aux pentes qui sera positive sur une rampe et négative sur une descente,

A = coefficient numérique plus haut défini,

$f$ = coefficient de frottement relatif aux fusées,

$r$ = le diamètre des fusées, supposé égal pour les deux essieux,

Q = le poids total du véhicule,

R et R′ = rayons des roues,

$i$ = angle de la route avec l'horizon,

S = surface du véhicule opposée au vent,

$\varepsilon$ = coefficient variable avec chaque voiture mais voisin de 1,10,

V = vitesse en mètres par seconde,

et nous obtiendrons :

$$X = \frac{2(A + fr)Q}{R + R'} + 0,0625\,\varepsilon\,SV^2 \pm Q\sin i.$$

MM. Boramé et Julien appelant

F, l'effort tangentiel aux roues motrices,

P, le poids total en kilogrammes,

$p$, la caractéristique de la pente,

V, la vitesse en kilomètres,

S, la surface de la projection du véhicule sur un plan perpendiculaire à la direction de la vitesse,

ont adopté la formule :

$$F = P\,(0,025 + 0,0007\,V + p) + 0,0048\,SV^2.$$

Cette formule n'est que très approximative car elle a été établie dans un cas déterminé et on ne doit l'appliquer que sous toutes réserves.

Il est à remarquer en outre que lorsque le vent souffle de biais, il fournit deux composantes, l'une parallèle à la direction du mouvement et qui est positive ou négative, l'autre perpendiculaire à cette direction et qui développe au contact du sol et des roues une réaction dont jusqu'à présent on n'a pas tenu compte.

**Des perturbations dues à l'inertie des pièces en mouvement.** — Une voiture automobile se compose de trois parties bien distinctes :

Les parties qui, telles que la caisse, la charge, etc., ne sont animées d'aucun mouvement relatif ;

Celles qui subissent une simple rotation autour de leur centre ;

Celles qui prennent des mouvements périodiques.

Ces dernières comprennent surtout les pistons et leurs tiges, les bielles et les manivelles.

Nous ne parlons que pour mémoire des soupapes et de leurs tiges et, en général, des organes de distribution dont les quantités de mouvement et les masses sont insignifiantes auprès des éléments précédents.

Nous négligeons également les chaînes et accessoires de transmission pour des raisons analogues bien qu'on puisse en tenir compte. Mais les perturbations introduites de ce chef sont pratiquement négligeables.

Lorsque l'on considère les pistons et les bielles qui sont animés de mouvements variés et les manivelles qui pivotent autour d'une de leurs extrémités, on voit que les forces vives, à chaque instant variables, se transmettent au bâti de la machine. Comme celui-ci, pas plus que le sol, n'est d'une dureté parfaite, l'inertie se transforme en une série de mouvements que nous allons essayer d'analyser.

Outre des oscillations planes, parallèles, transversales et normales à la voie, la voiture est susceptible de se mouvoir autour de trois axes rectangulaires. De là les mouvements de roulis, de galop et de lacet. Le mouvement de tangage résulte de l'existence de composantes horizontales.

M. Résal, étudiant cette question, pour la locomotive, dit :

« Les conditions que doit remplir une locomotive, pour « supprimer les causes des mouvements nuisibles, si toute- « fois elles sont compatibles, est que sa partie fixe soit ani-

« mée d'un mouvement de translation d ont lavitesse et l'ac-
« célération soient les mêmes que celles du mouvement des
« roues à leurs circonférences. Si donc on conçoit qu'on
« imprime à tout le système une vitesse et une accélération
« égales et de sens contraire à celles du mouvement précé-
« dent, la partie fixe devra se trouver réduite au repos, ce
« qui exige :

« 1° Que l'inertie de ces pièces ne donne aucune compo-
« sante parallèle ni perpendiculaire à la voie, ou que le
« centre de gravité de leur ensemble, par suite celui du
« système total, reste invariable, quelle que soit la position
« des manivelles. S'il en est ainsi il n'y aura aucune tendance
« au tangage ni au mouvement oscillatoire normal à la voie.

« 2° Que le moment des forces d'inertie des pièces mobiles,
« pris par rapport à chacun des trois axes rectangulaires,
« parallèle, transversal et normal à la voie, et passant par le
« centre de gravité ci-dessus, soit nul, ou encore que le
« moment semblable relatif aux quantités de mouvement soit
« constant ; on évitera ainsi les mouvements de roulis, de
« galop et de lacet. »

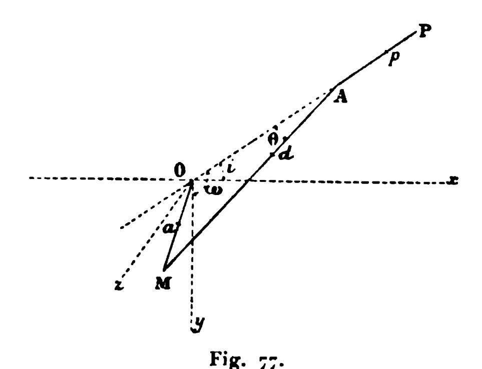



Fig. 77.

Ces considérations indépendantes de la nature du sol s'appliquent au problème de la locomotion automobile.

Nous représentons (fig. 77) le piston et sa tige en AP. Il

conduit, par l'intermédiaire de la bielle AM, la manivelle OM tournant autour de l'axe O. L'angle AOM sera désigné par $\omega$, l'angle OAM par $\theta$ et l'angle A$Ox$ par $i$.

Nous supposons une machine à deux cylindres équidistants du plan médian de la voiture. Le deuxième cylindre, monté sur le même axe, sera incliné de $i'$ sur l'horizon et les notations correspondant à $\theta$ et $\omega$ seront $\theta'$ et $\omega'$.

Quant aux masses, aux longueurs de bielles et de manivelles, nous les supposons identiques et réduites à leurs axes auxquels nous attribuons la totalité de la masse.

Sur le milieu de l'axe projeté en O nous prendrons trois axes rectangulaires $O'x$ $O'y$ $O'z$, parallèle, transversal et normal à la voie.

Nous appellerons :

L et B, la longueur et la masse de la bielle motrice ;

$d$, la distance de son centre de gravité $d$ au point M ;

P, la masse du piston et de sa tige ;

$p$, la distance du centre de gravité $p$, de cet attirail au point A ;

R et $\mu$, la distance et la masse de la bielle OM ;

$a$, la distance de son centre de gravité $a$ à l'axe O ;

$\delta$ et $\delta'$, les distances des plans médians des pistons au plan méridien.

Nous avons déjà vu que :

$$\sin\theta = \frac{R}{L}\sin\omega$$

$$OA = R\cos\omega + L\cos\theta$$

L'$y$ du point $p$ est :

$$-(OA + p)\sin i = -(p + R\cos\omega + L\cos\theta)\sin i$$

L'$y$ du point $d$ est :

$$-Md\sin\left(\theta + i\right) + R\cos\left(\omega - i - \frac{\pi}{2}\right) = -d\sin\left(\theta + i\right) - R\sin\left(\omega - i\right)$$

$$= -d(\sin\theta\cos i + \sin i\cos\theta) - R\sin(\omega - i)$$

$$= - d \left(\sin i \cos \theta + \frac{R}{L} \cos i \sin \omega\right) - R \sin \left(\omega - i\right)$$

*Oscillations*. — Prenons la somme des moments des masses du système par rapport au plan horizontal $Oxz$.
On a :

$$- B \left[d \left(\sin i \cos \theta + \frac{R}{L} \cos i \sin \omega\right) + R \sin \left(\omega - i\right)\right]$$
$$- P \left(p + R \cos \omega + L \cos \theta\right) \sin i + \mu\, a \sin\left(\omega - i\right)$$

ce qu'on peut écrire

$$(a) \qquad - \left(Bd + PL\right) \cos \theta \sin i + \sin \omega \cos i \left[- BR \left(1 + \frac{d}{L}\right) + \mu a\right]$$
$$- \cos \omega \sin i \left[(P - B) R + \mu\, a\right] - Pp \sin i.$$

Pour le deuxième cylindre on aurait :

$$- \left(Bd + PL\right) \cos \theta' \sin i' + \sin \omega' \cos i' \left[- BR \left(1 + \frac{d}{L}\right) + \mu a\right]$$
$$- \cos \omega' \sin i' \left[(P - B) R + \mu\, a\right] - Pp \sin i'.$$

En ajoutant ces deux expressions on aura la somme des moments des pièces animées de mouvements périodiques.

Supposons que les deux cylindres soient calés à 180° l'un de l'autre et que $i = i'$.

$$\omega' = \omega + \pi \qquad \sin \omega' = - \sin \omega \qquad \cos \omega' = - \cos \omega$$

$$\sin \theta' = \frac{R}{L} \sin \omega' = - \frac{R}{L} \sin \omega$$

$$\cos \theta' = \sqrt{1 - \frac{R^2}{L^2} \sin^2 \omega'} = \sqrt{1 - \frac{R^2}{L^2} \sin^2 \omega} = \cos \theta$$

Par suite la seconde expression devient :

$$(b) \qquad - \left(B\, d + PL\right) \cos \theta \sin i - \sin \omega \cos i \left[- BR \left(1 + \frac{d}{L}\right) + \mu\, a\right]$$
$$+ \cos \omega \sin i \left[(P - B) R + \mu\, a\right] - Pp \sin i.$$

Ajoutons ($a$) et ($b$) il vient :

$$- 2 (Bd + PL) \cos \theta \sin i - 2 Pp \sin i$$

Pour qu'il n'y ait pas d'oscillations normales, il faut que cette somme soit constante quel que soit $\omega$, ce qui entraîne :

$$Bd + PL = 0$$

car le coefficient de $\cos \theta$ doit être nul pour satisfaire à cette condition.

Si $i = 0$, c'est-à-dire si les cylindres sont horizontaux, les conditions sont remplies.

Pour qu'il n'y ait pas d'oscillations longitudinales il faut suivre la même méthode par rapport au plan $yz$. L'angle $i$ par rapport au plan $xz$ sera remplacé par $i + \frac{\pi}{2}$. On arrive du reste aux mêmes conditions.

Pour $\omega' = \omega + \pi$ elles se réduisent à :

$$Bd + PL = 0$$

On dispose des contrepoids qui sont entraînés dans le mouvement de rotation, et dont la masse, quand on la prend en considération, vient figurer dans les équations de condition. On détermine alors ces contrepoids de façon à satisfaire à ces équations.

*Roulis et lacet.* — Si nous cherchons les résultantes suivant $O'y$ des quantités de mouvement de B, P et $\mu$, nous voyons que ce seront les dérivées par rapport au temps $t$ des termes correspondants de l'expression ($a$).

De plus on a :

$$\sin^2 \theta = \frac{R^2}{L^2} \sin^2 \omega \quad \text{ou} \quad 1 - \cos^2 \theta = \frac{R^2}{L^2} - \frac{R^2}{L^2} \cos^2 \omega$$

Différentions; il vient :

$$2 \cos \theta \frac{d \cos \theta}{dt} = - \frac{2 R^2}{L^2} \cos \omega \sin \omega \frac{d\omega}{dt}.$$

Appelons $\alpha$ la vitesse angulaire et nous aurons :

$$\frac{d \cos \theta}{dt} = - \frac{\alpha R^2}{2L^2} \frac{\sin 2\omega}{\cos \theta}.$$

Donc, dans l'établissement des données dont nous avons besoin, nous saurons remplacer $\frac{d\cos\theta}{dt}$ par sa valeur.

Prenons par rapport à une parallèle à $O'x$ située dans le plan méridien la somme des quantités de mouvement; nous aurons :

$$\alpha\delta \left\{ -\frac{1}{\alpha}\left(Bd + PL\right) \sin i \frac{d\cos\theta}{dt} + \cos\omega \cos i \left[ -BR\left(1 + \frac{d}{L}\right) + \mu a \right] + \right.$$
$$\left. + \sin \omega \sin i \left[ \left(P - B\right) R + \mu a \right] \right\}$$

ou

$$(c) \quad \alpha\delta \left\{ + \left(Bd + PL\right) \frac{2L^2}{R^2} \sin i \frac{\sin (2\omega)}{\cos \theta} + \cos \omega \cos i \left[ -BR \left(1 + \frac{d}{L}\right) + \mu a \right] \right.$$
$$\left. + \sin i \sin \omega \left[ \left(P - B\right) R + \mu a \right] \right\}$$

Pour un deuxième cylindre agissant à 180° du premier il suffit de remplacer $\omega$ par $\omega + \pi$. Sin $\omega$ change de signe ainsi que cos $\omega$ ; cos $\theta$ conserve le sien ; de même sin $2\omega$.

La seconde expression est donc :

$$\alpha\delta \left\{ \left(Bd + PL\right) \frac{R^2}{2L^2} \sin i \frac{\sin 2\omega}{\cos \theta} - \cos \omega \cos i \left[ -BR \left(1 + \frac{d}{L}\right) + \mu a \right] \right.$$
$$\left. - \sin \omega \sin i \left[ \left(P - B\right) R + \mu a \right] \right\}$$

Il est visible que pour que la somme de ces deux dernières expressions soit constante quel que soit $\omega$, il faut.

$$(1) \qquad Bd + PL = 0$$

Telle est la condition qui exprime qu'il ne doit pas y avoir de roulis avec des manivelles calées à 180°.

Si l'on veut supprimer le lacet il faudra prendre la somme

des moments par rapport à la verticale. Dans ce cas on a à remplacer $i$ par $i + \frac{\pi}{2}$ et on retombe sur les mêmes conditions qui se réduisent à $Bd + PL = 0$ dans le cas particulier considéré.

Pour satisfaire aux conditions de stabilité on emploiera des contrepoids disposés sur le prolongement de la bielle.

Désignons par B′ la masse du contrepoids de la bielle, le centre de gravité étant à une distance $d'$ du bouton d'attache.

Il faudra

$$B'd' = Bd + PL$$

car le coefficient de l'équation ($\alpha$) fournissant l'équation de condition quand on l'annule deviendrait $Bd + PL - B'd'$.

*Mouvement de galop.* — Ce mouvement a lieu en vertu du moment des quantités de mouvement par rapport à l'axe $O'z$ (fig. 77). Les roues, les essieux et la manivelle motrice n'entrent pas en ligne de compte, car on obtient, en les considérant, des moments indépendants de $\theta$.

Pour la bielle il en va autrement.

Soit $\lambda$ la distance d'un point de la bielle au point A (fig. 77). Prenons le point O pour origine et cherchons les coordonnées $\xi$ et $\eta$ de ce point, par rapport à deux axes : OA et une perpendiculaire à OA.

$$\xi = R \cos \omega + L \cos \theta - \lambda \cos \theta$$

$$\eta = \lambda \sin \theta$$

$$\frac{d\xi}{dt} = - \alpha R \sin \omega - L \sin \theta \frac{d\theta}{dt} + \lambda \sin \theta \frac{d\theta}{dt} =$$

$$- \alpha\left(R \sin \omega + L \sin \theta \frac{d\theta}{d\omega} - \lambda \sin \theta \frac{d\theta}{d\omega}\right)$$

$$\frac{d\eta}{dt} = \lambda \cos \theta \frac{d\theta}{dt} = \alpha\lambda \cos \theta \frac{d\theta}{d\omega},$$

$\alpha$ désignant la vitesse angulaire.

Le moment cherché, $m$ étant la masse du point, est :

$$\Sigma m\left(\xi \frac{d\eta}{dt} - \eta \frac{d\xi}{dt}\right)$$

Il est visible que

$$\Sigma m\lambda = Bd$$
$$\Sigma m\lambda^2 = Bd^2 + I$$

en désignant par I le moment d'inertie de la masse B par rapport à la normale à son plan de symétrie, passant par son centre de gravité.

En effectuant les calculs on a :

$$-\alpha\left[I - Bd\left(L - d\right)\right]\frac{d\theta}{d\omega} + B\alpha Rd\left(\sin\theta \sin\omega + \cos\omega \cos\theta \frac{d\theta}{d\omega}\right)$$

Mais

$$\sin\theta = \frac{R}{L}\sin\omega, \qquad \text{et} \qquad \cos\theta\frac{d\theta}{d\omega} = \frac{R}{L}\cos\omega$$

en remplaçant $\sin\theta$ et $\cos\theta\frac{d\theta}{d\omega}$ par ces valeurs et remarquant que $\sin^2\omega + \cos^2\omega = 1$ on a :

$$-\alpha\left[I - Bd\left(L - d\right)\right]\frac{d\theta}{d\omega} + \frac{B\alpha R^2 d}{L}$$

Pour le second piston si sa manivelle est calée à 180° de celle du premier on aura

$$\sin\theta' = \frac{R}{L}\sin\left(\omega + \pi\right) \text{ ou } \sin\theta' = -\frac{R}{L}\sin\omega$$

et

$$\frac{d\theta'}{d\omega} = -\frac{d\theta}{d\omega}$$

Par suite il n'y aura pas tendance au mouvement de galop lorsque les pistons, situés dans le même plan, agissant sur le même arbre, seront calés à 180° l'un de l'autre, car en ajoutant les expressions du moment les termes en $\frac{d\theta}{d\omega}$ disparaîtront.

*Cas particuliers.* — Dans le cas très fréquent où $i = 0$ et où les manivelles sont calées ensemble, $\sin i = 0$ et $\cos i = 1$.

L'expression ($a$) se réduit à

$$\sin \omega\left[-\mathrm{BR}\left(1+\frac{d}{\mathrm{L}}\right)+\mu a\right]$$

L'expression ($c$) devient

$$\cos \omega\left[-\mathrm{BR}\left(1+\frac{d}{\mathrm{L}}\right)+\mu a\right]$$

Visiblement la condition de stabilité est

$$-\mathrm{BR}\left(1+\frac{d}{\mathrm{L}}\right)+\mu a=0$$

et un contrepoids $\mu'$ dont le centre de gravité est distant de $a'$ du point O doit donner

$$-\mathrm{BR}\left(1+\frac{d}{\mathrm{L}}\right)+\mu a=\mu' a'.$$

Lorsque l'on a deux cylindres dans le même plan, inclinés sur le même arbre, ils le sont généralement symétriquement et nous les supposerons placés dans le plan moyen.

Dans ce cas

$$i' = \pi - i \quad \sin i' = \sin i \quad \cos i' = -\cos i$$

Dans le cas où

$$i = 90^0. \quad \sin i = 1 \quad \cos i = 0.$$

Cela ne change rien aux conditions générales.

Dans le cas d'un moteur unique on arrive aux mêmes conclusions ou du moins à des conclusions analogues.

Enfin si un cylindre unique est placé dans le plan méridien on aura dans la plupart des cas $i = 0$ ou $i = 90^\circ$.

Il ne faut pas oublier que $\delta = 0$ et que par suite il n'y aura plus tendance aux mouvements de lacet et de roulis.

Pour le mouvement de galop l'expression correspondante du moment sera

$$-\alpha\left[I - Bd\left(L - d\right)\right]\frac{d\theta}{d\omega} + \frac{B\sigma R^2 d}{L}.$$

Pour s'opposer au galop de la voiture il faudra

$$I - Bd(L - d) = 0$$

Si les manivelles sont calées à 90° l'une de l'autre, $\omega' = \omega + \frac{\pi}{2}$.

En reprenant la marche de l'analyse on verrait que les conditions de stabilité seraient

$$Bd + PL = 0$$
$$(P - B)\,R + \mu a = 0$$

Avec des contrepoids dans le prolongement de la bielle et de la manivelle (ou sur la manivelle suivant le signe de P — B) de masses $B'$ et $\mu'$, $d'$ étant la distance du centre de gravité de $B'$ au bouton d'attache et $a'$ la distance du centre de gravité au centre de l'axe, on devrait avoir :

$$B'd' = Bd + PL$$
$$\mu' a' = (P - B)\,R + \mu a$$

Du reste, pour étudier chaque cas particulier, il suffira de donner les valeurs convenables aux données générales précédemment choisies.

**Effort exercé sur le piston par les pièces oscillantes.** — Nous venons de voir quels sont les mouvements que prend ou que tend à prendre le véhicule sous l'action des pièces oscillantes. Examinons maintenant le phénomène à un autre point de vue.

Lorsque, dans les chapitres II et III de ce travail, nous avons examiné comment variait l'effort exercé par les gaz sur le piston, nous avons implicitement admis que la marche du moteur était régulière, et nos calculs comportaient pour le

piston, la bielle et la manivelle, des organes absolument rigides et dépourvus de masse. Nous voyons à présent qu'il n'en peut être ainsi. Cherchons donc à évaluer les perturbations dues à l'inertie des pièces oscillantes.

Reportons-nous à la figure 78. Le piston articulé par sa

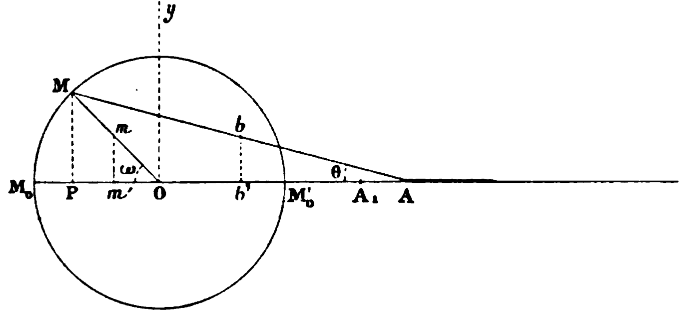



Fig. 78.

tige en A avec la bielle AM conduit la manivelle MO. Nous prendrons les notations suivantes :

P, masse du piston et de sa tige ;

B, masse de la bielle ;

*b*, son centre de gravité ;

L, sa longueur ;

δ, la longueur *b*A ;

θ, l'angle MAO ;

R, la longueur de la manivelle ;

μ, sa masse ;

*m*, son centre de gravité ;

*a*, la distance de *m* au point O ;

ω l'angle $MOM_0$.

Pour le piston et sa tige, animés d'un mouvement rectiligne, nous avons à chercher la vitesse du point A.

Or nous savons que $A_1A = R\,(1 - \cos\omega) - L\,(1 - \cos\theta)$ et que $\sin\theta = \frac{R}{L}\sin\omega$.

Enfin $\omega = \alpha t$, $\alpha$ étant la vitesse angulaire et $t$ le temps.

Nous avons établi que $A_1A$ avait pour expression approchée

$$A_1A = R\left(1 - \cos\omega\right) - \frac{R^2}{2L}\sin^2\omega$$

Il en résulte, en appelant $v_a$ et $u_a$ la vitesse et l'accélération du point A

$$v_a = \frac{dA_1A}{dt} = \alpha R\left[\sin\omega - \frac{R}{2L}\sin\left(2\omega\right)\right]$$

$$u_a = \frac{dv_a}{dt} = \alpha^2 R\left[\cos\omega - \frac{R}{L}\cos\left(2\omega\right)\right]$$

Par suite P étant la masse du piston, la pression exercée sur les gaz par l'attirail du piston sera

$$F_a = \alpha^2 RP\left[\cos\omega - \frac{R}{L}\cos 2\omega\right]$$

Pour ce qui est de la bielle, remarquons que comme approximation nous pouvons nous borner à considérer son influence comme celle d'un mobile idéal qui aurait les mêmes mouvements que le centre de gravité auquel serait attribuée la masse totale B.

Soit $b'$ (fig. 78) la projection du point $b$ sur OA.

$$Ob' = Pb' - OP = (L - \delta)\cos\theta - R\cos\omega$$

Mais $$\cos\theta = \sqrt{1 - \frac{R^2}{L^2}\sin^2\omega}$$

et par approximation

$$\cos\theta = 1 - \frac{R^2}{2L^2}\sin^2\omega$$

Donc $$Ob' = \left(L - \delta\right)\left(1 - \frac{R^2}{2L^2}\sin^2\omega\right) - R\cos\omega$$

Désignons par $v_{b'}$ et $u_{b'}$ la vitesse et l'accélération de $b'$ suivant OA, on aura

$$v_{b'} = \alpha R\sin\omega - \alpha\left(L - \delta\right)\frac{R^2}{2L^2}\sin\left(2\omega\right)$$

$$u_{b'} = \alpha^2 R \cos\omega - \alpha^2 \left(L - \delta\right) \frac{L^2}{R^2} \cos\left(2\omega\right) = \alpha^2 R \left[\cos\omega - \left(L - \delta\right) \frac{R}{L^2} \cos\left(2\omega\right)\right]$$

Et la pression dirigée suivant OA sera

$$F_{b'} = \alpha^2 RB \left[\cos\omega - \left(\ \ - \delta\right) \frac{R}{L^2} \cos\left(2\omega\right)\right].$$

La manivelle OM a son centre de gravité en $m$ à une distance $a$ de O.

Dans la figure 78 on voit que

$$Om' = a \cos\omega \quad \text{et que} \quad M_0m' = R - a \cos\omega$$

Donc

$$v_{m'} = + \alpha a \sin\omega$$

$$u_{m'} = + \alpha^2 a \cos\omega$$

La pression suivant OA sera

$$F_{m'} = - \alpha^2 a\mu \cos\omega.$$

Si nous appelons $F_x$ la somme $F_a + F_{b'} + F_{m'}$ on voit qu'il vient :

$$F_x = \alpha^2 \left\{ \left[ R\left(P + B\right) + \mu a \right] \cos\omega - \frac{R^2}{L} \left[ \frac{B(L - \delta)}{L} + P \right] \cos 2\omega \right\}$$

Expression de forme $F_x = A \cos\omega - C \cos 2\omega$

Si l'on négligeait l'obliquité de la bielle l'expression se réduirait à

$$F_x = \alpha^2 \left[ R(P + B) + \mu a \right] \cos\omega$$

Il est à remarquer que $(L - \delta)$ étant positif, l'influence de l'obliquité de la bielle vient diminuer la valeur de $F_x$.

Il serait facile de construire la courbe

$$F_x = A \cos\omega - C \cos\omega\,;$$

mais il nous suffira de montrer à quels résultats on doit arriver, et pour raison de simplicité nous nous en tiendrons à la valeur $F'_x = A \cos\omega$ qui correspond au cas de

la bielle infinie. Si l'on construit une courbe en prenant $x = R\,(1 - \cos\omega)$ et $y = A \cos \omega$, en éliminant $\cos \omega$, on a $y = \frac{A}{R}\,(R - x)$ équation d'une droite coupant l'axe des $x$ au point $x = R$ et ayant pour $x = 0$ et $x = 2\,R$ des ordonnées égales et de signes contraires.

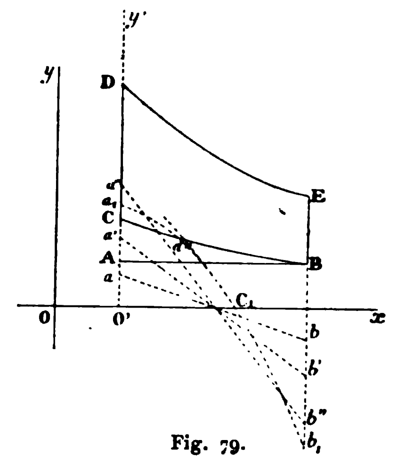


Fig. 79.

Ceci établi, prenons le cycle d'un moteur à quatre temps (fig. 79) ABCDEBA. Puis construisons la droite ci-dessus définie, dans le système $O''xy'$. Suivant la valeur de A et de R elle affectera l'une des trois positions $ab$, $a'b'$, $a''b''$. On voit donc qu'avec des pièces très lourdes (cas $a''b''$) $F'_x$ positif dans le premier quadrant, aide à la marche du piston. Dans le second quadrant $F'x$ est négatif, et la retarde.

Lors du retour du piston la ligne des valeurs de $F'_x$ revient de $b''$ en $a''$. A partir du point $d''$, $F'_x$ est plus grand que la pression dans le cylindre. Donc cet effort s'oppose à la compression.

Il y aura intérêt à avoir des pièces relativement légères.

Reprenons

$$F_x = A \cos \omega - C \cos (2\omega) = A \cos \omega - C\,(2 \cos^2 \omega - 1).$$

Posons
$$y = A \cos \omega - 2C \cos^2 \omega + C$$
$$x = R\,(1 - \cos \omega).$$

Éliminons $\cos \omega$ entre ces deux équations, il vient .

$$y = A\,\frac{(R - x)}{R} - 2C\,\frac{(R - x)^2}{R^2} + C$$

équation d'une parabole.

Pour $x = 0 \quad y = A - C$

$x = 2R \quad y = -A - C$

on aura $y = 0$ lorsque l'on aura

$$\frac{A(R - x)}{R} - 2C\frac{(R - x)^2}{R^2} + C = 0$$

ou $$2C(R - x)^2 - AR(R - x) - CR^2 = 0.$$

On voit que l'on a pour $R - x$ des racines de signes contraires.

Si dans le premier membre de l'équation on substitue $-\infty$, ce premier membre est positif. Si on fait $x = R$, il est négatif; si on fait $x = 2R$ il est positif. Donc l'une des valeurs de $x$ est plus petite que R, et l'autre est comprise entre R et 2R. Si l'on substitue $x = 0$, le premier membre se réduit à $R^2(C - A)$ ce qui est négatif, car $C < A$.

Donc la deuxième racine de $x$ est négative.

Il y a encore lieu de se demander où se trouve le maximum de $y$. Il sera donné par l'équation :

$$-4C(R - x) + AR = 0 \quad \text{ou} \quad x = \frac{R(4C - A)}{4C}.$$

La courbe est représentée en $a_1\, c_1\, b_1$ sur la figure 79.

**Variations de l'effort sur le bouton de manivelle, dues à l'action des pièces oscillantes.** — Nous avons déjà établi la valeur de $F_x$ suivant OB (fig. 78).

Cherchons $F_y$ suivant la perpendiculaire en O à OA. Il est évident que le piston ne donne aucune composante suivant cette direction. Nous n'avons donc qu'à considérer la bielle et la manivelle.

Si nous nous reportons à la figure 78, nous voyons que :

$$b'b = \delta \sin \theta = \delta \frac{R}{L} \sin \omega$$

$$v_b = \frac{db'b}{dt} = \alpha\delta \frac{R}{L} \cos \omega$$

$$u_b = \frac{dv_b}{dt} = -\alpha^2\delta\frac{R}{L}\sin\omega$$

Et par suite la force dirigée suivant O$y$, d'après nos notations, que nous conservons

$$F_b = -\alpha^2\delta\frac{R}{L}B\sin\omega$$

Pour ce qui est de la manivelle :

$$m'm = a\sin\omega$$

$$v_m = \alpha a\cos\omega$$

$$u_m = -\alpha^2 a\sin\omega$$

$$F_m = -\alpha^2 a\,\mu\sin\omega$$

Par suite

$$F_y = F_a + F_m = -\alpha^2\left(\frac{\delta RB}{L} + a\mu\right)\sin\omega.$$

On se rappelle que

$$F_a = \alpha^2\left\{\left[R\left(P+B\right)+\mu a\right]\cos\omega - \frac{R^2}{L}\left[\frac{B(L-\delta)}{L}+P\right]\cos 2\omega\right\}.$$

Ces composantes donnent suivant OM une composante normale N, et suivant la perpendiculaire à OM une composante tangentielle T.

$$N = F_y\sin\omega - F_x\cos\omega$$

$$N = -\alpha^2\frac{\delta RB}{L}\sin^2\omega - \alpha^2 a\mu\sin^2\omega - \alpha^2 R\left(P+B\right)\cos^2\omega - \alpha^2\mu a\cos^2\omega +$$

$$+\frac{R^2}{L}\alpha^2\left[\frac{B(L-\delta)}{L}+P\right]\cos\omega\cos 2\omega$$

$$N = -\alpha^2 R\left\{\frac{\delta B}{L}\sin^2\omega + \left(P+B\right)\cos^2\omega\right\} - \alpha^2 a\mu +$$

$$+\alpha^2 R\frac{R}{L}\left[\frac{B(L-\delta)}{L}+P\right]\cos\omega\cos 2\omega$$

$$T = F_y\cos\omega + F_x\sin\omega$$

Le terme en $a\mu$ disparaît dans la somme.

$$T = -\frac{\alpha^2 \delta RB}{L} \sin\omega \cos\omega - \alpha^2 R \left(P + B\right) \cos\omega \sin\omega -$$

$$- \frac{\alpha^2 R^2}{L} \left[\frac{B(L-\delta)}{L} + P\right] \cos 2\omega \sin\omega$$

$$T = -\frac{\alpha^2 R}{2}\left[\frac{\delta B}{L} + \left(P + B\right)\right] \sin 2\omega - \alpha^2 R \frac{R}{L}\left[\frac{B(L-\delta)}{L} + P\right] \cos 2\omega \sin\omega.$$

Dans le cas où on néglige l'obliquité de la bielle, il reste des expressions de forme :

$$N' = A \sin^2\omega + C \cos^2\omega$$

$$T' = \frac{A + C}{2} \sin 2\omega$$

Si l'on construit la courbe

$$\rho = A \sin^2\omega + C \cos^2\omega = (A - C) \sin^2\omega + C,$$

on voit que pour $\omega = 0$ et $\omega = \frac{\pi}{2}$

$$\rho = C$$

pour $\omega = \frac{\pi}{2}$ $\rho = A$

L'équation dérivée est $(A - C) \sin 2\omega = 0$, ce qui s'annule pour $\omega = \frac{\pi}{2}$ et $\omega = \pi$. Donc ces valeurs correspondent aux maxima et minima.

L'effort normal dû à l'inertie des pièces oscillantes sera maximum pour $\omega = 0$ et $\omega = \pi$, et minima pour $\omega = \frac{\pi}{2}$.

Quant à l'effort tangentiel dû à la même cause, il a pour expression

$$T' = \frac{A + C}{2} \sin 2\omega$$

Il est nul pour $\omega = 0$, croît jusqu'à $\omega = \frac{\pi}{4} = 45°$, s'annule

à nouveau pour $\omega = \frac{\pi}{2}$ puis devient négatif pour passer par un minimum pour $\omega = \frac{3\pi}{4}$, et s'annule pour $\omega = \pi$.

Il est à remarquer que T′ s'annule pour $\omega = \frac{\pi}{2}$; cela tient à ce que jusque-là la vitesse du point A (fig. 78) est inférieure à celle de M, tandis qu'au delà elle est supérieure. Donc pour $\omega = \frac{\pi}{2}$ ces deux vitesses sont égales, et par suite la réaction T′, *due uniquement à l'inertie des pièces*, abstraction faite de la pression des gaz, cesse de s'exercer.

Si nous reprenons les expressions

$$F_x = \alpha^2 \left\{ \left[ R \left( P + B \right) + \mu a \right] \cos \omega - \frac{R^2}{L} \left[ B \frac{(L - \delta)}{L} + P \right] \cos 2\omega \right\}$$

$$F_y = - \alpha^2 \left( \frac{\delta \, RB}{L} + \mu a \right) \sin \omega.$$

qui ont la signification plus haut établie, si nous considérons un second piston, agissant sur le même arbre, conduisant une manivelle calée à 180° de la première, et si nous appelons $F^{x\prime}$ $F_y{}'$ les fonctions analogues relatives à ce deuxième piston, nous passerons de $F_x$ à $F_x{}'$ et de $F_y$ à $F_y{}'$ en changeant $\omega$ en $\omega + \pi$. Comme

$$\sin(\omega + \pi) = - \sin \omega \qquad \cos(\omega + \pi) = - \cos \omega \qquad \cos 2(\omega + \pi) = \cos 2\omega.$$

il vient :

$$F'_x = - \alpha^2 \left\{ \left[ R \left( P + B \right) + \mu a \right] \cos \omega + \frac{R^2}{L} \left[ \frac{B (L - \delta)}{L} + P \right] \cos 2\omega \right\}$$

$$F_y = + \alpha^2 \left( \frac{\delta \, RB}{L} + \mu a \right) \sin \omega$$

Par suite on a

$$F_x + F'_x = - \frac{2 R^2}{L} \left[ \frac{B (L - \delta)}{L} + P \right] \cos 2\omega$$

$$F_y + F'_y = 0$$

Dans le cas où l'on néglige l'obliquité de la bielle, cela

revient à faire L infini. Le rapport $\frac{L-\delta}{L}$ tend vers l'unité, et $\frac{R^2}{L}$ s'annule

On a donc à la fois

$$F_x + F'_x = 0$$
$$F_y + F'_y = 0$$

**Des trépidations.** — Nous avons déjà examiné les causes du roulis, du galop, du lacet et du tangage, d'une façon générale. Cela ne nous empêchera pas de revenir un peu sur cette question en nous plaçant à un autre point de vue.

Prenons le cas d'un cylindre unique que nous supposerons placé dans le plan méridien de la voiture.

$$F_x = \alpha^2 \left\{ \left[ R \left( P + B \right) + \mu a \right] \cos \omega - \frac{R}{L} \left[ \frac{B(L-\delta)}{L} + P \right] \cos 2\omega \right\}$$
$$F_y = -\alpha^2 \left( \delta \frac{RB}{L} + \mu a \right) \sin \omega$$

M. Farman a très justement dit dans son livre *les Automobiles* : « Il résulte de l'action des masses en mouvement que l'arbre moteur sera tantôt soulevé, tantôt appuyé « sur son palier, et qu'une pression tangentielle sur la tête « de bielle aura pour effet, tantôt d'accélérer le mouvement, tantôt de s'y opposer. »

Négligeons l'obliquité de la bielle, ce qui revient à faire L infini, et remarquons que $\delta = \frac{L}{2}$ *par approximation,* ce qui sera d'autant plus vrai que la bielle sera plus longue. Il nous restera

$$F_x = \alpha^2 \left[ R(P + B) + \mu a \right] \cos \omega = A \cos \omega$$
$$F_y = \alpha^2 \left( \frac{1}{2} RB + \mu a \right) \sin \omega = C \sin \omega$$

Nous représenterons les valeurs de $F_x$ et de $F_y$ en ordonnées pour chaque position du piston, c'est-à-dire pour chaque position du bouton de manivelle, puisque nous négligeons l'obliquité.

Pour $F_x$ on aura

$$x = R(1 - \cos \omega) \qquad y = A \cos \omega$$

et éliminant cos ω

$$y = \frac{A}{R}\left(R - x\right)$$

équation d'une droite que nous connaissons déjà.

Pour $F_y$ on aura

$$x = R(1 - \cos \omega) \qquad y = C \sin \omega \text{ ou } y^2 = C - C \cos^2 \omega$$

éliminant cos ω on a :

$$y^2 = C - C\frac{(R - x)^2}{R^2}$$

Transportons l'origine vers la droite d'une longueur R, le nouvel $x$ aura pour valeur $R - x$ de l'ancien système, et l'équation deviendra

$$y^2 = C - \frac{Cx^2}{R^2}$$

c'est-à-dire

$$\frac{y^2}{C} + \frac{x^2}{R^2} = 1$$

équation d'une ellipse dont les demi-axes sont R et $\sqrt{C}$.

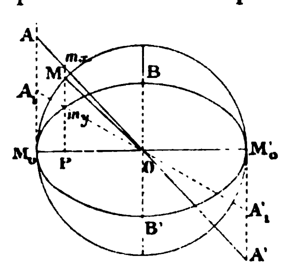



Fig. 80.

Nous représentons figure 80 ces variations. AA' est la courbe de $F_x$. L'ellipse $M_0 B M'_0 B'$ est celle des $F_y$. Pour une position M du bouton de manivelle on aura (fig. 80) :

$$F_x = Pm_x \qquad F_y = Pm_y.$$

Si l'on veut tenir compte de l'obliquité de la bielle, on voit que l'on aura

$$F_x = A \cos \omega + D \cos 2\omega$$
$$F_y = C_1 \sin \omega$$

Il n'y aura donc rien de changé pour l'ellipse représentant les variations de $F_y$, sauf la valeur du petit axe qui sera $\sqrt{C_1}$ au lieu de $\sqrt{C}$, en tenant compte de la valeur exacte de la position du centre de gravité.

Pour $F_x$ on aura

$$x = R(1 - \cos\omega)$$
$$y = A\cos\omega + D(2\cos^2\omega - 1)$$

En éliminant cos ω il vient

$$y = A\frac{(R - x)}{R} + 2D\frac{(R - x)^2}{R^2} - D$$

En transportant l'origine au centre on aurait

$$y = \frac{Ax}{R} + \frac{2Dx^2}{R^2} - D$$

équation d'une parabole qui remplace la droite AA' de la figure 80.

Si maintenant nous examinons les tendances au mouvement autour de trois axes rectangulaires passant par G centre de gravité du véhicule, on voit que :

1° Autour de l'axe vertical il n'y aura pas tendance au mouvement ;

2° Autour de l'axe longitudinal, on n'aura rien non plus puisque, comme le précédent, il est contenu dans le plan de $F_x$ et $F_y$ ;

3° Autour de l'axe transversal il y aura tendance au mouvement.

Ce cas particulier rentre dans le cas général.

Si le cylindre *unique* n'est pas placé dans le plan méridien, non seulement il y aura tendance au mouvement autour de l'axe transversal, mais $F_x$ tendra à produire un déplacement autour de l'axe vertical passant par G, et $F_y$ sera une cause de rotation autour de l'axe longitudinal.

Avec deux cylindres calés à 180° bien que la somme $F_x + F'_x$ soit nulle en négligeant l'obliquité de la bielle, il est facile de voir que pour des moteurs symétriquement placés par rapport au plan méridien, les accélérations des pistons en mouvement déterminent un couple qui *tend* à produire une rotation autour de l'axe vertical passant par le point G.

Il en sera de même des composantes $F_y$ et $F'_y$ qui jouent un rôle analogue par rapport à l'axe longitudinal.

Du reste nous renvoyons à la discussion développée plus haut.

Nous en avons assez dit pour montrer quelle influence ces actions peuvent acquérir.

« Ces variations d'efforts créeront des chocs s'il y a le « moindre jeu dans les articulations du moteur et tendront, « par conséquent, à augmenter le jeu de ce dernier. » (Farman).

« Au point de vue des secousses imprimées à la voiture, « l'augmentation brusque de pression due à l'explosion du « gaz, a une importance bien plus considérable. Elle a lieu, « nous le savons, au commencement de la course, et aura « donc pour effet d'allonger le bâti qui supporte le moteur, « en communiquant un choc à la voiture. L'élasticité ramè- « nera de suite ce bâti à son écartement normal, mais, tous « les deux tours, le même choc se produira. » (Farman. *Les Automobiles.*)

Il est intéressant de faire ici une petite remarque au sujet de la perception pour le voyageur des vibrations d'une voiture automobile.

Lorsque, dans une voiture arrêtée, le moteur tourne à vide, les vibrations verticales ont toujours lieu suivant les mêmes lignes de l'espace, abstraction faite bien entendu de toute considération astronomique. Lorsque le véhicule se déplace, un de ses points sera soumis non seulement à une vibration verticale, mais aussi à un déplacement sur la route.

Le point décrira donc dans l'espace une courbe allongée, au lieu d'une droite verticale.

Comme d'autre part on tâche de maintenir constante la vitesse du moteur en faisant varier la vitesse du véhicule, on voit que *dans le cas général* la courbe décrite par un point sera d'autant plus allongée que la vitesse sera plus grande. Les secousses désagréables de l'arrêt se transformeront donc en une série d'ondulations, et l'effet produit sera tout différent.

Il est bien entendu que ces considérations ne s'appliquent pas aux chocs provenant de l'état de la route.

**Dérapage et fringalage.** — Lorsqu'il s'agit pour une locomotive d'aborder une courbe on sait que la vitesse est limitée pour un tracé donné. Elle est fonction du rayon de la courbe, du devers de la voie et d'autres éléments dont le bon état des rails et de la plate-forme n'est pas le moindre. On sait de plus quel rôle jouent les mentonnets ainsi que la conicité de la jante.

Pour une voiture automobile qui va franchir une courbe, les éléments ne sont plus calculés à l'avance. Elle doit utiliser le chemin tel qu'il est, et nulle main prévenante ne lui a préparé une route spéciale. Elle n'a point de mentonnets pour retenir ses roues, ni de devers du sol pour contrebalancer l'influence de la force centrifuge. Il y a donc lieu de prendre quelques précautions.

Nous n'avons nullement la prétention de traiter le problème dans toute sa complexité. On devrait, dans ce cas, tenir compte de la différence d'orientation des essieux, de la différence de la vitesse des roues, de la répartition de la charge, des variations de la force centrifuge, etc.

Ces considérations nous conduiraient beaucoup trop loin; nous nous bornerons à une approximation, plutôt pour nous rendre compte du phénomène que pour le mesurer.

Si une voiture de poids $\Phi$ aborde une courbe de rayon R avec une vitesse V, $\omega$ étant la vitesse angulaire autour du centre de la courbe, on sait que

$$V = \omega R \quad \text{ou} \quad \omega = \frac{V}{R}$$

La force centrifuge sera

$$\frac{\Phi}{g}\omega^2 R \quad \text{ou} \quad \frac{\Phi}{g}\frac{V^2}{R}$$

Cette force sera dirigée suivant le rayon de la courbe, tandis que le véhicule est maintenu à peu près normal à cette direction.

Le poids total $\Phi$ détermine une composante de frottement $f\Phi$ et s'oppose, par sa pression sur le sol, à l'action de la force centrifuge. Il faut donc avoir.

$$f\Phi > \frac{1}{g}\Phi\frac{V^2}{R}$$

ou

$$V < \sqrt{gfR}.$$

Il est à remarquer que $f$ peut varier énormément. Assez grand pour des bandages en caoutchouc sur une route sèche, le coefficient s'abaisse considérablement pour des routes boueuses, grasses, sans consistance.

A titre de renseignement nous dressons le petit tableau suivant, donnant les valeurs maxima de V pour des rayons R, avec des valeurs de $f$ de 0,10 et 0,25.

$$V = \sqrt{fgR}$$

| Valeurs de R | Valeurs de V | |
|---|---|---|
| | $f = 0,25$ | $f = 0,10$ |
| 100 mètres. | 15 | 10 |
| 50 — | 11 | 7 |
| 20 — | 7 | 4,35 |
| 10 — | 4,80 | 3,10 |

Répétons bien que nous n'entendons pas conseiller ces vitesses aux *chauffeurs*. Nous ne présentons qu'un aperçu de la question, sans en donner une solution exacte. Il serait parfois fort dangereux d'aborder les courbes trop vite :

1° Parce qu'on n'est jamais fixé sur la valeur de $f$;

2° Parce que la route n'est pas plane ;

3° Parce qu'un léger obstacle, tel qu'un caillou, une ride du terrain, peut déterminer un dérapage qu'il serait difficile d'enrayer à ces vitesses limites.

Un autre phénomène vient rendre la conduite des automobiles assez délicate. C'est le *fringalage*. On appelle ainsi le mouvement d'entraînement qui se produit pour un véhicule suivant la perpendiculaire à la route lorsque celle-ci est en devers. Il est facile de se rendre compte de ce qui se passe.

Nous avons supposé jusqu'à présent qu'en palier, en rampe ou en courbe, la section de la route pour un plan perpendiculaire à son axe était une horizontale. En réalité, il n'en est pas toujours ainsi. Souvent, la section est une courbe dont le sommet correspond à l'axe du chemin. Ce n'est que lorsque le véhicule est au milieu de la voie, que les deux roues d'un essieu roulent sur des lignes parallèles contenues dans un même plan horizontal.

Nous supposerons une voiture sur une route en devers, et nous appellerons $i$ l'angle que fait avec l'horizon le plan contenant les deux lignes décrites par les roues. Soit P la charge totale d'une roue dirigée suivant la verticale. Cette force donne une composante normale au sol $P \cos i$, et une composante parallèle à l'essieu $P \sin i$ : Il est évident que pour qu'il n'y ait pas fringalage il faut

$$fP \cos i > P \sin i$$

ou

$$\operatorname{tg} i < f.$$

On voit donc qu'avec une route en bon état et une bonne

adhérence on pourra aborder des devers assez sensibles, tandis que si $f$ diminue, le fringalage se produira pour des angles faibles. Si par exemple $f = 0,10$, on trouve qu'il faut que $i$ reste plus petit que 5°40′.

Enfin il y a lieu de se rappeler que, si une courbe présente un devers, le passage n'en sera que plus dangereux, et sur une route *bombée* on devra se tenir du côté interne de la courbe.

La conduite d'une voiture sur une route exige, pour des vitesses un peu accentuées, une grande habileté de main et un parfait jugement. Lorsque l'on veut éviter un obstacle, dépasser une voiture ou en suivre une autre, on devra décrire à la surface du sol une courbe qu'on aura à allonger d'autant plus qu'on sera, à ce moment, à une allure plus vive, et cela pour éviter les dérapages qui pourraient résulter de la naissance de la force centrifuge, laquelle se produira infailliblement dès que la voiture cessera sa marche rectiligne pour décrire une courbe.

De plus, l'obligation de ne plus tenir le milieu du chemin mettra la voiture en devers si la route est en forme de dôme. Cette influence de la déclivité, jointe à celle de la force centrifuge, peut créer un sérieux danger si l'on vient à rencontrer un obstacle imprévu.

Du reste, à cet égard, il n'est point de règles à fournir. Il importe de connaître sa voiture, *de la sentir*. Un bon conducteur, avec une machine qu'il connaît, pourra, s'il a le coup d'œil juste, accomplir des tours de force que la prudence la plus élémentaire défend d'une façon absolue à la majorité des *chauffeurs*.

**De la direction des véhicules.** — Lorsque l'on imprime à un véhicule en mouvement un changement de direction au moyen d'une inclinaison de l'axe directeur, il arrive quelquefois que la rotation ne s'accomplit pas suivant l'intention

du conducteur. Il peut se produire une sorte de *dérapage* du train moteur, qui détermine un mouvement oblique à l'essieu.

Supposons un terrain parfaitement plan et homogène, la voiture se déplaçant suivant sur ligne droite, on vient à déplacer l'axe avant autour de la cheville réelle ou idéale, d'un angle $i$. Que va-t-il se passer ?

Nous reportant au paragraphe relatif au coefficient de roulement, nous nous rappellerons que le mouvement d'une roue se produit en raison de l'action d'une force F qui lui est appliquée. Qu'est ici cette force F ?

Il est évident que la force de traction (ou de propulsion) qui fait équilibre aux résistances de l'organisme, peut se résoudre en quatre composantes parallèles et situées chacune dans le plan d'une roue, c'est-à-dire *suivant la direction du mouvement.*

Si l'essieu s'incline de $i$, les roues directrices s'inclinent également de $i$ et la force F appliquée à une roue devient $F \cos i$ dans le plan de la roue, tandis qu'il se développe une composante $F \sin i$ parallèle à l'essieu. Si, d'autre part, $p$ est la charge totale de la roue, il faudra $pf > F \sin i$ pour qu'il n'y ait pas déplacement suivant l'essieu.

Si l'on a $pf < F \sin i$ le déplacement se produira et le dérapage sera fonction de $F \sin i - pf$. Ce déplacement se combinera avec le roulement de la roue, pour donner naissance à un mouvement oblique au plan de la roue.

L'importance de ce déplacement sera fonction :

1° De $\sin i$ c'est-à-dire de l'obliquité de l'axe, c'est-à-dire de la quantité dont on altère la direction ;

2° De F, c'est-à-dire de la vitesse, car il est évident que l'effort de traction ou de propulsion dépend de la rapidité imprimée au véhicule.

**Adhérence.** — Il ressort de tout ce qui précède que les

roues sont entraînées sous l'influence du moteur, mouvement qui est produit par un effort ayant pour limite la valeur du frottement entre la roue et le sol. C'est ce frottement qui constitue l'*adhérence* du véhicule.

Tant que l'effort reste inférieur à l'adhérence, il y a translation de la voiture et la vitesse augmente avec l'effort. Si l'effort dépasse l'adhérence, les roues tournent sans que le véhicule entre en mouvement, et le travail produit est absorbé par le glissement des roues sur le sol.

Le général Morin a fait quelques expériences à cet égard, et a trouvé

| | |
|---|---|
| Adhérence du fer sur chêne sans enduit . . . . . . | 0,67 |
| — — — mouillé. . . . . . . . | 0,26 |
| — de la fonte sur chêne sans enduit . . . . | 0,49 |
| — — — mouillé. . . . . . . . . . | 0,22 |
| — du fer sur calcaire. . . . . . . . . . . . | 0,49 |
| — — sur fer (à sec) . . . . . . . . . . | 0,28 |

Bref l'adhérence varie entre 1/5 et 3/5 de la charge.

On peut faire l'application de ce principe à une machine de poids P destinée à la remorque de voitures de poids $p, p', p''$...

Si nous appelons $\varphi$ le coefficient d'adhérence et $r$ la résistance du mécanisme moteur, $\varphi P - r$ représente l'effort disponible. Le poids total à déplacer étant $P + p + p' + p''$... si nous appelons $\rho$ la somme des résistances par tonne il faut avoir

$$\varphi P - r \geqq (P + p + p' + p'' \dots)\rho$$

C'est-à-dire que la remorque $p + p' + p''$.. a pour limite supérieure

$$\frac{\varphi P - r}{\rho} - P.$$

Si la remorque était trop lourde il y aurait patinage.

**Patinage**. — Une roue patine lorsqu'elle tourne sur place sans se déplacer à la surface du sol ou que sa vitesse à la jante est supérieure à la vitesse de translation. Ce phénomène se produit lorsque l'effort dépasse la résistance, au moment du démarrage d'un train, lorsque le mécanicien ouvre trop grande l'admission de vapeur. Cela peut se produire également pour une voiture automobile, et nous allons examiner dans quel cas le phénomène peut avoir lieu.

Tout d'abord au démarrage, lorsqu'un moteur est en mouvement et qu'on l'embraye trop brusquement, il peut y avoir patinage si l'adhérence au sol n'est pas très grande, soit sur un terrain glissant, soit pour toute autre raison.

Bien qu'on doive éviter autant que possible le patinage, il se produit toujours même dans une voiture bien conduite.

En effet le moteur et le mécanisme sont réglés pour une vitesse et un effort donnés.

Mais l'on ne peut éviter les cahots, et, au moment où les roues motrices quittent le sol, même pour une fraction de seconde, l'effort moteur n'étant plus contre-balancé par les résistances aux jantes, détermine l'accélération du mécanisme, et lorsque les roues touchent le sol elles ont une vitesse périphérique plus grande que celle qu'elles avaient quand elles l'ont quitté, c'est-à-dire plus grande que la vitesse de translation. Il y a donc déplacement relatif de la jante par rapport au sol, c'est-à-dire patinage.

Comme l'effort moteur est toujours au-dessous de l'adhérence, et que de plus la variation ci-dessus est généralement petite, le patinage ne tarde pas à s'arrêter.

Pour une voiture suspendue, les ressorts influent sur le patinage. Les divers mouvements que prend la caisse ont pour effet de soulager parfois l'essieu moteur. Il peut arriver, sous l'influence d'un mouvement brusque, que la charge P diminue tellement, pour un instant très court, que l'adhé-

rence tombe au-dessous de la valeur de l'effort à ce moment. De là tendance au patinage.

Enfin les inégalités de la route interviennent pour leur part dans la production du phénomène. Qu'une roue vienne à rencontrer une courte déclivité, une ornière qui se creuse, la résistance à la jante peut diminuer et si cette diminution est suffisante elle pourra provoquer le patinage.

Du reste, hâtons-nous d'ajouter que dans la plupart des cas ces tendances au patinage ne sont pas bien graves. Il ne faut pas s'en inquiéter outre mesure, bien qu'on doive se garder soigneusement d'un patinage continu, qui aurait pour effet d'user les bandages, et de déterminer des avaries dans le mécanisme, si celui-ci venait à *s'emballer*.

Le remède évident est la diminution de l'effort ou au besoin l'arrêt du moteur, quitte à procéder à une remise en route.

**Des variations de force vive.** — La condition d'être, l'essence même d'une voiture automobile, est la mobilité, la facilité de déplacement, ce qui implique la possibilité de faire varier la vitesse dans de larges limites. Bien que la régularité de marche soit à désirer, il n'en est pas moins vrai que mille circonstances obligent à faire varier la vitesse, et nous nous occupons de cette variation sans nous inquiéter pour le moment de la façon dont elle est produite.

Supposons un véhicule de poids P animé d'une vitesse $V_0$, sous l'influence d'une force $F_0$; appliquons-lui une force supplémentaire F de nature à faire varier le régime de traction. Sous l'influence de cette force en excès, le véhicule va prendre une certaine accélération, et la vitesse augmentera peu à peu jusqu'au moment où les résistances totales feront équilibre à $F + F_0$. Ce résultat sera atteint au bout d'un chemin parcouru S, et on aura d'après le principe des forces vives :

$$FS = \frac{1}{2}\frac{P}{g}\left(V^2 - V_0^2\right)$$

La variation de la force vive est égale au travail de la force qui la provoque. Nous négligeons ainsi la force vive des pièces en rotation. Nous ne pouvons donc arriver qu'à une approximation.

Si l'on connaît F et que l'on mesure V, on calculera S.

Au contraire, si l'on veut atteindre la vitesse V au bout du chemin S, la formule ci-dessus permet de calculer la force à appliquer.

Si l'on part du repos on aura

$$F_0S_0 = \frac{1}{2}\frac{P}{g}V_0^2.$$

Le travail de la force est égal à la force vive communiquée au véhicule.

En réalité, la force est variable, et la quantité $F_0S_0$ devrait être remplacée par l'expression

$$\int FdS.$$

$F_0$ désigne en réalité l'effort final correspondant à la vitesse $V_0$, c'est-à-dire équilibrant les réactions développées par une vitesse $V_0$.

S'il s'agit d'une diminution de vitesse, la formule

$$FS = \frac{1}{2}\frac{P}{g}\left(V^2 - V_0^2\right)$$

fournit pour F une valeur négative puisque V est plus petit que $V_0$.

Cela veut dire qu'il faut diminuer $F_0$ de F pour passer de la vitesse $V_0$ à la vitesse V.

S'il s'agissait de franchir une rampe de *n* millimètres par mètre, et si l'on voulait conserver la même vitesse, il faudrait appliquer un excès de force F tel que

$$FS - nPS = 0$$

C'est-à-dire que le travail moteur de l'excès de force devra être égal au travail résistant dû à l'ascension sur la rampe. Pour que la vitesse ne varie pas la condition est :

$$F = nP.$$

En général on fait varier la force en faisant varier le rapport de la liaison entre l'arbre moteur et l'essieu solidaire.

On cherche, en maintenant le travail du moteur constant, à diminuer la vitesse de la jante.

Comme l'effort à vaincre devient plus grand on désire que le travail reste le même, en diminuant le chemin parcouru, c'est-à-dire la vitesse de translation.

Nous avons vu page 260 que la résistance d'une voiture au déplacement était

$$X = M \pm Q \sin i$$

en posant

$$M = \frac{2(A + fr)}{R + R'} Q + 0{,}0625\varepsilon SV^2$$

Donc en palier on aura $X' = M$

Et pour la vitesse V le travail sera MV.

Pour une rampe, la résistance sera $X'' = M + Q \sin i$ et pour une vitesse V' on aura le travail

$$V' (M + Q \sin i).$$

Pour que le travail reste le même il faut avoir

$$MV = V' (M + Q \sin i)$$

c'est-à-dire $$\frac{V'}{V} = \frac{M}{M + Q \sin i}$$

Il faudra donc faire varier le rapport de la liaison entre l'axe moteur et l'essieu dans le rapport $\frac{M}{M + Q \sin i}$. Comme $\sin i$ a des valeurs fort variables, il résulte que pour obtenir une solution satisfaisante il faudrait pouvoir faire varier les

vitesses augulaires des axes considérés d'une façon absolument quelconque, du moins dans les limites pratiques.

**Irrégularités du moteur.** — En terminant ce chapitre nous citerons comme causes d'absorption d'énergie la mauvaise construction, l'entretien insuffisant du moteur, le manque de réglage dans les admissions, etc., etc.

Il est évident que ces causes échappent à l'analyse, et qu'il est inadmissible qu'un acheteur accepte un moteur mal construit, mal ajusté, ou dans lequel un usage trop prolongé aurait déterminé des causes de détérioration.

Il en est de même de l'entretien du mécanisme. On doit exiger un graissage convenable, faute de quoi le mécanisme se détériorerait, et de plus les coefficients de résistance prendraient une importance considérable.

Nous en dirons autant de la mauvaise alimentation. La composition du mélange tonnant doit être soigneusement dosée, pour que la bonne marche soit possible. Des ratés, des allumages intempestifs, peuvent avoir lieu ; mais dans la plupart des cas ces même actions sont dues à la mauvaise marche imprimée par le conducteur.

Enfin nous ne citons que pour mémoire les cas d'accidents que l'on ne peut prévoir, et que l'on doit toujours espérer éviter.

---

# CHAPITRE VI

## ORGANES DES MOTEURS

---

*Notions nécessaires aux constructeurs.*

*Résistance des matériaux.* — Données générales. — Déformation d'une pièce élastique. — Résistance à la rupture par flexion. — Résultante des forces élastiques comprises dans le plan d'une section. — Formule de M. Périssé. — Torsion. — Prisme encastré sollicité par un poids appliqué à son extrémité. — Prismes horizontaux appuyés. — Pièce chargée debout. — Formes d'égale résistance. — Flexion des pièces courbes.

*Organes essentiels des machines.* — Rivets. — Boulons. — Cylindres. — Tiges de piston. — Bielles. — Manivelles. — Arbres coudés. — Arbres de machine. — Tourillons. — Pivots. — Organes divers.

*Des transmissions et des variations de régime.* — Généralités. — Engrenage cylindrique. — Engrenage conique. — Joint universel. — Vis sans fin. — Transmission par courroies. — Volants. — Régulateurs.

*Organes spéciaux.* — Obligations créées par le problème de la locomotion automobile. — Essieux. — Roues. — Bandages et pneumatiques. — Chaînes de transmission. — Essieux directeurs. — Engrenages différentiels. — Ressorts. — Des freins. — Changements de vitesse. — Appareils de mise en marche. — Carburateurs. — Allumage.

---

# CHAPITRE VI

## ORGANES DES MOTEURS

---

**Notions nécessaires aux constructeurs.** — Nous réunissons dans ce chapitre une série de notions dont la connaissance est indispensable à qui veut s'occuper de la construction des moteurs et des voitures automobiles. Nous sommes loin de prétendre que la connaissance des matières que nous allons énumérer soit suffisante, mais dans tous les cas on ne peut en négliger l'étude.

Nous ne pouvons, sous peine d'allonger outre mesure le cadre de cet ouvrage, démontrer toutes les propositions que nous allons formuler, et dans bien des cas nous serons obligé de recourir à la forme condensée de l'aide-mémoire.

Nous passerons en revue les organes essentiels, et tout d'abord nous commencerons par rappeler les faits principaux de la résistance des matériaux.

### I

### RÉSISTANCE DES MATÉRIAUX

**Données générales.** — La résistance des matériaux a pour but pratique d'établir les dimensions à donner aux pièces entrant dans une construction quelconque, et devant résister à un effort déterminé.

Dans l'ignorance où nous sommes des principes de la constitution de la matière, nous sommes obligés de faire des hypothèses relativement à cette constitution. Bien que basées sur des faits indéniables et observés, ces suppositions n'ont pas le caractère de rigueur mathématique, et il convient de considérer les formules obtenues comme des expressions limites qu'il serait parfois dangereux d'approcher.

Un fait d'observation est qu'un corps soumis à un effort subit une déformation laquelle est passagère lorsque l'effort est faible, et permanente ou partiellement permanente lorsque l'effort atteint un certain degré d'intensité. L'explication de ces phénomènes relève du domaine de la théorie mathématique de l'élasticité dont la résistance des matériaux est en quelque sorte l'application.

Une tige, soumise à l'action d'un poids tendeur Q et ayant une largeur $l$ et une section $\Omega$, subit un allongement $u$ dépendant de la nature du métal.

$$u = \frac{lQ}{E\Omega}.$$

E s'appelle le coefficient d'élasticité.

$\frac{Q}{\Omega}$ présente la traction par unité de surface, et il faut que $\frac{Q}{\Omega}$ soit moindre que R si R désigne la charge produisant la rupture par unité de surface.

L'habitude est de faire travailler une substance sous un effort $\Gamma$ bien moindre que R; il faut prendre.

$$\frac{Q}{\Omega} \geq \Gamma.$$

Lors de la mise en charge, si U désigne l'allongement et $t$ le temps, on a :

$$U = \frac{Ql}{E\Omega}\left(1 - \cos\sqrt{\frac{E\Omega g t.}{Ql}}\right)$$

On a longtemps pensé qu'il suffisait de rester en deçà de la charge de rupture d'un métal essayé. Mais des expériences ont prouvé que cette charge limite diminue considérablement pour un métal soumis à des efforts moindres que l'effort de rupture initiale mais très fréquemment répétés. Si les efforts répétés sont du sens contraire, engendrant successivement des tensions et des compressions, la charge limite diminue beaucoup plus rapidement qu'avec des efforts de même sens.

On doit de plus considérer qu'il n'y a de sécurité qu'à la condition de ne pas dépasser la limite d'élasticité, et de ne pas atteindre la limite de déformation permanente.

Pour des pièces travaillant à charge constante les anciennes formules peuvent servir. Il ne serait pas rationnel de les employer pour des pièces auxquelles on fait subir des efforts variables fréquemment répétés.

Posons :

$R$ = effort de rupture

$\lambda$ = charge limite d'élasticité pour des efforts de même sens.

$\lambda'$ = charge limite d'élasticité pour des efforts de sens contraire,

$m$, un coefficient de sécurité.

$F$ = effort maximum

$f$ = effort minimum.

On devra avoir, pour des pièces soumises à des efforts de même sens :

$$r = \frac{\lambda}{m}\left[1 + \left(\frac{R}{\lambda} - 1\right)\frac{f}{F}\right]$$

pour des pièces soumises à des efforts alternatifs et de sens contraire

$$r' = \frac{\lambda}{m}\left[1 - \left(1 - \frac{\lambda'}{\lambda}\right)\frac{F'}{F}\right]$$

$F' < F$ désigne le maximum des efforts dans un sens tandis que F désigne le maximum des efforts en sens contraire.

Pour le fer

$$\lambda = 16 \quad R = 32 \text{ K}^{os} \quad \lambda' = 0{,}6 \quad m = 3.$$

On a pour les deux formules précédentes :

$$\Gamma = 5{,}3\left(1 + \frac{f}{F}\right)$$

$$\Gamma' = 5{,}3\left(1 - 0{,}04\,\frac{F'}{F}\right)$$

Avec une charge constante, $f = F$, donc $\Gamma = 10{,}6$ kg. et $\Gamma' = 3{,}2$ kg.

Pour l'acier, si $c$ = proportion de carbone, on peut écrire minimum de $R = 37\ (1 + c^2)$.

On a proposé :

$$\Gamma = 10\left(1 + \frac{3}{4}\,\frac{f}{F}\right)$$

$$\Gamma' = 10\left(1 - \frac{1}{2}\,\frac{F'}{F}\right)$$

ce qui dans les formules précédentes correspond à

$$c = 0{,}45 \text{ p. } 100 \quad \lambda = 30 \quad m = 3$$

$$R = 52{,}5 \text{ K}^{os} \quad \lambda' = 15$$

Lorsqu'un effort F s'exerce sur une pièce dans le plan où aura lieu la rupture, si $r\theta$ représente le déplacement angulaire

$$\frac{F}{\theta r} = G.$$

Les relations $G = \dfrac{Em}{r(m+1)}$ et $m = 4$ sont bonnes pour les métaux. Dans ce cas $G = 0{,}4$ E.

Les coefficients répondant aux limites d'élasticité sont

entre eux comme

$$\frac{m}{m+1} = 0,8.$$

Il en résulte que pour la torsion et le cisaillement on prendra les huit dixièmes des chiffres trouvés pour la traction.

Lorsque l'on charge peu à peu un prisme, on voit, pour une certaine charge, naître un plan de rupture faisant un angle $\alpha$ avec la base. Si R′ désigne la résistance à l'écrasement, il faut :

$$\frac{Q}{\Omega} < \frac{2R'}{\sin 2\alpha}.$$

Nous fournissons ci-dessous quelques tableaux en relevant les chiffres les plus utiles.

| MATIÈRES | CHARGE DE RUPTURE kilogramme par mm². | | | ALLONGEMENT ÉLASTICITÉ LIMITE | |
|---|---|---|---|---|---|
| | Traction. | Compression. | Cisaillement. | Traction. | Compression. |
| Fer | 40 | 35 | 35 | 0,0007 | 0,0007 |
| Tôle | 35 | 30 | » | 0,0008 | 0,0008 |
| Fil de fer | 65 | » | » | 0,0012 | » |
| Fonte | 12,5 | 75 | 20 | 0,00075 | 0,0015 |
| Acier cémenté | 75 | » | 50 | 0,0012 | » |
| Acier fondu | 100 | » | 65 | 0,0022 | » |
| Fil d'acier | 115 | » | » | » | » |
| Cuivre laminé écroui | » | » | » | 0,0013 | 0,0013 |
| — — recuit | 21 | 41 | » | 0,00027 | 0,00025 |
| Fil de cuivre | 42 | » | » | 0,001 | » |
| Laiton | 12,4 | 7,3 | » | 0,00076 | » |
| Fil de laiton | 36,5 | » | » | 0,00135 | » |
| Bronze | 25,6 | » | » | 0,00063 | » |
| Zinc coulé | 5,26 | » | » | 0,00024 | » |
| Plomb | 1,3 | 5 | » | 0,0021 | » |
| Fil de plomb | 2,2 | » | » | 0,00067 | » |
| Etain | 3,5 | » | » | » | » |
| Aluminium | 20,3 | » | » | » | » |

La température a une grande influence sur la résistance des métaux, mais les données des expériences sont un peu

contradictoires. Kollmann en appelant 100 la résistance à 0° a trouvé :

| TEMPÉRATURE | FER FIBREUX | FER A GRAIN FIN | BESSEMER |
|---|---|---|---|
| 0° | 100 | 100 | 100 |
| 100° | 100 | 100 | 100 |
| 200 | 95 | 100 | 100 |
| 300 | 90 | 97 | 94 |
| 500 | 38 | 44 | 34 |
| 700 | 16 | 23 | 18 |
| 900 | 6 | 12 | 9 |
| 1 000 | 4 | 7 | 7 |

D'après Nyström, on aurait :

| TEMPÉRATURE | FER | CUIVRE |
|---|---|---|
| 0° | 100 | 100 |
| 93° | 114 | 94 |
| 205 | 122 | 83 |
| 316 | 114 | 70 |
| 427 | 94 | 52 |
| 650 | 45 | 21 |
| 1 090 | 20 | 0 |
| 1 370 | 4,5 | » |

**Déformation d'une pièce élastique.** — Soit une pièce élastique dont nous représentons un élément figure 81. Considérant la série des sections infiniment voisines; la fibre moyenne sera le lieu de leurs centres de gravité. Soient $G_0$ et $G'_0$ deux de ces points successifs.

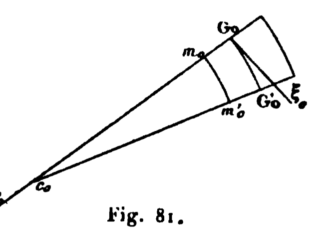


Fig. 81.

$C_0$ sera le centre de courbure et $\Omega$ la section en $G_0$. $\rho_0$ le rayon de courbure est dirigé suivant $G_0\,\eta_0'$. Menons en $G_0$ la

tangente $G_0 \xi_0$, à la fibre moyenne. Posons : $G_0 G_0' = dS_0$ et $d\sigma_0 = m_0 m'_0$, élément d'une autre fibre telle que $m_0 G_0 = \eta'_0$. Les indices o se rapportent à la position initiale. Dès que la pièce travaille, $dS_0$ devient dS, $d\sigma_0$ devient $d\sigma$ et ainsi de suite en supprimant les indices. D'une façon générale on aura :

$$d\sigma = dS\left(1 - \frac{\eta}{\rho}\right) \text{ et } d\sigma_0 = dS_0\left(1 - \frac{\eta_0}{\rho_0}\right)$$

Si $\delta$ désigne la dilatation de $d\sigma$ et $\delta_0$ celle de dS, on a en retranchant l'une de l'autre les équations précédentes :

$$\delta = \delta_0 + \frac{\eta_0}{\rho_0} - \frac{\eta}{\rho}.$$

$P_\xi$, composante suivant G $\xi$ de la résultante des forces extérieures, a pour expression

$$P_\xi = E\Omega\delta_0$$

Etant donnée une section dont le centre de gravité est $G_0$, désignons par $Gx$ et $Gy$ les deux axes d'inertie, par $I_x$ et $I_y$ les moments d'inertie de la section par rapport à ces axes, par $M_x$ et $M_y$ les moments des forces extérieures, par $\varphi_0$ l'angle de $G_0 \eta_0$ avec $G_x$ et enfin par $\alpha$ l'angle que fait avec $G_y$ la droite qui représente le moment fléchissant M.

On a :

$$\frac{1}{\rho^2} = \frac{1}{E^2}\left\{\left[\frac{M \sin\alpha + \frac{EI_y \cos\varphi_0}{\rho_0}}{I_y}\right]^2 + \left[\frac{E \cos\alpha - \frac{EI_x \sin\varphi_0}{\varphi_0}}{I_x}\right]^2\right\}$$

$$\operatorname{tg}\varphi = \frac{-\frac{M\cos\alpha}{EI_x} + \frac{\sin\varphi_0}{\rho_0}}{\frac{M\sin\alpha}{EI_y} + \frac{\cos\varphi_0}{\rho_0}}$$

Dans les pièces prismatiques $\rho_0 = \infty$ et il vient :

$$\frac{1}{\rho} = \frac{M}{E}\sqrt{\left(\frac{\sin\alpha}{I_y}\right)^2 + \left(\frac{\cos\alpha}{I_x}\right)^2}$$

$$\operatorname{tg} \varphi \operatorname{tg} \alpha = -\frac{I_y}{I_x}.$$

La trace du couple fléchissant et la parallèle à l'axe de flexion soit deux diamètres conjugués de l'ellipse d'inertie de la section.

Dans le cas d'une flexion simple,

$$EI\left(\frac{1}{\rho} - \frac{1}{\rho_0}\right) = M$$

**Résistance à la rupture par flexion.** — En se reportant à la formule qui donne la dilatation d'une fibre et appelant $\beta$ et $\beta'$ les valeurs maxima de $\eta$ et $\eta_0$, on voit qu'il faut avoir :

$$\frac{\Gamma}{E} > \text{max.} \left[\delta\beta_0 + \left(\frac{1}{\rho} - \frac{1}{\rho_0}\right)\right]$$

$$\frac{\Gamma}{E} > \text{max}\left[\beta'\left(\frac{1}{\rho} - \frac{1}{\rho_0}\right) - \delta_0\right]$$

Ou en tenant compte de la valeur de $\frac{1}{\rho} - \frac{1}{\rho_0}$ plus haut trouvée,

$$\Gamma > \text{max}\left(\frac{\beta M}{I} + \frac{P_\xi}{\Omega}\right) \quad \Gamma > \text{max}\left(\frac{\beta' M}{I} - \frac{P_\xi}{\Omega}\right)$$

En remplaçant l'inégalité par l'égalité, on arrive à la définition du solide d'égale résistance.

Lorsque l'effort $P_\xi$ est négligeable, la formule se réduit à

$$\Gamma = \frac{\beta_1 M}{I}$$

$\beta_1$ désignant dans ce cas la distance de la fibre la plus tendue ou la plus comprimée à la fibre neutre, ligne des centres de gravité.

La connaissance de la valeur du moment d'inertie I

est utile et nous la donnerons pour quelques cas particuliers.

| SECTIONS | I | $\frac{I}{\rho_1}$ |
|---|---|---|
| Triangle : hauteur *h*, base *b*. | $\frac{1}{36} bh^3$ | $\frac{1}{24} bh^2$ |
| Rectangle : hauteur *h*, base *b*. | $\frac{1}{12} bh^3$ | $\frac{1}{6} bh^2$ |
| Carré de côté *b*. | $\frac{1}{12} b^4$ | $\frac{1}{6} b^3$ |
| Cercle de diamètre *d*. . . | $\frac{1}{64} \pi d^4 = 0{,}0491\ d^4$ | $\frac{1}{32} \pi d^3 = 0{,}0982\ d^3$ |
| Anneau de rayons *d* et D. | $\frac{\pi}{64} (D^4 - d^4) = 0{,}0491\,(D^4 - d^4)$ | $\frac{\pi}{32} \frac{D^4 - d^4}{D} = 0{,}0982 \frac{D^4 - d^4}{D}$ |

**Résultante des forces élastiques comprises dans le plan d'une section.** — Nous appellerons $\gamma_0$ la translation du centre de gravité, en conservant les notations déjà établies.

Cette résultante aura pour composantes $P_x = \mu\gamma_{0x}$ $P_y = \mu\gamma_{0y}$ et $\frac{\mu}{E} = \frac{2}{\rho}$ d'après la théorie mathématique de l'élasticité.

On désigne par T l'effort tranchant

$$T = \frac{dM}{ds}.$$

On a
$$\gamma_0 = \rho_0 \frac{d\rho_0}{ds}$$

pour le centre de gravité et

$$\gamma = \rho \frac{d\rho}{ds}$$

pour une fibre quelconque.

L'effort tranchant a pour valeur

$$T = EI\left(\frac{\gamma}{\rho^3} - \frac{\gamma_0}{\rho_0^3}\right)$$

**Formule de M. Périssé.** — M. Périssé a donné une formule approchée pour le calcul des poutres métalliques.

S = section en millimètres carrés de la table ou semelle de la poutre,

$\mu$ = moment fléchissant,

$h$ = hauteur de la poutre,

K = coefficient numérique.

$$S = K \frac{\mu}{h}.$$

Le tableau suivant donne les valeurs de K.

| NATURE DES POUTRES en tôle. | HAUTEUR | COEFFICIENT DE TRAVAIL par mm². | |
|---|---|---|---|
| | | Pour 6 kg, K = | Pour 7k,2, K = |
| Ame pleine. Cornières et plates-bandes. | 0m,35 à 0m,50<br>0 ,55 0 ,70<br>0 ,75 0 ,95<br>1 ,00 1 ,20<br>1 ,20 2 ,00 | 0,200<br>0,185<br>0,170<br>0,160<br>0,150 | 0,170<br>0,155<br>0,140<br>0,130<br>0,125 |
| Ame pleine et cornières sans plates-bandes. | 0m,30 à 0m,40<br>0 ,45 0 ,55<br>0 ,60 0 ,70 | 0,205<br>0,185<br>0,170 | 0,170<br>0,155<br>0,140 |
| Treillis avec âme longitudinale haut et bas. | 0m,80 à 1m,50<br>1 ,60 et au-dessus | 0,165<br>0,155 | 0,135<br>0,130 |
| Treillis avec quatre cornières seulement. | 0m,25 à 0m,40<br>0 ,45 1 ,00 | 0,205<br>0,190 | 0,170<br>0,160 |

**Torsion.** — Considérant toujours la pièce soumise au travail comme définie plus haut, $G_\xi$ sera la tangente à la fibre moyenne au point G centre de gravité de la section considérée ; appelons $M_\xi$ et $I_\xi$ le moment des forces extérieures et le moment d'inertie de la section par rapport à cette droite, on a

$$M_\xi = \mu I_\xi \left( \frac{1}{\tau} - \frac{1}{\tau_0} + \frac{d\varphi}{ds} \right)$$

formule dans laquelle $\mu$ et $\varphi$ représentent les mêmes valeurs que plus haut, $\tau$ et $\tau_0$ sont les rayons de seconde courbure.

Le travail moléculaire, développé dans la flexion simple d'une pièce, est donné par l'expression :

$$T = \frac{1}{2E\Omega}\int_0^l P_\xi^2 ds + \frac{1}{E\Omega}\int_0^l \frac{P_\xi M ds}{\rho_0}$$

$l$ étant la longueur de la pièce et $\rho_0$ le rayon de courbure au point considéré de la fibre, avant la déformation.

En posant :

P = force tendant à tordre le corps et agissant dans un plan normal à l'axe,

$\rho$ = son bras de levier,

I = moment d'inertie de la section droite,

R = coefficient pratique de résistance au cisaillement,

$d$ = diamètre d'une section circulaire,

D et $d$ = diamètres d'une section annulaire,

$b$ et $h$ = côtés d'une section rectangulaire,

$b$ = côté d'une section carrée,

$\beta$ = distance à l'axe de la fibre extrême,

On aura $$P\rho = \frac{IR}{\beta}.$$

c'est-à-dire en remplaçant I par les valeurs que nous avons données :

pour une section circulaire :

$$P\rho = \frac{\pi}{16} d^3 R \quad \text{d'où } d = 1{,}7\sqrt[3]{\frac{P\rho}{R}}$$

pour une section annulaire :

$$P\rho = \frac{\pi}{16}\,\frac{D^4 - d^4}{D}\,R$$

pour une section rectangulaire :

$$P\rho = \frac{b^2h^2}{3\sqrt{b^2+h^2}}.\,R$$

pour une section carrée :

$$P\rho = \frac{b^3}{4.2426} R$$

Il n'y a du reste qu'à se reporter aux aide-mémoire.

**Prisme encastré sollicité par un poids appliqué à son extrémité.** — Soient : P le poids, L la longueur du prisme et $f$ la flèche qui se développe. On a :

$$P = \frac{3\,EI\,f}{L^3}.$$

Pour la mise en charge on aura l'équation fondamentale :

$$\frac{P}{g}\frac{d^2f}{dt^2} = P - \frac{3\,EIf}{L^3}$$

$g$ désignant l'intensité de la pesanteur et $t$ le temps.

Dans le cas d'un prisme, supportant une charge uniformément répartie telle que $p$ soit celle de l'unité de longueur, et sollicité à son extrémité par le poids P,

$$EIf = L^3\left(\frac{P}{3} + \frac{pL}{8}\right)$$

**Prismes horizontaux appuyés.** — Prenons le cas d'un prisme horizontal reposant sur deux appuis A et A′ figure 82. Nous supposerons une face verticale P appliquée en O et de plus une charge de $p$ par mètre courant, uniformément répartie. Soient $a$ et $a'$ les distances de P à A et A′. Prenons OP pour axe des $y$ et une perpendiculaire en O pour axe des $x$.

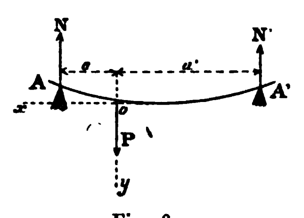


Fig. 82.

Appelons θ l'angle du prisme avec O$x$ en O, η l'ordonnée (qui est la même pour A et A′) du point A.

On a :

$$EI\left(\eta - a \operatorname{tg} \theta\right) = \left[\frac{a'P}{a+a'} + \frac{p(a+a')}{2}\right]\frac{a^2}{2} - \frac{pa^4}{8}$$

$$EI\left(\eta - a' \operatorname{tg} \theta\right) = \left[\frac{aP}{a+a'} + \frac{p(a+a')}{2}\right]\frac{a'^2}{2} - \frac{pa'^4}{8}$$

**En un point quelconque de l'axe AO situé à une distance $x$ de O, on a :**

$$\frac{EI}{\rho} = \left[\frac{a'P}{a+a'} + p\frac{(a+a')}{2}\right]\left(a-x\right) - \frac{p}{2}\left(a-x\right)^2$$

Si $\beta$ désigne la distance d'un point d'une section par rapport au centre de gravité de cette section, l'équarrissage sera donné par l'expression $\Gamma =$ maximum de $\frac{E\beta}{\rho}$.

Lorsque l'on a un prisme reposant sur trois appuis $AA_1A'$ (fig. 83) et sollicité par une charge uniformément répartie,

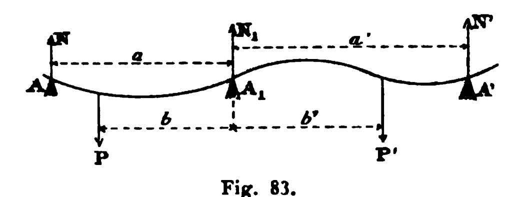



Fig. 83.

$p$ par mètre courant, et par deux forces verticales P et P′, on traite chaque tronçon séparément comme dans le cas précédent. Toutefois on sait que les tangentes en $A_1$ se confondent, et on aura en outre les équations suivantes :

$$Pb + p\frac{a^2}{2} - Na = P'b' + \frac{pa'^2}{2} - N'a'$$

$$N + N_1 + N' = (a + a_1)p + P + P'.$$

que l'on obtient en prenant les moments par rapport à $A_1$ et en projetant les forces suivant la verticale.

**Pièce chargée debout.** — Nous prendrons une pièce ver-

ticale de longueur L (fig. 84) sollicitée par une force Q à son extrémité. $\theta$ étant l'angle que fait avec la verticale la tangente en un point quelconque de la courbe affectée par la pièce déformée, on a :

$$L = \sqrt{\frac{EI}{2Q}} \int_0^{\theta_1} \frac{d\theta}{\sqrt{\cos\theta + \frac{Qf^2}{2EI} - 1}}$$

Fig. 84.

Nous renvoyons aux aide-mémoire dans lesquels se trouvent consignés les éléments de la question aussi bien pour les pièces simplement fléchies que pour les pièces dites *tortillées*. Du reste cette question relève plus de la construction proprement dite que de la construction des machines.

**Formes d'égale résistance.** — Si l'on considère un prisme de section rectangulaire encastré à l'une de ses extrémités de façon à être horizontal, et sollicité à l'autre extrémité par une force P, on peut se demander quelle est la forme la plus avantageuse.

Appelons $a$ le côté horizontal de la section et $h$ le côté vertical.

Si on veut que $a$ reste constant la valeur de $h$ variera avec la distance à la base et la section verticale du prisme sera parabolique.

Si au contraire c'est $h$ que l'on veut maintenir constant, $a$ variera pour chaque section et une coupe horizontale serait triangulaire.

Si l'on fait varier à la fois $h$ et $a$ de façon que le profil reste semblable à lui-même on arrive à obtenir pour les sections ci-dessus deux paraboles

Si le profil de la section est circulaire, au lieu d'être rectangulaire, la poutre devrait avoir la forme d'un paraboloïde de révolution.

**Flexion des pièces courbes.** — Nous conservons toujours nos notations et affecterons de l'indice o les éléments relatifs à la position initiale. Posons $\varphi - \varphi_0 = \delta\varphi$. Pour un point quelconque,

$$\delta\varphi = \frac{1}{EI}\int M dS \qquad x - x_0 = -\int \sin\varphi_0 \, \delta\varphi \, dS \qquad y - y_0 = \int \cos\varphi_0 \, \delta\varphi \, dS$$

Nous reportant à la figure 85, posons

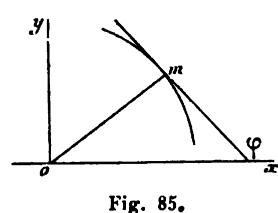



Fig. 85.

$$Om = r = \rho_0 (1 + u)$$

$\rho_0 u$ représentant la dilatation de $\rho_0$, on aura :

$$\frac{d^2(\rho_0 u)}{d\,\overline{(\rho_0\varphi)}^2} + \frac{u}{\rho_0} = \frac{M}{EI}$$

On sait calculer $\delta$ dilatation de la fibre moyenne. La variation $\varphi$ est approximativement

$$\frac{d\,\delta\varphi}{d\varphi} + u = 0$$

La condition d'équarrissage sera :

$$\Gamma = \frac{3}{2\,L\beta^2} \max M.$$

$\beta$ désignant toujours l'éloignement de la fibre extrême.

## II

### ORGANES ESSENTIELS DES MACHINES

**Rivets.** — Les rivets sont d'un usage fréquent dans la construction des machines. Ils se posent à froid (surtout pour les petites dimensions) ou à chaud ce qui est le cas général.

Le rivet est généralement terminé par une calotte sphérique ou conique. Si l'on se reporte à la figure 86, on voit que

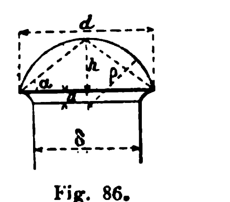



Fig. 86.

Fig. 86 *bis*.

$\delta$ = diamètre de la tige,
$d$ = diamètre de la tête,
$h$ = hauteur de la tête,
$a$ = hauteur du congé raccordant la tige à la tête,
$\rho$ = rayon de la calotte,
$\alpha$ = angle d'une génératrice du cône avec l'horizontale.

On prend souvent :

| TÊTE SPHÉRIQUE | TÊTE CONIQUE |
|---|---|
| $h = 0{,}5\ \delta$ | $h = 0{,}65\ \delta$ à $0{,}8\ \delta$ |
| $d = 1{,}5\ \delta$ | $d = 2\ \delta$ |
| $\rho = \delta$ | $\alpha = 33^\circ$ |
| $a = \frac{1}{8}\ \delta$ | $a = \frac{1}{8}\ \delta$ |
| $L = 1{,}25\ \delta$ | $L = 1{,}8\ \delta$ |

L est la longueur de la tige nécessaire pour former la tête.

Dans le cas d'un rivet à tête noyée (fig. 86 *bis*).

$$h = \frac{1}{3}\ \delta \text{ à } \frac{2}{5}\ \delta \qquad \alpha = 33^\circ$$

$$d = 1{,}6\ \delta \text{ à } 2\delta \qquad L = 0{,}7\ \delta.$$

Voici maintenant quelques renseignements utiles :

$e$ = épaisseur de la tôle,
$\delta$ = diamètre des rivets,
$\lambda$ = longeur de la tige,

D = écartement,
$r$ = recouvrement (simple rivure),
$r'$ = recouvrement (double rivure),
$d$ = diamètre de la tête.

| $e$ | $\delta$ | $\lambda$ | D | $r$ | $r'$ | $d$ |
|---|---|---|---|---|---|---|
| 4 | 8 | 20 | 30 à 36 | 30 | 48 | 11 |
| 6 | 12 | 27 | 36 à 43 | 37 | 61 | 15 |
| 8 | 16 | 36 | 42 à 48 | 47 | 81 | 19 |
| 9 | 18 | 40 | 46 à 52 | 54 | 85 | 21 |
| 10 | 19 | 45 | 48 à 54 | 57 | 87 | 24 |
| 12 | 20 | 55 | 53 à 58 | 59 | 93 | 31 |
| 14 | 22 | 63 | 56 à 63 | 63 | 104 | 34 |
| 16 | 24 | 71 | 65 à 71 | 72 | 126 | 38 |
| 18 | 27 | 78 | 72 à 78 | 78 | 142 | 42 |
| 19 | 28,5 | 82 | 77 à 82 | 82 | 151 | 44 |

Tous ces chiffres expriment des millimètres.

Pour river deux tôles, on calcule le nombre et la section des rivets, abstraction faite du frottement des feuilles métalliques l'une sur l'autre. Toutefois il faut éviter que les rivets ne se *cisaillent*. La condition est : $e < 0{,}735\ \delta$. Posons :

E = coefficient d'élasticité,
$\alpha$ = coefficient de dilatation,
$t$ = excès, sur la température de l'air, de celle à laquelle on a chauffé le rivet pour le mettre en place,
N = résultante des actions mutuelles,
$\tau$ = traction éprouvée par la tige du rivet.

$$N = \frac{E\,\alpha\pi\delta^2 l}{4}\,\frac{1}{1 + \dfrac{1}{\dfrac{d^2}{\delta^2} - 1}}$$

$$\tau = E\alpha t\,\frac{1}{1 + \dfrac{1}{\dfrac{d^2}{\delta^2} - 1}} = 0{,}637\ E\alpha t.$$

On trouve pour

| | |
|---|---|
| $t = 50°$ | $\tau = 8{,}015$ |
| $110°$ | $16{,}030$ |
| $150°$ | $24{,}045$ |
| $200°$ | $32{,}060$ |
| $300°$ | $40{,}075$ |
| $350°$ | $48{,}090$ |

Si $f$ est le coefficient de frottement égal à 0,2 environ, on a pour

| | |
|---|---|
| $t = 200°$ | $f\tau = 6{,}412$ |
| $250°$ | $8{,}015$ |
| $300°$ | $9{,}618$ |

**Boulons.** — Un boulon consiste en une tige filetée terminée à l'une de ses extrémités par une zone élargie. Lorsque l'on enfonce la tige dans les trous où elle doit prendre place, la zone élargie vient se loger contre l'une des parties à assembler, et le serrage s'obtient au moyen d'un écrou que l'on visse sur la partie filetée qui a traversé les trous des plaques à réunir.

Nous prendrons le millimètre pour unité de longeur, et le kilogramme pour unité de poids.

Whitworth engendre le filet de la vis au moyen d'un triangle isoscèle dont l'angle au sommet a 55°. Si $p$ est le pas, la base du triangle est égale à $p$, la hauteur est $0{,}96\ p$. On arrondit l'angle vif sur $\frac{1}{6}$ de cette hauteur. La profondeur du filet se trouve ainsi réduite à $0{,}64p$. Appelons $\xi$ cette profondeur, $\delta$ le diamètre du noyau, et $d$ celui du cylindre enveloppant

$$\xi = 1 + 0{,}08\ d \qquad \delta = 0{,}9\ d - 1{,}3$$

Si P est l'effort à développer dans l'écrou.

$$\delta = 0{,}67\sqrt{P}.$$

Soit D le diamètre du cercle circonscrit à la section droite de l'écrou. On prend souvent D entre $1{,}5\ \delta$ et $2\ \delta$. Quelquefois on adopte

$$D = 7 + 1{,}45\ d \text{ pour un écrou brut}$$
$$D = 5 + 1{,}4\ d \text{ pour un écrou travaillé.}$$

Généralement la hauteur de l'écrou est $d$.

La rondelle de serrage a $\frac{4}{3}$ D pour diamètre et $\frac{D}{10}$ pour épaisseur.

Sellers engendre les filets avec le même triangle que Whitworth ; mais il prend :

$$\xi = 1{,}208\sqrt{d+16} - 4{,}43$$
$$\delta = d - 1{,}57\sqrt{d+16} + 5{,}75$$
$$D = 3{,}17 + 1{,}5\,d$$

Dans le cas d'une vis à filet carré,

$$\xi = 2 + 0{,}09\,\delta \qquad \delta = \frac{10}{9}\sqrt{P}$$

Depuis 1894 des règles ont été formulées par la *Société d'encouragement pour l'Industrie nationale.* Le diamètre $\delta$ est lié au pas $p$ par la formule

$$\delta = \frac{p\,(p+8)}{1{,}3} - 1{,}5$$

$n$ désignant le numéro de classification $p = \frac{n}{2} + 1$ ; par suite :

$$\delta = \frac{n\,(n+20)}{5{,}2} + 5{,}45$$

| $n$ | $p$ | $\delta$ | $n$ | $p$ | $\delta$ |
|---|---|---|---|---|---|
| | mm. | mm. | | mm. | mm. |
| 0 | 1 | 6 | 12 | 7 | 80 |
| 1 | 1,5 | 10 | 13 | 7,5 | 88 |
| 2 | 2 | 14 | 14 | 8 | 96 |
| 3 | 2,5 | 18 | 15 | 8,5 | 106 |
| 4 | 3 | 24 | 16 | 9 | 116 |
| 5 | 3,5 | 30 | 17 | 9,5 | 126 |
| 6 | 4 | 36 | 18 | 10 | 136 |
| 7 | 4,5 | 42 | 19 | 10,5 | 148 |
| 8 | 5 | 48 | 20 | 11 | 160 |
| 9 | 5,5 | 56 | 21 | 11,5 | 172 |
| 10 | 6 | 64 | 22 | 12 | 184 |
| 11 | 6,5 | 72 | 23 | 12,5 | 196 |

**Cylindres.** — Dans une machine à vapeur, en posant :

$e$ = épaisseur du cylindre,

D = son diamètre,

$n$ = pression effective en atmosphères,

on a :

$$e = 0{,}00083\, n\, D$$

pour le minimum de l'épaisseur.

Pour une machine à gaz, il y a lieu de rappeler que la température du métal est susceptible d'augmenter. Or, nous avons vu que la ténacité diminue quand la température s'élève. Si donc on appelle $t^{o}$ la température maxima que peut prendre le cylindre, et si on appelle $\alpha$ le coefficient de réduction de ténacité, il faudra prendre

$$e_1 = 0{,}00083\, \alpha\, n\, D$$

Si l'on désigne par

$e'$ l'épaisseur des rebords du cylindre sur lequel on fixe le fond au moyen de boulons,

$e''$ l'épaisseur de la tête de l'écrou,

$\delta$ son diamètre,

Il faut avoir au minimum

$$e' = 0{,}75\, e_1$$

$$e'' = \frac{3}{8}\, \delta$$

$$e''' = \frac{3}{8}\, \frac{\delta}{k}$$

$e'''$ désignant la base des filets du boulon et $k$ leur nombre.

**Tiges de piston.** — Soient $d$ le diamètre de la tige, et D celui du piston, $l$ la longueur de la course, et $n$ la pression effective maxima. On prend pour une machine à vapeur

$$\frac{d}{D} = 0{,}0573\, \sqrt[4]{n}\, \sqrt{\frac{l}{D}}$$

à cause des chocs inhérents à la machine à gaz, nous conseillons :

$$\frac{d}{D} = 0{,}0573\,\sqrt{2}\,\sqrt[4]{n}\sqrt{\frac{l}{D}} = 0{,}0810\,\sqrt[4]{n}\sqrt{\frac{l}{D}}$$

Si $n$ atteint 25 et si $l = \frac{3}{2}$ D la formule donne $\frac{d}{D} = 0{,}22$,

Si $n$ atteint 25 et si $l =$ D on trouve $\frac{d}{D} = 0{,}18$.

En multipliant la valeur de $\frac{d}{D}$ pour tenir compte des chocs par $\sqrt{2} = 1{,}41$, on augmente de $\frac{4}{10}$ le diamètre de la tige.

Dans une machine à vapeur, $d$ est généralement $\frac{1}{6}$ ou $\frac{1}{7}$ de D, c'est-à-dire $\frac{d}{D} = 0{,}16$.

Avec un bon métal on peut se tenir pour $\frac{d}{D}$ entre 0,18 et 0,20, dans le cas des moteurs à explosion.

**Bielle.** — La bielle qui transmet le mouvement du piston à la manivelle est soumise à des tractions et à des compressions alternatives. La section peut être quelconque ; souvent elle sera circulaire ou rectangulaire mais parfois à nervures.

Pour une bielle rectangulaire dont la section a pour côtés $a$ et $b$, sa longueur étant L et la puissance étant P, comptée en kilogrammes, on aura :

$$b = 2a \qquad \text{et} \qquad a = 0{,}88\sqrt[4]{\frac{L^2P}{M'}}$$

M′ désignant un coefficient qui varie de 750 à 2 500.

Pour une section circulaire de diamètre $d$ on peut poser

$$d = k\sqrt{L\sqrt{P}}$$

$k$ étant un coefficient de sécurité qui peut varier de 0,16 à 0,33.

**Manivelles.** — La manivelle étant l'organe qui, conduit

par la bielle, entraine l'arbre dans un mouvement de rotation, nous poserons :

D = diamètre de l'arbre,
$D_1$ = diamètre de la portée,
$e$ = largeur de la portée,
$r$ = rayon de la manivelle,
$\delta$ = diamètre extérieur du manchon de base,
$h$ = largeur moyenne de la manivelle,
$b$ = épaisseur moyenne de la manivelle,
$\delta'$ = diamètre extérieur du manchon du maneton,
$e'$ = son épaisseur,
$l$ = longueur du maneton,
$d$ = diamètre du maneton,
$d'$ = diamètre de sa partie encastrée,
P = effort en kilogrammes,
R = charge à laquelle travaille le métal (4 à 5 kg. par mm² pour le fer, 8 à 9 kg. pour l'acier).

$$d = \sqrt{\frac{16lP}{\pi Rd}} = 2,26\sqrt{\frac{Pl}{Rd}}.$$

$$\text{de } h = 3b \text{ à } h = 4b$$

$$b = \left(\text{de } 0,874 \text{ à } 0,721\right)\sqrt[3]{\frac{Pr}{R}}$$

On fait souvent $D = D_1$, $d' = 1,05\ d$ quand la bielle frotte contre la manivelle ; autrement $d' = 1,14\ d + 6$.

$$\frac{\delta}{D_1} = \frac{\delta'}{d'} = 1,8 \text{ à } 2,2.$$

$$\frac{e}{D_1} = \frac{e'}{d'} = 1,2.$$

Ces relations sont celles que l'on a coutume d'utiliser dans la construction des machines à vapeur. Mais elles s'appliquent fort bien aux machines à gaz.

Nous renvoyons pour plus de détails aux aide-mémoire spéciaux.

**Arbres coudés**. — Les éléments principaux sont reliés par les relations suivantes :

Soient :

$d$ = diamètre de l'arbre dans les paliers, en centimètres,

$d'$ = diamètre du maneton en centimètres,

$e$ = distance de deux plans perpendiculaires l'un au milieu de la partie coudée, l'autre au milieu d'un palier, en centimètres,

$r$ = rayon de la manivelle en centimètres.

Grashof donne :

$$d' = 0,230 \sqrt[3]{Pe.} \quad \text{et} \quad \frac{d}{d'} = \sqrt[3]{\frac{3e + 5\sqrt{e^2 + 4r^2}}{8e}}.$$

P désignant toujours l'effort en kilogrammes.

| | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|
| Lorsque $\frac{n}{e}$ = | | 0,4, | on trouve $\frac{d}{d'}$ = | | 1,055 |
| — | — | 0,6, | — | — | 1,105 |
| — | — | 0,8, | — | — | 1,158 |
| — | — | 1,00, | — | — | 1,210 |

**Arbres de machine**. — Toute force agissant sur un arbre peut être décomposée en trois composantes : l'une parallèle à l'axe, l'autre perpendiculaire à l'axe, la troisième perpendiculaire aux deux premières. La première de ces composantes est reçue par les coussinets ou par les pivots. La deuxième crée un moment fléchissant. La troisième donne naissance à un moment de torsion.

Dans le cas d'un piston agissant sur une manivelle il y a lieu de considérer la flexion et la torsion. Nous appellerons M le moment de flexion et $Pr$ le moment de torsion. Si nous appelons $\mu$ un moment idéal défini par la relation $\mu = \frac{3}{8} M + \frac{5}{8} \sqrt{\mu^2 + (Pr)^2}$ on pourra calculer le diamètre de l'arbre comme s'il était soumis au seul moment fléchissant $\mu$.

Comme approximation, si $M > Pr$ on prend

$$\mu = 0,975\ M + 0,25\ Pr.$$

si $M < Pr$ on prend $\mu = 0,625\ M + 0,60\ Pr$.

Le diamètre de l'arbre est donné par la formule

$$d = \sqrt[3]{\frac{10,18}{R}\mu}.$$

R étant toujours la charge à laquelle travaille l'unité de surface.

Dans le cas d'une manivelle de rayon $r$, en désignant par $e$ la distance des plans normaux passant par le milieu du maneton et le milieu du tourillon,

$$\mu = P\,\frac{3e + 5\sqrt{e^2 + r^2}}{8}.$$

Supposons qu'un axe AB, reposant sur des tourillons AA′, BB′, soit soumis à des efforts P et Q appliqués normalement à l'axe en C et D et représentés par les quantités $m$ et $n$. Soient N et N′ les réactions aux tourillons que nous considérons comme s'exerçant en leurs milieux (fig. 87).

Sur $af$ perpendiculaire à AB, par le milieu de AA′, prenons $ab = m$ et $bf = n$. Joignons un pôle quelconque O à $a$, $b$ et $f$. La perpendiculaire CP coupe $a$O en $c$. Menons $cd$ parallèle à O$b$. $d$ est l'intersection avec DQ. Menons $dg$ parallèle à $f$O ; $g$ est l'intersection avec la perpendiculaire au milieu de BB′. Menons $ag$ et O$e$ parallèle à $ag$.

$ae = N$ et $ef = N'$.

Prenons un point M quelconque et menons M$m$ perpendiculaire à AB coupant $ag$ et $cd$ en $m$ et $m'$. Menons O$p$ perpendiculaire à $af$.

$mm' \times Op =$ moment fléchissant dans la section en M.

Si $Op = 1$, $mm'$ mesure le moment en question.

On démontre que, pour une section donnée, un arbre carré

résiste mieux à la torsion qu'un arbre circulaire; toutefois la fatigue est plus grande. Pour les transmissions, on

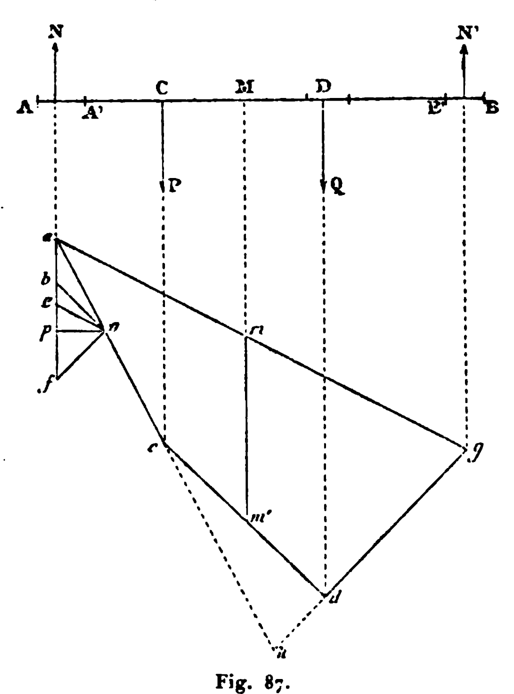



Fig. 87.

emploie aussi des arbres creux. Soient $\rho'$ et $\rho''$ les rayons de l'anneau.

Dans le cas où le plein du métal est égal au vide :

$$\rho' = \rho'' \sqrt{2}.$$

Si P est la force appliquée tendant à produire la torsion, $p$ son bras de levier et $\rho$ le rayon d'un arbre plein, on prend souvent pour un arbre de couche :

$$\rho = 2{,}063 \sqrt[4]{Pp} \quad \text{ou} \quad \rho = 0{,}67 \sqrt[3]{Pp}.$$

suivant que le rayon est supérieur ou inférieur à $0^{m},06$.

**Tourillons**. — Nous désignerons par $\rho$ le rayon du tourillon,

P la résultante des forces qui tendent à produire le cisaillement. On aura :

$$\rho = \sqrt{\frac{5P}{4\pi R}}.$$

R ayant toujours la même signification.

Soit $\lambda$ la longueur du tourillon.

Pour la fonte

$$\frac{\lambda}{2\rho} = \frac{4}{3} \text{ et on prend } \rho = 0{,}75\sqrt{P}$$

Pour le fer

$$\frac{\lambda}{2\rho} = \frac{3}{2} \text{ et on prend } \rho = 0{,}562\sqrt{P}$$

Pour l'acier

$$\frac{\lambda}{2\rho} = 1{,}78 \text{ et on prend } \rho = 0{,}48\sqrt{P}$$

Ces formules sont bonnes tant que la vitesse de rotation ne dépasse pas 150 tours par minute. Au delà désignons par $n$ le nombre de révolutions à la minute; $\frac{\lambda}{2\rho}$ reste compris entre $0{,}12\sqrt{n}$ et $0{,}15\sqrt{n}$.

Le rayon reste compris entre

$$0{,}16\sqrt[4]{nP^2} \text{ et } 0{,}14\sqrt[4]{nP^2}.$$

Pour des tourillons devant beaucoup fatiguer, on peut prendre les formules suivantes :

| DÉSIGNATION DU MÉTAL | $n < 100$ | $n > 100$ |
|---|---|---|
| Fonte . . . . . . . . . . . . | $\rho = 1{,}16\sqrt{P}$ | $\rho = 0{,}09\sqrt{nP}$ |
| Fer. . . . . . . . . . . . . . | $0{,}93\sqrt{P}$ | $0{,}08\sqrt{nP}$ |
| Acier. . . . . . . . . . . . . | $0{,}70\sqrt{P}$ | $0{,}07\sqrt{nP}$ |

**Pivots.** — En désignant par P la charge en kilogrammes

et $\rho$ le rayon en millimètres, on prend $\rho = 0,93\sqrt{P}$ ; si le nombre de tours à la minute est $n$ on prend encore $\rho = 0,0008\sqrt{nP}$.

En désignant par $\lambda$ la longueur du pivot en millimètres on peut dresser le tableau suivant lorsque $n < 150$.

| $2\rho$ | $\lambda$ | P | $2\rho$ | $\lambda$ | P |
|---|---|---|---|---|---|
| 30 | 40 | 260 | 120 | 160 | 4 180 |
| 40 | 50 | 460 | 130 | 170 | 4 900 |
| 50 | 65 | 725 | 140 | 180 | 5 680 |
| 60 | 80 | 1 040 | 150 | 195 | 6 520 |
| 70 | 90 | 1 420 | 160 | 210 | 7 420 |
| 80 | 105 | 1 860 | 170 | 220 | 8 380 |
| 90 | 120 | 2 350 | 180 | 235 | 9 400 |
| 100 | 130 | 2 900 | 190 | 250 | 10 470 |
| 110 | 145 | 3 510 | 200 | 260 | 11 600 |

**Organes divers.** — Nous ne mentionnons que pour mémoire les organes divers que comportent les moteurs, tels que chambres de compression, têtes de bielles, soupapes, pistons, etc., etc. Nous ne pouvons nous étendre indéfiniment sur ce sujet, qui se trouve traité tout au long dans les ouvrages spéciaux relatifs à la construction.

Nous nous bornerons à faire remarquer que, dans la plupart des cas, la tige du piston ne se meut pas suivant une glissière. C'est le piston lui-même, auquel on donne des dimensions suffisantes, qui forme glissière dans le cylindre. Il y a donc lieu non seulement de s'assurer de l'étanchéité du garnissage, mais encore de se préoccuper de la nature du métal elle-même.

Un garnissage trop tendu s'userait trop vite. Un métal trop dur roderait rapidement le cylindre. En général, il y a intérêt à employer des segments en fonte.

Les moteurs verticaux présentent l'avantage d'une meilleure répartition de l'usure, mais dans les voitures auto-

mobiles leur emploi présente parfois des inconvénients.

Avec un moteur horizontal, il serait possible de garnir le cylindre d'une chemise intérieure, en contact direct avec le piston et à laquelle, durant les haltes, on pourrait de temps en temps imprimer un mouvement de rotation autour de son axe. De cette façon, on ne laisserait pas toujours la même génératrice à la partie inférieure, et on pourrait éviter l'ovalisation en répartissant l'usure d'une façon plus régulière. La même précaution pourrait être prise pour la garniture du piston

Il est évident que ce travail ne devrait se faire qu'au moment des nettoyages complets de la machine, car il demanderait un certain temps. Du reste, il n'aurait pas besoin d'être répété très fréquemment.

Bien que l'étude de l'allumage fasse partie intégrante de celle de la marche des moteurs à explosion, on ne peut guère considérer les organes d'allumage comme rentrant dans la catégorie de ceux que l'on groupe généralement sous le nom d'*organes des machines ;* aussi en renvoyons-nous l'examen au dernier paragraphe de ce chapitre.

## III

### DES TRANSMISSIONS ET DES VARIATIONS DE RÉGIME

**Généralités.** — Étant donné que le mouvement est communiqué à l'arbre moteur, il s'agit maintenant de l'utiliser de façon à faire tourner un autre axe, ce qui nécessite une transmission.

Si l'axe que l'on doit actionner est parallèle à l'arbre moteur, on pourra agir soit au moyen d'engrenages cylindriques, soit au moyen de chaînes, soit au moyen de courroies.

Si les axes sont concourants, les engrenages coniques peuvent être utilisés.

Si les axes ne sont ni concourants ni parallèles, on pourra les relier par un arbre intermédiaire les rencontrant tous les deux, et à chaque jonction l'emploi d'un engrenage conique constituera une bonne solution.

Enfin, dans certains cas particuliers, d'autres dispositifs sont de mise, tels que les plateaux de friction, le joint hollandais, etc.

Nous examinerons quelques-unes des transmissions employées.

**Engrenage cylindrique.** — Lorsqu'il s'agit de communiquer le mouvement de rotation dont est animé un axe à un arbre parallèle, on peut employer l'engrenage cylindrique qui se compose essentiellement de deux disques calés sur chaque arbre, et munis sur leur périphérie de *dents* qui *engrènent* les unes avec les autres. Il en résulte qu'un de ces disques, en tournant, agit par ses dents sur les dents de l'autre disque dont il détermine la rotation.

La *roue menante* est celle qui transmet le mouvement. L'autre reçoit le nom de *roue menée*. La plus petite roue s'appelle le *pignon*.

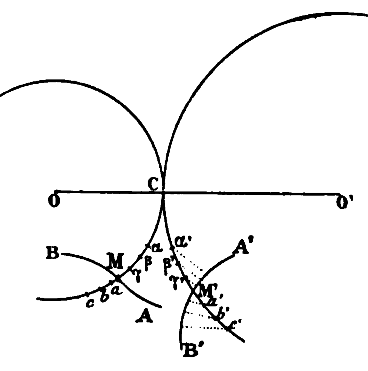


Fig. 88.

Le profil d'une dent en est la section transversale.

On appelle *circonférences primitives* deux circonférences tangentes, de même centre que les arbres, de rayons $r$ et $r'$ satisfaisant à la relation $\omega r = \omega' r'$, $\omega$ et $\omega'$ étant les vitesses angulaires respectives.

Soient OC et O'C les circonférences primitives (fig. 88), puis A'B' le profil d'une dent. Il s'agit d'en déduire le profil de la dent correspondante pour l'autre roue. Considérons

l'intersection M′ de la circonférence O′C et du profil A′B′, puis, sur la circonférence primitive, prenons de part et d'autre de M′ les points équidistants $a'$, $b'$, $c'$... $\gamma'$, $\beta'$, $\alpha'$... De ces points abaissons des normales sur A′B′. Sur l'autre circonférence on prend les points $\alpha$, $\beta$, $\gamma$... $a$, $b$, $c$... correspondant à $a'b'c'$... $\gamma'\beta'\alpha'$... lorsque les circonférences roulent l'une sur l'autre autour de O et O′, $\alpha$, $\beta$, $\gamma$... viendraient en contact successivement avec $\alpha'$, $\beta'$, $\gamma'$...

Des points $\alpha$, $\beta$, $\gamma$... $a$, $b$, $c$... comme centres avec des rayons égaux aux normales menées par les points correspondants $\alpha'$, $\beta'$, $\gamma'$... menons des circonférences. Leur enveloppe sera le profil cherché AB.

*Dans un engrenage cylindrique, le profil des dents de l'une des roues est l'enveloppe des positions que prend le profil des dents de l'autre roue lorsque sa circonférence primitive roule sur celle de la première.*

On pourrait, en principe, prendre, pour les profils, des courbes quelconques ; mais dans la pratique on utilise des courbes cycloïdales ou des développantes de cercle. Quelquefois on se borne à des arcs de cercle, mais cette solution ne répond pas rigoureusement aux exigences du problème.

On appelle *flanc* de la dent la partie intérieure à la circonférence primitive, et *face* la partie qui lui est extérieure. Le *pas* est la partie de la circonférence primitive comprise entre les milieux de deux dents consécutives, tandis que le *creux* est la portion de la circonférence primitive comprise entre deux dents. La *base* ou épaisseur d'une dent est également mesurée sur la circonférence primitive. Sa *hauteur* est égale à la saillie totale.

Les dents doivent être symétriques par rapport à un rayon médian, égales et équidistantes. Elles doivent présenter des surfaces convexes. De plus, pour éviter l'acuité des extrémités, on les limite par un cylindre ayant pour base une circonférence concentrique à la circonférence primitive

(chanfreinement). Dans cette limitation, on s'arrête néanmoins pour avoir toujours *deux dents consécutives* en prise.

Appelons $a$ le pas ;

$i$, le creux ou intervalle ;

$e$, la base.

on a $$a = e + i.$$

Mais on donne généralement un jeu de $\frac{1}{n}$ du pas.

$$i = e + \frac{a}{n}.$$

et on a $$e = \frac{a}{2}\left(1 - \frac{1}{n}\right) \text{ et } i = \frac{a}{2}\left(1 + \frac{1}{n}\right).$$

Généralement $e = 0,475a$, $i = 0,525a$.

Le jeu varie de $\frac{a}{20}$ à $\frac{a}{30}$ suivant le fini de la construction.

Dans l'*engrenage à flancs rectilignes* (fig. 89), les flancs

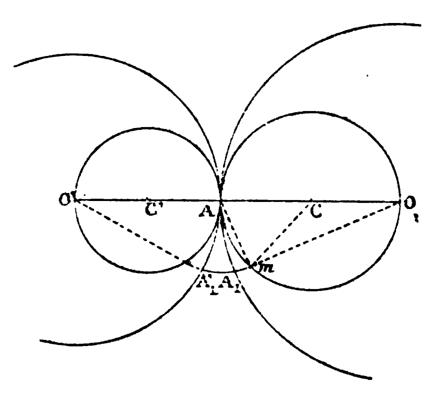



Fig. 89.

sont formés par les rayons de la circonférence primitive $A_1m$. Le lieu des points $m$ est l'épicycloïde engendrée par la circonférence décrite sur AO comme diamètre, et roulant sur O'.

Si l'un des centres s'en va à l'infini, l'une des circonférences

primitives devient une droite, et l'engrenage est dit *à crémaillère*.

Dans l'*engrenage à développante de cercle*, le point de contact $m$ et le point A (fig. 90) se trouvent sur la tangente

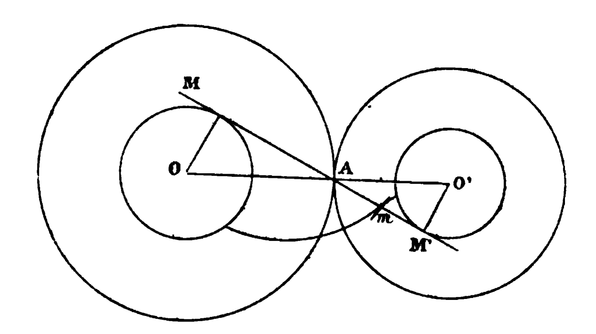



Fig. 90.

commune aux cercles OM et O'M'. Les profils sont des développantes des cercles OM et O'M'. Pour éviter que les dents ne soient trop affaiblies à leurs extrémités par suite du rapprochement des courbes, on donne à la normale commune au point de contact, une grande inclinaison sur la ligne des centres, généralement 75°.

L'*engrenage à lanterne* se compose d'un pignon formé de deux plateaux circulaires réunis, près de leurs circonférences, par des fuseaux cylindriques.

L'enveloppe des profils est une double courbe parallèle à l'épicycloïde.

Revenant au cas général, soient D le diamètre de la circonférence primitive, et $a$ le pas. Posons, en désignant par N le nombre de dents :

$$x = \text{cosec} \frac{\pi}{N}.$$

on a la relation :

$$D = ax.$$

La table suivante donne les valeurs de $x$ correspondant aux variations de N.

| N | $x$ | N | $x$ | N | $x$ |
|---|---|---|---|---|---|
| 8 | 2,6131 | 22 | 7,0268 | 60 | 19,1073 |
| 9 | 2,9238 | 24 | 7,6612 | 65 | 20,7050 |
| 10 | 3,2360 | 26 | 8,2959 | 70 | 22,2873 |
| 11 | 3,5495 | 28 | 8,9318 | 75 | 23,8802 |
| 12 | 3,8637 | 30 | 9,5667 | 80 | 25,4713 |
| 13 | 4,1789 | 32 | 10,2023 | 85 | 27,0645 |
| 14 | 4,4941 | 34 | 10,8396 | 90 | 28,6537 |
| 15 | 4,8097 | 36 | 11,4737 | 95 | 30,2680 |
| 16 | 5,1258 | 38 | 12,1100 | 100 | 31,8362 |
| 17 | 5,4421 | 40 | 12,7454 | 120 | 38,2015 |
| 18 | 5,7587 | 45 | 14,3355 | 150 | 47,7491 |
| 19 | 6,0757 | 50 | 15,9259 | 180 | 57,2986 |
| 20 | 6,3924 | 55 | 17,5134 | | |

Considérons un engrenage extérieur à flancs rectilignes et appelons $n$ et $n'$ le nombre de dents des deux roues de rayons R et R′. Posons, en admettant R < R′ :

$$\mu = \frac{R}{R'} = \frac{n}{n'} \quad \text{et} \quad \varphi = \frac{2\pi}{n}$$

Le pas est :

$$a = \frac{2\pi R}{n} = \frac{2\pi R'}{n'}$$

Si la roue conduit le pignon, il faut satisfaire à l'inégalité

$$\frac{\mu \sin 2\varphi}{2 + \mu - 2\mu \cos 2\varphi} \geq \operatorname{tg}\left(\frac{3}{8}\mu \times 2\varphi\right).$$

le minimum de $n$ est $n = \frac{180^\circ}{\varphi}$.

Si, comme cas limite, on transforme l'inégalité en égalité, on trouve :

Pour $\mu = 0$ $\quad \varphi = 37^\circ 00$ $\quad$ d'où $n = 10$

Pour $\mu = \frac{1}{5}$ $\quad \varphi = 33^\circ 5$ $\quad$ d'où $n = 11$

| | | |
|---|---|---|
| Pour $\mu = \frac{2}{5}$ | $\varphi = 30°5$ | d'où $n = 12$ |
| Pour $\mu = \frac{3}{5}$ | $\varphi = 28°5$ | d'où $n = 13$ |
| Pour $\mu = \frac{4}{5}$ | $\varphi = 26°4$ | d'où $n = 14$ |
| Pour $\mu = 1$ | $\varphi = 23°6$ | d'où $n = 15$ |

M. Résal donne la formule $n = 10 + 5\,\mu$.

Savary est arrivé à $n = 10\,(1 + \mu)$.

Pour un engrenage à développante de cercle, la condition est :

$$\frac{\mu\varphi\,(1 + \cos 2\varphi)}{2 + \mu\varphi \sin 2\varphi} \geq \operatorname{tg} \frac{3}{4}\,\varphi$$

On arrive aux résultats suivants, en admettant l'équation ci-dessus :

| | | |
|---|---|---|
| Pour $\mu = 0$ | $\varphi = 30°$ | $n = 12$ |
| $\mu = \frac{1}{5}$ | $\varphi = 28°$ | $n = 12$ |
| $\mu = \frac{2}{5}$ | $\varphi = 26°,5$ | $n = 14$ |
| $\mu = \frac{3}{5}$ | $\varphi = 25°$ | $n = 15$ |
| $\mu = \frac{4}{5}$ | $\varphi = 23°,5$ | $n = 16$ |
| $\mu = 1$ | $\varphi = 22°,5$ | $n = 16$ |

M. Résal donne : $n = 12 + 5\,\mu$.

Savary arrive à : $n = 16 + 2\,\mu$.

Pour construire les engrenages de façon à éviter la rupture des dents, il faut tenir compte des efforts auxquels elles seront soumises, de façon à leur donner un équarrissage suffisant.

Posons $e$ = base d'une dent;

$e'$ = dimension parallèle donnée par le chanfreinement;

$h$ = hauteur de la dent;

$b$ = longueur de la dent;

F = force maxima appliquée à l'extrémité de la dent.

Il faut :
$$b > \frac{Fh}{e^2 \overline{10}^6}$$

Pour éviter le cisaillement on prendra
$$b > \frac{F}{4e' \overline{10}^6}$$

Si F′ désigne la force transmise, et $c$ la portion de rayon interceptée par la jante, on prend
$$c > \frac{F}{6b \overline{10}^6}$$

Si un train d'engrenages est composé de $n$ axes engrenants, de vitesses angulaires $\omega_1$, $\omega_2$... $\omega_n$, chaque élément du train comporte une roue et un pignon. En désignant par $R_1$ $R_2$... $R_n$ les rayons des roues menantes, et $r_1$ $r_2$... $r_n$ les rayons des roues menées, on devra avoir :
$$\frac{\omega_n}{\omega_1} = \frac{R_1 R_2 \ldots\ldots R_n}{r_1 r_2 \ldots\ldots r_n}$$

**Engrenage conique.** — L'engrenage conique est destiné à transmettre à un axe la vitesse de rotation dont est animé un autre axe qui le rencontre. A la notion des circonférences primitives est substituée celle des cônes primitifs qui sont des cônes de révolution ayant pour axes les axes concourants et qui, en roulant l'un sur l'autre, réaliseraient les conditions du problème.

Si $\omega$ et $\omega'$ désignent les vitesses angulaires, et si $\alpha$ et $\alpha'$ désignent les demi-angles au sommet correspondants, on doit avoir :
$$\frac{\omega}{\omega'} = \frac{\sin \alpha'}{\sin \alpha}$$

Pour tracer les engrenages coniques, on se sert des méthodes que nous avons indiquées pour les engrenages

cylindriques. On considère pour cela le développement des cônes complémentaires.

Nous renvoyons le lecteur au *Traité de Mécanique* et au *Traité de Cinématique pure* de M. H. Résal.

**Joint universel.** — Lorsque l'on se trouve en présence de deux axes concourants dont l'angle doit varier, pour communiquer la rotation du premier au second on emploie le joint universel. Les arbres sont terminés chacun par une fourche dans laquelle s'encastre la branche d'un croisillon reliant les deux éléments qui deviennent ainsi solidaires. Les branches du croisillon sont rectangulaires, et son centre coïncide avec le point de concours des deux axes.

Par l'axe de figure de chaque croisillon on peut mener un plan perpendiculaire à l'axe de rotation. Soit (fig. 91)

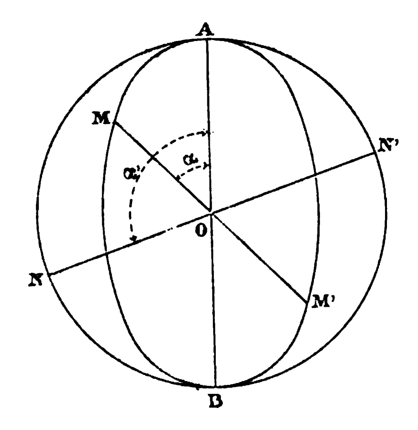



Fig. 91.

AB l'intersection des deux plans ainsi obtenus, et désignons par A l'angle aigu qu'ils font entre eux. O est le centre du croisillon et OM et ON figurent deux positions quelconques simultanées des croisillons. Nous désignerons par $\alpha$ et $\alpha'$ les angles de OM et de ON avec AB.

Si $\omega$ et $\omega'$ désignent les vitesses angulaires de OM et de

ON, on a :

$$\operatorname{tg} \alpha = -\frac{1}{\cos A} \operatorname{cotg} x'$$

$$\frac{\omega}{\omega'} = \frac{1}{\cos A} \frac{\cos^2 \alpha}{\sin^2 x'}$$

$$\frac{\omega}{\omega'} = \frac{1}{\cos A} \left(1 - \sin^2 \alpha \sin^2 A\right)$$

La transformation est d'autant meilleure que A est plus petit. Quand $A = \frac{\pi}{2}$ (les axes sont alors à angle droit), la transformation est impossible.

**Vis sans fin.** — Lorsque l'on a à transmettre la rotation d'un axe à un arbre perpendiculaire, non situé dans le même plan, on peut employer la *vis sans fin*. Un manchon monté sur le premier axe porte une hélice continue dont les spires à filets rectangulaires engrènent avec les dents d'une roue montée sur l'autre axe, et en détermine ainsi le mouvement.

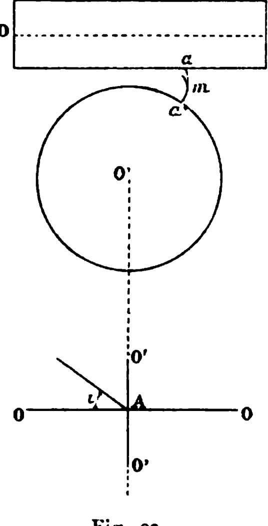


Fig. 92.

La figure 92 montre la vis sans fin en OO, et la roue menée a pour centre le point O'. Posons :

$\rho$ = le rayon du noyau de la vis,

$i$ = l'inclinaison de l'hélice sur l'axe,

$z$ = distance d'un point $a$ de l'hélice à une section droite définie, dans le manchon,

$\alpha$ = angle du plan comprenant le point $a$ et l'axe OO avec le plan mené par OO et le point intersection de l'hélice avec la section droite originelle,

$p$ = pas de l'hélice.

On sait que :

$$z = \alpha\rho \operatorname{cotg} i = \frac{p}{2\pi}\alpha$$

Considérons la roue comme réduite à son plan moyen qui passera par OO et soit *ma'* la section de la dent en contact par ce plan, la section correspondante de la surface hélicoïdale étant *ma*.

Pour que le rapport des vitesses angulaires soit constant, le profil des dents doit être tracé suivant la développante de la circonférence primitive de la roue.

« Dans la réalité, les dents sont des cylindres dont les « génératrices font avec l'axe OO' l'angle $\frac{\pi}{2} - i$. Le contact « entre la vis et une dent n'a lieu rigoureusement dans le « plan moyen qu'au point A, situé dans le plan mené par OO, « perpendiculairement à OO'. La vis sans fin n'est donc pas « un engrenage mathématiquement exact; mais elle donne « une approximation d'autant plus grande que l'étendue du « contact, à partir de A, est plus petite. » (H. Résal.)

**Transmission par courroies.** — Nous avons assez longuement parlé des courroies au chapitre précédent, pour ne pas revenir sur la théorie que nous avons présentée. Voici quelques résultats empruntés à Leloutre (*les Transmissions par courroies*).

N = nombre de chevaux à transmettre.
P = effort tangentiel en kilogrammes.
R et R' = les rayons des poulies.
$v$ = vitesse de la courroie en mètres par secondes.
$n$ = nombre de tours.
$b$ = largeur de la courroie en millimètres.
$\delta$ = épaisseur en millimètres.
$\Gamma$ = tension pratique par millimètre carré.
$f$ = coefficient de frottement.

$\varphi$ = arc de contact sur la plus petite partie.
$T_1$ = tension du brin conducteur.
$T_2$ = tension du brin conduit.
$e$ = base des logarithmes népériens.

$$P = T_1 - T_2 = \frac{75.N}{v} = 716200 \frac{n\Gamma}{N}.$$

$$\frac{T_1}{T_2} = e^{f\varphi} \qquad T_2 = \frac{P}{e^{f\varphi} - 1}$$

L'effort maximum est :

$$T_1 = P \frac{e^{f\varphi}}{e^{f\varphi} - 1}$$

L'effort qui tend à rapprocher les arbres est :

$$T_1 + T_2 = P \frac{e^{f\varphi} + 1}{e^{f\varphi} - 1}$$

La tension commune aux deux brins, au repos, est :

$$\frac{T_1 + T_2}{2} = \frac{P}{2} \frac{e^{f\varphi} + 1}{e^{f\varphi} - 1}$$

En général, on fait travailler les courroies (cuir ou caoutchouc) à $0^{kg},4$ par millimètre carré.

Puisque $T_1 = T_2 e^{f\varphi}$, en passant aux logarithmes vulgaires on a :

$$\log \frac{T_1}{T_2} = 0,434 f\varphi$$

$\varphi$ étant exprimé en mesures circulaires naturelles. Si $\varphi$ est exprimé en degrés

$$\log \frac{T_1}{T_2} = 0,007578 f\varphi.$$

Si $\varphi$ est exprimé en fraction de la circonférence.

$$\log \frac{T_1}{T_2} = 2,729 f\varphi.$$

Si les poulies sont égales

$$\varphi = \pi \quad \text{et} \quad \frac{T_1}{T_2} = \frac{5}{3} = 1,66$$

pour les courroies neuves,
et $\frac{T_1}{T_2} = 1,90$ pour les vielles courroies.

En supposant que la densité du cuir soit égale à 1, la force centrifuge développe une tension

$$t = 0,000102\ b\delta v^2$$

par mm² la tension est $\frac{t}{b\delta}$ c'est-à-dire $0,000102\ v^2$.

La tension par mm² est $\frac{T_1}{b\delta}$ et la tension utile a pour valeur

$$\frac{T'_1}{b\delta} = \Gamma - \frac{t}{b\delta}.$$

Les aide-mémoire donnent la valeur de $\frac{t}{b\delta}$ qui varie de 0,003 à 0,220 suivant la nature de la matière, et suivant que la vitesse $v$ passe de 5 m. à 30 m.

La largeur de la courroie est donnée par la formule

$$b = \frac{T_1 + t}{\delta T}.$$

| VALEUR DE $\varphi$ | | | VALEUR DE $\frac{T_1}{T_2} = e^{f\varphi}$ | | VALEUR DE $\frac{T_1}{P}$ | |
|---|---|---|---|---|---|---|
| En degrés | En mesures circulaires. | En fractions de la circonférence. | Courroies ordinaires, jantes en fonte. | Corde en chanvre sur bois brut. | $f = 0,09$ | $f = 0,2$ |
| 72 | 1,26 | 0,2 | 1,29 | 1,87 | 9,33 | 4,45 |
| 108 | 1,88 | 0,3 | 1,34 | 2,57 | 6,26 | 3,17 |
| 144 | 2,52 | 0,4 | 1,48 | 3,51 | 5,00 | 2,54 |
| 180 | 3,14 | 0,5 | 1,63 | 4,81 | 4,03 | 2,15 |
| 216 | 3,76 | 0,6 | 1,79 | 6,59 | 3,50 | 1,88 |
| 252 | 4,40 | 0,7 | 1,98 | 9,00 | 3,04 | 1,71 |
| 288 | 5,04 | 0,8 | 2,18 | 12,34 | 2,75 | 1,58 |
| 324 | 5,64 | 0,9 | 2,40 | 16,90 | 2,52 | 1,48 |
| 360 | 6,28 | 1,0 | 2,65 | 23,14 | 2,32 | 1,40 |

Le travail transmis est :

$$\mathcal{T} = \left(T_1 - T_2\right) v = Pv = b\delta\Gamma v \left(1 - \frac{1}{e^{f\varphi}}\right)$$

En chevaux

$$\mathcal{T} = \frac{Pv}{75} = \frac{b\delta\Gamma v}{75}\left(1 - \frac{1}{e^{f\varphi}}\right)$$

Outre ces courroies on pourrait employer des câbles métalliques ou des cordes en chanvre; mais nous ne pouvons entrer dans ces considérations sans sortir du cadre que nous nous sommes tracé. Il y aura lieu de consulter à cet égard les ouvrages spéciaux.

**Volants.** — Les variations de la puissance et de la résistance pourraient entraîner, dans une machine, des variations de vitesse qu'il importe d'éviter. Pour obvier aux inconvénients que pourraient engendrer des ruptures de régime, on ajoute, à l'ensemble des organes, des volants, comportant essentiellement une masse pesante, régulièrement répartie et participant au mouvement de rotation. Si une augmentation de la résistance vient à se faire sentir, ou si l'énergie motrice vient à diminuer, le volant tend à restituer une certaine quantité de force vive, ce qui diminue le ralentissement du moteur. Si au contraire la force motrice augmente, ou si les résistances s'amoindrissent, l'excès de force disponible doit augmenter la vitesse du volant, ce qui empêchera ou du moins retardera l'augmentation de vitesse du piston.

Pour arriver à donner au volant un moment d'inertie déterminé, sans en augmenter le poids outre mesure, on a été conduit à disposer sa masse aussi loin que possible de l'axe de rotation, et l'on a choisi la forme d'une couronne pesante, maintenue sur l'axe par des bras relativement peu importants. Cet organe se fixe généralement sur l'arbre dont la rotation est la plus rapide.

Si l'on pose :

$\Omega$ = vitesse angulaire moyenne de l'arbre sur lequel est monté le volant,

$\frac{\Omega}{n}$ = écart maximum des vitesses angulaires,

I = moment d'inertie de la jante du volant,

$\mathcal{T}$ = travail des forces extérieures dont $\mathcal{T}_2$ est le maximum et $\mathcal{T}_1$ le minimum,

on a, en négligeant l'inertie des pièces oscillantes :

$$\mathcal{T}_2 - \mathcal{T}_1 = \frac{I\Omega^2}{n}$$

Désignons par $a$ la longueur d'un des bras du volant dont le rayon moyen est $\rho$ et dont l'épaisseur suivant le rayon est $e$

$$\Omega = \frac{2n\pi}{60}$$

et il faut :

$$a = 0{,}00000684\, n^2 \rho^2 e$$

Si nous appelons :

$l$, la dimension perpendiculaire,

$p$, le poids spécifique de la fonte,

$\rho'$ et $\rho''$ les rayons extrêmes,

nous poserons comme condition limite :

$$2l\left(\rho' - \rho''\right)\Gamma = \frac{pn^2 l\,(\rho'^3 - \rho''^3)}{1\,350}$$

ou

$$\Gamma = \frac{pn^2}{2\,700}\left(3\rho^2 + \frac{e^2}{4}\right)$$

$\Gamma$ représentant toujours la charge de travail.

**Des régulateurs**. — Il peut arriver qu'une machine étant établie pour produire un travail moyen déterminé, les résis-

tances viennent à varier. Il importe alors de modifier le travail du moteur, et c'est dans ce but que sont établis les régulateurs, dont la fonction est bien distincte de celle des volants.

En effet, les volants ont pour but de régulariser le travail du moteur, dans le cas où des oscillations se produisent autour d'un régime moyen déterminé, tandis que les régulateurs ont pour but de faire varier le régime du moteur pour l'adapter à un nouveau système de résistances.

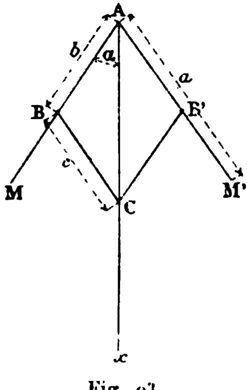


Fig. 93.

Le principe sur lequel presque tous les régulateurs sont basés est le suivant :

La résistance venant à varier, la vitesse du moteur varie si la puissance ne varie pas. Cette variation de vitesse détermine le déplacement de certains organes dits *régulateurs*, et ces déplacements permettent de régler la *distribution*.

L'idée du régulateur remonte à Watt qui adopta le dispositif suivant (fig. 93). Deux boules pesantes placées en M et M' sont supportées par deux tiges AM, AM' lesquelles sont fixées à deux tiges CB, CB' articulées en B et B'. De plus, en C, ces tiges sont montées sur un collier fou sur l'axe A$x$.

Lorsque A$x$ tourne, les boules M,M' sont entraînées dans la rotation. Si la vitesse vient à varier, elles s'éloignent ou se rapprochent de A$x$ et déterminent des mouvements du collier C suivant la verticale. Les déplacements de C servent à régler la distribution.

Posons $a = AM' = AM$

$b = AB = AB'$

$c = BC = B'C$

Posons $\alpha = \widehat{MAC} = \widehat{M'AC}$ angle dont $\alpha_0$ sera la valeur initiale,

$p$ = effort constant que l'on doit vaincre pour déplacer le collier C,

P = le poids des boules,

$\omega_0$ = vitesse angulaire dont $\omega_2$ et $\omega_1$ sont le maximum et le minimum *pour la tendance au déplacement.*

$$\omega_2 = \omega_0 \sqrt{1 + \frac{pb}{2Pa}\left(1 + \frac{b \cos \alpha_0}{\sqrt{c^2 - b^2 \sin^2 \alpha_0}}\right)}$$

ou par approximation :

$$\omega_2 = \omega_0\left[1 + \frac{pb}{4Pa}\left(1 + \frac{b \cos \alpha_0}{\sqrt{c^2 - b^2 \sin^2 \alpha_0}}\right)\right]$$

$$\omega_1 = \omega_0\left[1 - \frac{pb}{4Pa}\left(1 + \frac{b \cos \alpha_0}{\sqrt{c^2 - b^2 \sin^2 \alpha_0}}\right)\right]$$

Si l'on pose : $$\frac{\omega_2 - \omega_1}{\omega_0} = \frac{1}{n}$$

on a : $$\omega_2 = \omega_0\left(1 + \frac{1}{2n}\right)$$

$$\omega_1 = \omega_0\left(1 - \frac{1}{2n}\right)$$

Supposons $b = c$ et désignons AC par $h_0$ :

$\omega''$ sera la vitesse qui s'établira sous la tendance $\omega_2$ et $\omega'$ sous la tendance $\omega_1$

$h_0$ deviendra $h''$ et $h'$

$$h'' = \frac{\omega_0^2}{\omega''^2}\left(1 + \frac{1}{2n}\right)h_0$$

$$h' = \frac{\omega_0^2}{\omega'^2}\left(1 - \frac{1}{2n}\right)h_0$$

La description des régulateurs rentrerait dans le cadre d'un cours de machines ; nous renvoyons aux ouvrages spéciaux. Les principaux régulateurs sont désignés sous les noms

de Farcot, Andrade, Cosinus, Porter, etc. Pour l'emploi à bord des voitures automobiles divers types ont été préconisés. Nous mentionnons surtout les régulateurs Simplex, Japy, Capitaine, Dawson, Crossley, Hale, etc., etc. Leur description se trouve dans l'ouvrage de M. A. Witz sur les moteurs à gaz et à pétrole; les uns sont basés sur le principe de Watt, les autres s'en éloignent plus ou moins. Ces appareils sont presque tous fort ingénieux, mais leur étude nécessiterait de trop longs développements.

## IV

### ORGANES SPÉCIAUX

**Obligations créées par le problème de la locomotion automobile.** — En appliquant les moteurs à explosion à la locomotion automobile, nous nous trouvons en présence d'une série de difficultés auxquelles nous devons parer. Tout d'abord le véhicule devra être supporté par des *essieux* et des *roues*. Les roues seront garnies de façon à atténuer les chocs auxquels elles peuvent être soumises; de là la nécessité de les munir de caoutchouc ou de *pneumatiques*. La voiture devra être suspendue sur des *ressorts*, et le mouvement sera communiqué soit au moyen de courroies, soit au moyen d'engrenages, questions déjà étudiées, soit au moyen de *chaînes de transmission*.

L'obligation de pouvoir virer dans un rayon très court, impose la nécessité des *avant-trains articulés* et l'emploi des *différentiels* pour faciliter les déplacements des roues motrices.

En dehors de la manœuvre du moteur lui-même, il faut se rendre maître de la marche de la voiture au moyens de *freins*, et à l'aide de divers *changements de vitesse*.

Nous ne mentionnerons que pour mémoire les embrayages qui ne sont pas spéciaux au problème qui nous occupent et dont la description se trouve dans tous les ouvrages concernant les machines.

Nous ferons la même observation pour le graissage dont l'importance est capitale mais dont l'étude se limiterait à la monographie d'une série d'appareils. Enfin il nous reste à mentionner trois catégories d'organes dont les voitures automobiles, actionnées par les moteurs à explosion, ne peuvent se passer ; ce sont : les *appareils de mise en marche*, les *carburateurs* et les *organes d'allumage*.

Nous examinerons successivement ces divers éléments, en nous bornant à des indications rapides.

**Essieux**. — L'essieu est un axe sur lequel sont montées les roues, et sur lequel repose la charge de la caisse et du moteur. Tantôt il est fixe, tantôt il tourne avec les roues. Les variétés d'essieux sont nombreuses mais elles peuvent se grouper autour d'un petit nombre de types. Nous nous bornerons aux considérations générales applicables à chaque unité.

Soient : $\Gamma$, la charge de travail,

$\beta$, la distance de la fibre la plus éloignée à la fibre moyenne,

M, le moment fléchissant,

I, le moment d'inertie de la section,

P, la charge sur l'essieu, qui est divisée en deux charges égales $\frac{P}{2}$,

$a$, la distance du point d'application de cette force $\frac{P}{2}$ au plan moyen de la roue.

$$\Gamma = \frac{\beta\mu}{I}.$$

Le moment fléchissant est maximum pour les points

d'application des charges $\frac{P}{2}$, et alors

$$\mu = \frac{1}{2} Pa.$$

Si l'essieu est circulaire et si son diamètre est $d$

$$\beta = \frac{d}{2} \qquad I = \frac{\pi d^4}{64}$$

et

$$\Gamma = 5{,}09 \frac{Pa}{d^3}.$$

Si la section en est rectangulaire et de côtés $b$ et $h$ (celui-ci vertical)

$$\beta = \frac{h}{2} \qquad I = \frac{bh^3}{12} \qquad \Gamma = \frac{3Pa.}{bh^2}.$$

Pour une section carrée

$$b = h \text{ et } \Gamma = \frac{3Pa.}{h^3}.$$

La *fusée*, enfermée dans la *boite*, subit des pressions uniformément réparties (ou que l'on peut supposer telles) dont la résultante $\frac{1}{2}$ P passe en son milieu.

Nous désignerons par $\delta$ le diamètre de cette fusée et par $\lambda$ sa longueur. On a :

$$\Gamma = \frac{\beta\mu}{I}$$

$$I = \frac{\pi\delta^4}{64} \quad \beta = \frac{\delta}{2} \quad \text{et } \mu = \frac{P\lambda}{4}.$$

On tire en substituant dans l'expression donnant $\Gamma$

$$\delta^3 = \frac{8}{\pi\Gamma} P\lambda = \frac{2{,}55}{\Gamma} P\lambda$$

Mais il ne faut pas oublier qu'un essieu fatigue beaucoup sous l'influence des chocs et des vibrations, et on ne devra pas le faire travailler, à cause de cela, à plus de 2 à 3 kilogrammes par millimètre carré.

En outre, pour assurer un bon graissage, on s'arrange de façon à ce que la pression, sur le plan médian horizontal composant le cylindre qui constitue la fusée, ne dépasse pas 16 à 18 kilogrammes par centimètre carré.

On s'astreint en outre à la condition de ne pas produire un échauffement dépassant 45°. Si $f$ désigne le coefficient de frottement et $n$ le nombre de tours par minute, le travail dû au frottement, a pour expression

$$\mathcal{T}_f = f \frac{P}{2} \pi \delta \frac{n}{60}$$

MM. Vigreux, Milandre et Bouquet donnent comme condition

$$\frac{fP\pi n}{30\lambda} \leq 15.000 \text{ kilogrammètres.}$$

M. Lemoine admet que l'on doit avoir :

$$\frac{P}{2} = \frac{\delta^3}{\lambda}$$

M. Dulos introduisant la longueur L de l'essieu, propose :

$$d = \sqrt[3]{\frac{PL}{700.000}}$$

formule qui a le défaut de ne pas tenir compte de la position de la charge par rapport aux roues.

L'introduction des roulements à bille dans la construction des essieux, a permis de diminuer dans de notables proportions les résistances à la fusée.

**Roues.** — Les roues sont les organes en contact avec le sol, et leur solidité doit être bien grande pour résister aux chocs et aux efforts de toutes sortes qui viennent les solliciter. On les construit soit en bois, soit en métal, et dans ce dernier cas les rayons peuvent être ou directs ou tangents. Citons à cet égard MM. Vigreux, Milandre et Bouquet

« Par suite de l'effort moteur développé tangentiellement « à la circonférence de la roue, les rayons directs travaillent « à la flexion, dans le plan vertical de la roue, et, étant « donné leur peu de résistance dans ce sens, tendent à s'in- « cliner suivant la direction du déplacement du véhicule, en « entraînant la jante qui tourne alors d'un certain angle par « rapport au moyeu. C'est ce phénomène qui a donné l'idée « des rayons tangents, lesquels, partant de la jante, sont « dirigés suivant la tangente à une circonférence concen- « trique au moyeu....

« Afin que la rotation des roues à rayons tangents puisse « se faire indifféremment dans un sens ou dans l'autre, on « dispose les rayons de façon qu'une moitié d'entre eux soit « inclinée d'un côté, alors que l'autre moitié est inclinée du « côté opposé. »

**Bandages et pneumatiques.** — Nous avons déjà, au sujet des résistances passives, montré l'avantage qui résulte de l'emploi des pneumatiques ou de bandages en caoutchouc. D'après M. Michelin l'avantage des pneumatiques, peu marqué aux vitesses lentes, s'accentue lorsque le train s'accélère. Avec des voitures à chevaux l'application des pneumatiques donne un avantage de

12 p. 100 sur un sol suffisamment dur et en bon état,
20 p. 100 sur le même sol boueux,
33 p. 100 sur du pavé irrégulier ou de mauvais macadam.

Avec des tracteurs, pour des vitesses voisines de 30 kilomètres à l'heure, l'usage du pneumatique a permis des économies d'environ 38 p. 100.

Si l'on se reporte à ce que nous avons dit à propos du *patinage*, on voit que l'emploi d'un bandage suffisamment élastique, susceptible de s'appliquer sur les inégalités du sol, viendra diminuer d'une façon fort appréciable les mauvais effets provenant des variations de l'effort. Les

chocs, au lieu de se transmettre brusquement, comme ils le feraient dans le cas de bandages indéformables, s'amortiront en provoquant une déformation du bandage.

En principe, le bandage élastique, quel qu'il soit, non seulement adoucira les secousses, ce que le voyageur appréciera fort, mais aidera au bon entretien du mécanisme en restreignant les vibrations, et de plus s'opposera aux trop brusques variations de résistance à la jante, ce qui assurera au moteur une marche beaucoup plus régulière.

Le phénomène de régularisation se produira soit avec des bandages en caoutchouc plein, soit avec des pneumatiques constitués par des chambres à air et des enveloppes. Toutefois, il ne faut pas oublier qu'une garniture sans consistance suffisante provoquerait une adhérence trop grande et par suite augmenterait la résistance. Il faut donc que le pneumatique soit gonflé suffisamment, sans cependant acquérir une dureté telle qu'on en amoindrisse outre mesure l'élasticité.

**Chaînes de transmission.** — Nous avons déjà examiné, dans le troisième paragraphe du présent chapitre, la question de la transmission de l'effort. Dans les véhicules automobiles, outre les engrenages et les courroies, on emploie volontiers les chaînes dont le type primitif est la *chaîne de Galle*, dérivée de la chaîne dite de *Vaucanson*.

De nombreux types nouveaux ont été créés récemment, parmi lesquels il convient de citer la chaîne *Benoit*, la chaîne *Desgoffe et de Georges*, la chaîne *Lavigne*, la chaîne démontable *Jacquet*, la chaîne démontable *Bardet*, etc., etc.

La chaîne de Galle se compose d'une série de maillons assemblés les uns au bout des autres au moyen de fuseaux qui en réunissent les joues et qui peuvent tourner dans l'œilleton. Cette chaîne s'enroule sur une roue dont les dents pénètrent dans les maillons et qui se trouve entraînée autour de son axe lorsque la chaîne se déplace.

Posons $d$ = diamètre du fuseau ;

$\delta$ = diamètre de la partie du fuseau, pénétrant dans les joues de la chaîne ;

$r$ = rayon du cercle concentrique à la roue dont la circonférence passe par les centres des sections correspondantes des fuseaux ;

$\rho$ = distance des centres de deux fuseaux successifs,

$b$ = largeur de la joue ;

$e$ = épaisseur de la joue ;

$l$ = distance de deux joues, comptée suivant les fuseaux ;

$n$ = nombre de dents ;

P = effort à transmettre ;

pour $n = 8 \quad r = 1{,}3066\, l$

$n = 9 \quad r = 1{,}3619\, l$

$n = 10 \quad r = 1{,}6180\, l$

En appelant $i$ le nombre des mailles :

$$i = \frac{0{,}35}{i+1}\sqrt{P} \qquad \delta = 0{,}57\left(i+2\right)e$$

$$i = \frac{1}{3}\sqrt[3]{P}$$

ou le nombre pair le plus rapproché.

Les dimensions sont exprimées en millimètres.

Pour des chaînes à deux cours de mailles nous donnons le tableau suivant d'après MM. Vigreux et Barré :

| CHARGES | $l$ | CHAÎNONS | | | FUSEAUX | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | | $i$ | $b$ | $e$ | $c$ | $d$ | $\delta$ |
| kg. | mm. | | mm. | mm. | mm. | mm. | mm. |
| 50 | 10 | 2 | 6,5 | 1 | 10 | 3 | 2,5 |
| 100 | 12 | 2 | 8,5 | 1,5 | 10 | 4 | 3,5 |
| 150 | 15 | 2 | 11 | 1,5 | 10 | 5 | 4 |
| 200 | 16 | 2 | 11,5 | 2 | 12 | 5,5 | 4,5 |
| 250 | 18 | 2 | 15 | 2 | 14 | 6 | 5 |
| 500 | 21 | 2 | 16,5 | 3 | 15 | 7,5 | 6,5 |
| 750 | 23 | 4 | 19 | 2 | 16 | 9 | 7,5 |
| 1 000 | 28 | 4 | 23 | 2 | 18 | 10 | 8 |

**Essieux directeurs.** — Lorsqu'une voiture aborde des virages de petit rayon, on est obligé d'incliner quelquefois fortement l'axe directeur, ce qui a pour effet de diminuer la stabilité, car les points de contact des roues directrices avec le sol qui forment deux des sommets du polygone de sustentation se rapprochent de l'axe médian. Au lieu de l'ancien avant-train à cheville ouvrière, on emploie aujourd'hui un *avant-train à deux pivots* qui permet de faire tourner les roues directrices sans maintenir leur parallélisme.

Si les axes des roues directrices, situés dans le même plan, se coupent en un point situé dans le plan vertical passant par l'essieu moteur, il est évident que la verticale passant par ce point représente l'intersection de trois plans verticaux passant, l'un par l'essieu moteur, et chacun des deux autres par l'axe d'une des deux roues directrices. Dans ces conditions, le véhicule prendra donc très facilement un mouvement de rotation autour de cette verticale.

Les avant-trains *A. Bollée* et *Jeanteaud*, connus depuis plusieurs années, ont été construits pour répondre aux exigences de la question ; mais ils ne sont pas les seuls. D'autres types existent et l'ingéniosité des inventeurs a mis au jour d'autres dispositifs intéressants.

**Engrenages différentiels.** — Dans la voiture automobile, les roues motrices étant solidaires l'une de l'autre, le passage dans les courbes crée des résistances supplémentaires. Les roues ont à parcourir des chemins inégaux et, si leurs rotations sont égales, des frottements naîtront qui viendront consommer de la force.

Pour parer à cet inconvénient, on relie les deux roues, ou plutôt les essieux de chaque roue motrice, au moyen d'un engrenage différentiel. Laissons à ce sujet la parole à MM. Vigreux, Milandre et Bouquet :

« Appliqué aux voitures automobiles, le différentiel... est...

« une combinaison d'engrenages permettant de répartir un « effort moteur unique entre deux arbres isolés, de telle « façon que la somme des vitesses angulaires de chacun « d'eux soit, à chaque instant, égale au double de la vitesse « angulaire de l'engrenage sur lequel agit l'effort moteur.

« Dans la voiture automobile, chacun des arbres dont « il vient d'être question commande respectivement une « roue motrice, de sorte que l'effort unique du moteur se « divise en deux composantes qui sont à chaque instant « proportionnelles à la résistance sur la roue correspon- « dante, tandis que la vitesse du moteur se subdivise en « deux autres dont les valeurs respectives, tout en ayant « une somme constante, ont cependant exactement entre elles « le rapport nécessaire pour accomplir le mouvement « demandé ; de sorte que, dans les virages, le changement « de vitesse entre les deux roues motrices est automatique. »

**Ressorts**. — Les ressorts sont des pièces élastiques que l'on introduit dans la construction des voitures pour adoucir la transmission des chocs. Ils sont généralement en acier et doivent posséder à la fois une grande résistance et une grande souplesse. Considérons (fig. 94) des lames étagées présentant une flèche de fabrication que nous appellerons $f$. Appliquons un poids P à chacune des extrémités de l'ensemble ainsi constitué et supposons que le ressort devienne rectiligne.

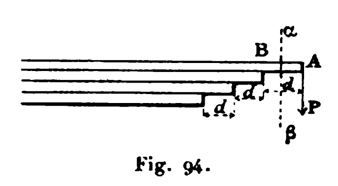


Fig. 94.

Désignons par $b$ et $c$ les deux côtés de la section obtenue en coupant par le plan $\alpha\beta$.

Les lames de ressort ont des sections égales.

En désignant par $l$ la longueur de la maîtresse lame :

$$f = \frac{6P\,l^3}{nE\,bc^3}$$

$n$ désignant le nombre de feuilles et E le coefficient d'élasticité.

Le minimum de la section de la maîtresse lame est déterminé par la condition que le tronçon AB résiste à l'effort tranchant que développe la force P.

En négligeant le carré des déplacements angulaires des sections des lames, l'équation se réduit à celle de la flexion d'une simple lame. Il est avantageux de chercher à obtenir que l'effort élastique maximum $\Gamma$ soit le même pour toutes les lames.

Lorsqu'un semblable ressort doit résister à un choc développant un effort P à chaque extrémité et produisant une variation $\varphi$ de la flèche, le travail est $\mathcal{T} = \frac{\varphi^2}{2f}$, pour une moitié, et la durée $t$ de l'oscillation est alors $t = \pi\sqrt{\frac{\varphi}{g}}$.

Un ressort à boudin, chargé d'un poids P, se comprime d'une longueur $\varphi$. Si $d$ est le diamètre du profil enroulé, si $r$ est le rayon d'enroulement et si $n$ est le nombre des spires,

$$\varphi = \frac{64n}{E}\frac{Pr^3}{d^4}$$

Voici, d'après M. Lemoine, un relevé des flexions maxima que peut subir un ressort défini par sa maîtresse feuille :

| LONGUEUR de la MAÎTRESSE FEUILLE | ÉPAISSEUR DES MAÎTRESSES FEUILLES EN MILLIMÈTRES | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|
| | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 |
| m. | mm. | mm. | mm. | mm. | mm. | mm. |
| 0,800 | 150 | 132 | 114 | 100 | 88 | 78 |
| 0,850 | 175 | 150 | 130 | 110 | 100 | 90 |
| 0,900 | 190 | 165 | 144 | 125 | 112 | 100 |
| 0,950 | 220 | 180 | 160 | 140 | 124 | 110 |
| 1 | 240 | 200 | 178 | 156 | 138 | 123 |
| 1,050 | 260 | 220 | 195 | 170 | 152 | 135 |
| 1,100 | 280 | 240 | 216 | 189 | 168 | 150 |

**Des freins.** — Les freins sont des organes destinés à user

la force vive d'un véhicule dans le but d'en produire soit l'arrêt, soit le ralentissement. On les classe en trois catégories : *freins à vis*, *freins à lame*, *freins à corde*.

En étudiant les variations de la force vive, nous avons vu page 291 que l'on avait

$$FS = \frac{1}{2} \frac{P}{g} \left(V^2 - V_0^2\right)$$

en appelant F la variation de l'effort ;

$V_0$ la vitesse initiale ;

V la vitesse que prend la voiture ;

S le chemin au bout duquel cette vitesse est atteinte ;

P le poids du véhicule ;

$g$ l'intensité de la pesanteur.

Si le véhicule étant animé de la vitesse V, on veut l'arrêter au bout du chemin S, l'effort moteur venant à cesser, il faudra appliquer une force retardatrice.

$$F = \frac{P}{2gS} V^2$$

en négligeant la force vive des pièces en rotation.

Voyons quelle serait la condition pour produire l'arrêt, avec le frein seul, abstraction faite des autres résistances.

Si le frein est constitué par un sabot en bois commandé par une vis, le frottement sur la jante implique le coefficient $f$ ; il faudra produire une pression $\frac{F}{f}$.

En général, la vis est commandée par un petit volant dont le rayon sera désigné par $r$ et c'est sur le volant que le conducteur applique l'effort $\varphi$

Si $\rho$ désigne le rayon moyen de la vis et si $p$ en est le pas, on aura :

$$Q = \frac{\varphi r (2\pi\rho - fp)}{\rho (p + 2\pi\rho f)}$$

Q désigne la valeur $\frac{F}{f}$ multipliée par le rapport des bras

de levier reliant le sabot et l'extrémité de la tige à l'axe de rotation.

Pour arrêter en 20 mètres une voiture d'une tonne lancée à la vitesse de 25 kilomètres à l'heure, $\varphi$ est d'environ 2,5 kg.

Avec un frein à lame, en désignant par $s$ la longueur de l'arc de contact, par $r$ le rayon du tambour, par $f$ le coefficient de frottement et par P et Q la puissance et la résistance :

$$\frac{P}{Q} = e^{\frac{fs}{r}} = e^{f\varphi}$$

en posant $\frac{s}{r} = \varphi$ angle de contact.

Si T désigne la tension de serrage du frein et $\tau$ la tension résistante à l'autre extrémité, nous savons que

$$T = \tau e^{f\varphi}$$

La force retardatrice est $T - \tau$. Si l'arrêt se produit au bout de $x$ tours, le travail de $T - \tau$ est $(T - \tau) \times 2\pi rx$ et ce travail doit être égal à la foree vive $\frac{1}{2} \frac{P}{g} V^2$ dont est animé le véhicule.

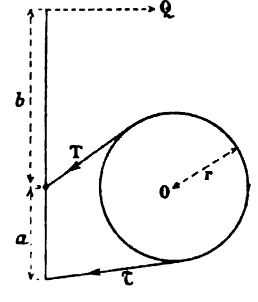


Fig. 95.

$$2\pi \left(T - \tau\right) rx = \frac{1}{2} \frac{P}{g} V^2$$

Le frein étant manœuvré (fig. 95) au moyen d'un levier dont les bras sont $a$ et $b$, en appliquant à la manette une force Q,

$$Qb = a\tau \qquad \text{d'où} \qquad \tau = Q\frac{b}{a}$$

comme $\qquad T = \tau e^{f\varphi} \qquad$ on a $\qquad T = \frac{b}{a} Q e^{f\varphi}$

et

$$T - \tau = Q\frac{b}{a}\left(e^{f\varphi} - 1\right)$$

Par suite $\qquad 2\pi rx \frac{b}{a} Q \left(e^{f\varphi} - 1\right) = \frac{1}{2} \frac{P}{g} V^2$

formule qui donne le nombre de tours, $x$, déterminant l'arrêt de la voiture.

Pour les freins à corde on a toujours $T = \tau e^{f\theta}$. Il n'y a du reste qu'à se reporter à ce que nous avons dit au sujet de l'enroulement des cordes.

**Changements de vitesse.** — Lorsqu'une voiture se déplace à des vitesses diverses, le travail produit est fonction des résistances développées. Il y a intérêt à assurer la marche du moteur d'une façon régulière de manière à obtenir le meilleur rendement possible. Pour maintenir cette marche constante, si les résistances viennent à varier, on pourra faire varier la vitesse du véhicule en sens inverse, de façon à ce que le travail produit soit toujours le même.

Donc, en abordant une côte, puisque l'effort augmente, on devra diminuer la rapidité de translation, c'est-à-dire faire varier le rapport des vitesses angulaires de l'essieu moteur et de l'axe conduit par le piston.

Il est évident que *si l'on ne peut disposer que de quelques rapports fixes*, la solution n'est qu'approximative. Il faudrait pouvoir faire varier ce rapport d'une façon absolument insensible.

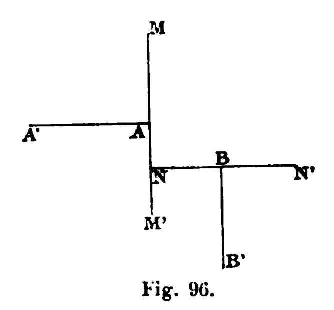


Fig. 96.

Le dispositif adopté par M. Lepape constitue une solution élégante de la question. Nous en indiquerons le principe (fig. 96).

Les axes à relier sont AA′ et BB′. Sur AA′ est monté un plateau qui tourne avec cet axe. Sur BB′ est calé un disque NN′, qui peut se déplacer dans le sens de l'axe B′B ; il frotte en N contre le plateau MM′, qui l'entraîne par friction.

Les variations de la distance NA entraînent les variations du rapport des vitesses des deux plateaux.

Ce mode de transmission a été perfectionné par M. Ringelmann qui a montré que la pression devait augmenter quand le disque se rapprochait du centre du plateau.

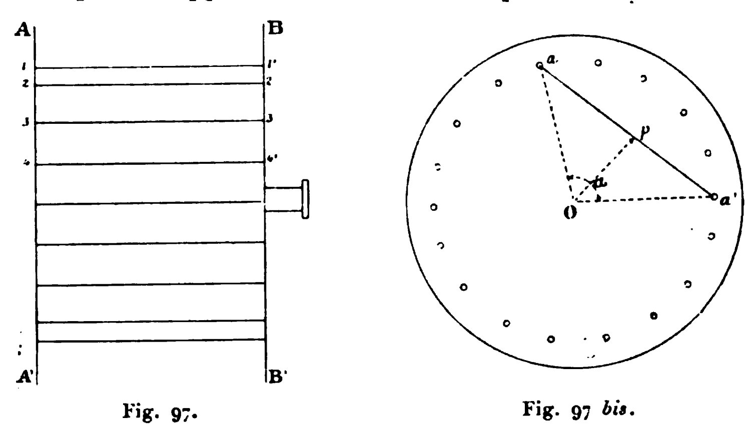


Fig. 97. Fig. 97 *bis*.

Nous avons nous-même proposé un dispositif pour provoquer des variations insensibles dans le rapport des vitesses angulaires relatives de deux axes. Voici en quoi il consiste.

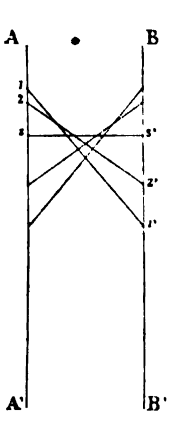


Fig. 97 *ter*.

Deux plateaux AA′, BB′ sont reliés par des broches 1,1′ — 2,2′ — 3,3′..... articulées à genouillères en 1 2 3.... 1′ 2′ 3′... (fig. 97, 97 *bis*, 97 *ter*).

Les plateaux sont montés sur un axe qui passe par leurs centres.

Supposons que AA′ soit calé sur l'arbre et que B puisse se déplacer le long de cet axe en tournant autour de lui. L'ensemble prendra la position de la figure 97 *ter*. C'est-à-dire que les broches seront distribuées suivant la surface d'un hyperboloïde de révolution à une nappe et on pourra faire varier le rayon de la gorge à volonté. On constitue donc ainsi une poulie de rayon variable.

Le plateau BB′ est fixé sur l'axe au moyen d'un pas de vis très allongé et un dispositif cinématique permet d'en provoquer le déplacement.

Il est à remarquer que AA′ n'est pas nécessairement fixe et qu'il pourrait se mouvoir si l'on voulait maintenir invariable le plan de la gorge.

Dans le cas où cette partie variable serait conjuguée avec une partie fixe, le brin devrait être tendu par un organe spécial. Mais on peut conjuguer cette partie variable avec un dispositif similaire de façon que la gorge de l'une diminue quand celle de l'autre augmente. En agissant ainsi :

1° On peut maintenir constante la tension du brin ;

2° On peut faire varier la vitesse dans de plus larges proportions.

Il y a intérêt à maintenir les plans des gorges en coïncidence, bien que cela ne soit pas absolument nécessaire.

Supposons (fig. 97 *bis*) que le plateau BB′ tourne d'un angle $\alpha$ par rapport au plateau AA′. La broche primitivement projetée en $a$, sera projetée en $aa'$. La gorge aura pour rayon $op$. Soient $x$ la distance des disques et $l$ la longueur d'une broche.

Visiblement
$$l^2 = x^2 + \overline{aa'}^2$$
ou
$$aa' = \sqrt{l^2 - x^2}$$

Posons $op = \rho$ et $Oa = r$ rayon du cercle sur lequel les broches sont réparties.

$$\rho = r \cos \frac{\alpha}{2}$$
et
$$\frac{aa'}{2} = r \sin \frac{\alpha}{2}$$
par suite
$$2r \sin \frac{\alpha}{2} = \sqrt{l^2 - x^2}.$$
et
$$x = \sqrt{l^2 - 4r^2 \operatorname{Sin}^2 \frac{\alpha}{2}}$$

Le disque s'est donc rapproché d'une quantité $l - x$ ou $l - \sqrt{l^2 - 4r^2 \sin^2 \frac{\alpha}{2}}$ pour une rotation $\alpha$.

Les disques viendraient au contact si l'on avait $x = 0$ c'est-à-dire :

$$l^2 = 4r^2 \sin^2 \frac{\alpha}{2} \quad \text{ou} \quad l = 2r \sin \frac{\alpha}{2} \quad \text{ou} \quad \sin \frac{\alpha}{2} = \frac{l}{2r}$$

solution qui serait possible si $l < 2\,r$.

Si $l = 2r$ il faudrait $\sin \frac{\alpha}{2} = 1$ ou $\frac{\alpha}{2} = \frac{\pi}{2}$ c'est-à-dire $\alpha = 180°$.

Mais il ne faut pas oublier que la position limite correspondra au contact des broches avec l'axe sur lequel sont montés les disques.

Appelons $\delta$ le diamètre des broches, et R le rayon de l'arbre. Il faudra

$$Op \geqq R + \frac{\delta}{2}, \text{ c'est-à-dire } r \cos \frac{\alpha}{2} \geqq R + \frac{\delta}{2}$$

L'équation

$$\cos \frac{\alpha}{2} = \frac{1}{r}\left(R + \frac{\delta}{2}\right)$$

définit la position limite.

Considérons maintenant le pas de vis suivant lequel se déplace le disque BB'. Désignons par $r'$ le rayon du cylindre moyen. Pour un angle $\alpha$, la longeur de l'arc correspondant est $\frac{\alpha}{360} 2\pi r'$. D'autre part le déplacement suivant l'axe est

$$l - \sqrt{l^2 - 4r^2 \sin^2 \frac{\alpha}{2}}$$

par suite l'angle $i$ de la vis est défini par la relation :

$$l - \sqrt{l^2 - 4r^2 \sin^2 \frac{\alpha}{2}} = \frac{\alpha}{360} 2\pi r' \operatorname{tg} i.$$

ou

$$\operatorname{tg} i = \frac{l - \sqrt{l^2 - 4r^2 \sin^2 \frac{\alpha}{2}}}{\frac{\alpha}{360} 2\pi r'}$$

et nous avons vu, à propos du frottement, quelles sont les conditions pour obtenir le déplacement le long de la vis, soit au moyen d'un couple, soit au moyen d'une pression suivant l'axe de la vis. On pourra donc y satisfaire en disposant des éléments, $l$, $r$ et $r'$, dans la limite du possible.

**Appareils de mise en marche.** — Lorsqu'un moteur est en route, nous avons vu que la succession des phénomènes constituait une *période* divisée en un certain nombre de *temps* sur lesquels un seul est moteur. La force vive, communiquée aux pièces de la machine ainsi qu'à l'ensemble entraîné pendant le temps utile, suffit pour vaincre les résistances qui se manifestent durant les autres temps.

Si donc un moteur est arrêté, il y aura lieu de se préoccuper de *la mise en route*. Avec une machine de faible puissance, il sera facile de manœuvrer le volant à la main en débrayant l'arbre moteur. Après un déplacement très faible l'explosion se produira et le mouvement sera amorcé.

Avec une machine à compression dans le cylindre, la difficulté pourrait être très grande, surtout avec un moteur un peu puissant. Dans ce cas, et l'idée en est due à Otto, on supprime la compression, en provoquant, au moyen d'un dispositif spécial, la communication du cylindre avec l'atmosphère durant la phase correspondante, et cela uniquement pour la mise en train. C'est du reste aujourd'hui le cas du motocycle.

Pour les moteurs puissants, on emploie des *self starters*, dont les types sont nombreux et dont la description peut se lire dans l'ouvrage de M. A. Witz. Dans la plupart des cas, on arrête le piston dans une position déterminée et on puise l'énergie dans un réservoir auxiliaire où l'on comprime le mélange tonnant, soit à main, soit en empruntant de l'énergie au moteur en marche. Du reste, la mise en route ne consomme qu'une quantité minime de gaz.

Une autre solution consiste, quand on arrête une voiture automobile, ou quand on débraye les résistances, à laisser le moteur *tourner à vide en modifiant le régime d'alimentation* pour repasser au régime ordinaire dès que la mise en marche est effectuée.

Nous nous bornons à mentionner le problème et renvoyons aux ouvrages spéciaux pour la description des dispositifs employés.

**Carburateurs.** — Les moteurs fonctionnant avec la vapeur de pétrole doivent être munis de carburateurs destinés à *carburer* l'air, c'est-à-dire, en somme, à fournir le mélange tonnant.

Les carburateurs sont à *évaporation* ou à *pulvérisation* et ces derniers appareils sont ou à *niveau constant* ou à *alimentation directe*.

A cette place nous nous bornons à mentionner l'utilité de ces engins, réservant pour le prochain chapitre l'étude du mélange produit.

Il va s'en dire que, si au pétrole on substitue l'alcool ou tout autre produit dont la vapeur est susceptible de former avec l'air un mélange tonnant, il faudra toujours un appareil capable de former le mélange en question et jouant le rôle de *carburateur*.

L'ennui que causent ces appareils est la difficulté de leur réglage, qui doit varier lorsque les conditions de marche ne restent pas constantes. La température extérieure joue un rôle parfois important, les trépidations interviennent, etc., etc. Pratiquement la solution adoptée est suffisante, mais elle est loin d'être parfaite.

**Allumage.** — L'allumage se fait soit spontanément, soit sous l'influence d'un tube incandescent, soit au contact de la flamme d'un brûleur, soit enfin au moyen de l'électricité.

L'étude des dispositifs adoptés rentre dans la partie descriptive dont nous ne nous occupons pas dans ce travail.

Nous nous bornerons à faire une remarque, c'est qu'il y a lieu de tenir compte de la vitesse de propagation de la déflagration.

Le point où se produit l'allumage n'est pas indifférent. En effet, supposons un mélange tonnant, enfermé dans un réservoir de volume constant, un cylindre allongé pour fixer les idées.

Si l'inflammation a lieu à l'une des extrémités du cylindre, il faudra un certain temps à la combustion pour se propager. Si la mise en feu a lieu au milieu du cylindre, le régime durant la combustion ne sera pas le même, et la propagation ayant lieu suivant deux directions à la fois, la durée totale de l'explosion sera raccourcie.

Il ne faut pas oublier que l'on doit chercher à raccourcir la durée de l'explosion, ainsi que nous l'avons montré. Il y aura donc lieu de se préoccuper de la situation du point d'allumage et quelquefois d'en disposer plusieurs, ce qui sera facile avec les appareils électriques.

---

# CHAPITRE VII

## ÉTUDE DES COMBUSTIBLES EMPLOYÉS DANS LES MOTEURS A EXPLOSION

---

**Des combustibles employés.**

**Gaz d'éclairage. — Pouvoir calorifique. — Air nécessaire à la combustion. — Température de combustion.**

**Gaz à l'eau et gaz pauvre.**

**Gaz des hauts fourneaux.**

**Pétrole. — Propriétés physiques. — Pouvoir calorifique. — Composition. — Emploi des pétroles.**

**Alcool.**

**Acétylène.**

Régime de la détonation. — Détonation sous pression constante. — Détonation à volume constant. — Application aux moteurs.

---

# CHAPITRE VII

## ÉTUDE DES COMBUSTIBLES EMPLOYÉS DANS LES MOTEURS A EXPLOSION

---

**Des combustibles employés.** — Les moteurs à explosion, quoique nous les envisagions plus spécialement au point de vue de la locomotion automobile, sont susceptibles d'un grand nombre d'applications et leur alimentation, que l'on tâchera de rendre toujours aussi économique que possible, dépendra des conditions locales et du développement de l'industrie dans la zone où ils sont appelés à fonctionner.

Notre but direct est la solution du problème des transports. Il en résulte que le combustible à employer ne peut être quelconque, mais comme l'étude de la matière première a porté principalement sur les produits gazeux, nous croyons devoir fournir les données obtenues pour les raisons suivantes :

1° Les moteurs à explosion s'emploient très fréquemment dans l'industrie comme machines fixes;

2° L'exposé des résultats obtenus montrera ce qu'on est en droit de demander aux savants qui entreprendront l'examen des combustibles encore mal étudiés.

Tout d'abord, dans un centre industriel, on trouvera le gaz d'éclairage pour alimenter les cylindres d'explosion. Dans les localités où la distribution du gaz n'existe pas, ou dans les endroits où le prix en est trop élevé, on

pourra avoir intérêt à fabriquer son gaz soi-même, soit par la distillation de la houille, soit par celle des bois ou d'autres matières organiques, soit en fabriquant un gaz pauvre au moyen de gazogènes spéciaux.

Dans d'autres cas, c'est au pétrole, à l'alcool, à l'acétylène, etc..., qu'on demandera l'énergie nécessaire.

Au point de vue pratique, il s'agit de constituer un mélange tonnant, avec une certaine quantité de gaz ou de vapeur contenant de l'hydrogène et du carbone et mélangée à une proportion d'air telle que la détonation puisse avoir lieu.

Les conditions dans lesquelles fonctionnent les machines fixes et celles qui sont imposées à la locomotion automobile sont, sous certains rapports, essentiellement différentes. Dans le premier cas, à part l'exception d'installations difficiles, il est rare qu'on soit limité par la place et souvent on peut emprunter le secours d'industries voisines. Il en résulte donc que, suivant les cas, on peut concevoir des moteurs fixes alimentés par l'un quelconque des combustibles que nous venons de citer.

Lorsqu'il s'agit d'une voiture, le problème se pose d'une façon plus impérieuse. Il faut absolument emporter l'énergie sous un petit volume, sans produire d'encombrement, et le poids résultant de cet approvisionnement ne doit pas être exagéré.

Il faudra donc :

Ou bien emporter du gaz comprimé à très forte pression;

Ou bien s'approvisionner de gaz liquéfiés;

Ou bien se munir de liquides dont les vapeurs forment avec l'air un mélange tonnant;

Ou bien se charger de réactifs tels qu'ils puissent pour un faible poids produire un grand volume de gaz.

Il est à remarquer que les hypothèses deux et trois rentrent l'une dans l'autre, puisqu'on partira d'un liquide pour en utiliser la vapeur.

De plus, si l'on doit se charger d'un approvisionnement, il vaudra mieux choisir des produits riches qui, sous un moindre volume, renfermeront plus d'énergie.

A titre de comparaison, nous pouvons d'ores et déjà dire que 1 kilogramme d'essence de pétrole développe (en chiffres ronds) autant de calories que 2 mètres cubes de gaz d'éclairage pesant environ 1 kilogramme. D'après cette évaluation première, il n'est pas douteux que le pétrole ne soit plus maniable que le gaz dont la compression suffisante et l'emmagasinement constituent des problèmes difficiles.

Quant à l'utilisation des gaz liquéfiés, elle ne s'est pas encore faite à notre connaissance, mais nous concevons que le problème puisse recevoir une solution.

Nous examinerons successivement les diverses sortes de combustibles.

**Gaz d'éclairage.** — Le gaz d'éclairage qui provient de la distillation de la houille n'est nullement un produit défini, mais un mélange de divers produits dont la nature et les proportions varient suivant la qualité de la houille employée, et suivant les conditions de la fabrication. L'influence de la température, de la charge, de la pression, se manifestent dans la production des gaz. De même, les différentes phases de la distillation ne sont pas identiques, et mille causes viennent modifier les phénomènes de production.

En général, le gaz d'éclairage comporte :

De l'hydrogène,

De l'oxyde de carbone,

Un carbure d'hydrogène appelé gaz des marais,

Un autre carbure connu sous le nom d'éthylène,

Éléments auxquels il faut ajouter :

La vapeur d'eau,

L'acétylène,

L'azote,

L'acide carbonique,

L'acide sulfhydrique.

Voici un relevé d'analyses intéressantes faites dans diverses villes.

| ÉLÉMENTS | HEIDELBERG | BERNE | CHEMNITZ | LONDRES | BIRMINGHAM |
|---|---|---|---|---|---|
| Hydrogène. . . . . | 44 | 39,80 | 51,29 | 53,14 | 40,23 |
| Oxyde de carbone . | 5,73 | 4,66 | 4,45 | 4,11 | 4,05 |
| Azote . . . . . . . | 4,23 | 4,65 | 1,41 | 3,19 | 10,10 |
| Gaz des marais. . . | 38,40 | 43,12 | 36,45 | 36,55 | 39 |
| Ethylène. . . . . . | 7,27 | 4,75 | 4,91 | 2,92 | 4,76 |
| Acide carbonique. . | 0,37 | 3,02 | 1,02 | 0,09 | 1,50 |
| — sulfhydrique. | » | » | » | » | 0,36 |
| Divers. . . . . . . | » | » | 0,41 | » | » |

Lorsque l'on emploie comme matière première du *cannel coal*, la proportion d'hydrogène produit diminue tandis que celle de l'éthylène augmente.

Pour le gaz de Paris, M Hudelo a donné

| | | |
|---|---|---|
| Hydrogène . . . . . | 50,1 en volumes | 8,8 en poids |
| Oxyde de carbone . . | 6,3 | 15,6 |
| Azote. . . . . . . . | 2,7 | 6,7 |
| Gaz des marais . . . | 33,1 | 47,3 |
| Ethylène . . . . . . | 5,8 | 14,4 |
| Acide carbonique . . | 1,5 | 5,8 |
| Oxygène . . . . . . | 0,5 | 1,4 |
| | 100,0 | 100,0 |

Enfin le gaz d'une même usine n'a pas une teneur constante, mais oscille autour d'une composition moyenne.

Il peut y avoir un gros intérêt à connaître les éléments d'un gaz avant de l'admettre dans un moteur. L'analyse est une question délicate qu'un chimiste seul pourra étudier d'une façon complète. Mais si l'on veut se rendre compte, et cela d'une manière suffisante, de la nature du mélange sur lequel on doit opérer, on pourra se borner à quelques réactions en somme assez simples.

L'oxygène est absorbé par un pyrogallate alcalin, l'oxyde de carbone par le chlorure cuivreux acide. Une dissolution de brome dans le bromure de potassium s'empare de l'éthylène, mais les vapeurs de brome devront être absorbées au moyen de l'hydrate de soude. Le gaz des marais a pour réactif la paraffine.

Dans tous les cas, il faut agiter le gaz mis au contact des diverses dissolutions.

L'absorption est complète alors en dix ou vingt minutes pour l'oxygène, l'oxyde de carbone et l'éthylène, mais pour le gaz des marais, au bout de vingt minutes, même en agitant, l'huile de paraffine n'en a guère pris que les deux tiers.

Le gaz traité par ces divers dissolvants ne contient plus comme éléments principaux, que de l'hydrogène et du gaz des marais résiduels. On traite à l'eudiomètre, et on mesure directement la quantité de vapeur d'eau fournie. En absorbant l'acide carbonique par l'hydrate de soude on connaît le poids de carbone et par suite la proportion résiduelle de gaz des marais; on en déduit l'hydrogène libre (par différence).

Cette méthode laisse à désirer comme exactitude, mais elle a le mérite d'être assez rapide.

La densité du gaz d'éclairage est dans beaucoup de cas d'environ 0,4. Avec les *cannel-coals* la densité atteint et dépasse parfois 0,6, ce qui est assez facile à comprendre puisque la proportion d'hydrogène diminue.

**Pouvoir calorifique.** — Au point de vue qui nous occupe, une propriété importante des gaz est leur pouvoir calorifique.

Cette détermination relève essentiellement du domaine de la physique et nous ne ferons qu'en indiquer l'esprit. On emploie à cet effet soit les appareils de Fabre et Silbermann, soit la bombe Mahler, soit l'engin de M. Witz. En principe on fait détoner un poids connu de gaz dans une *bombe* que

l'on place au milieu d'une masse d'eau de poids connu et on mesure l'augmentation de température du liquide. Dans ces conditions et *en dehors de toute influence extérieure*, on peut avoir la quantité de chaleur dégagée dans l'explosion puisqu'elle est employée à échauffer l'eau dont on peut mesurer la température.

On peut encore, connaissant la nature d'un gaz et la quantité de calorique dégagé par la combustion de l'unité de poids de chacun de ses éléments, calculer le dégagement de chaleur totale qui serait égale à la somme des quantités dégagées par chaque élément.

Il est à remarquer que la méthode de la bombe est la plus rapide, car elle n'exige qu'une opération, tandis que la seconde suppose qu'on fasse l'analyse, laquelle entraîne une série de manipulations.

La chaleur dégagée par la combustion de 1 mètre cube de gaz est variable.

| | |
|---|---|
| Grashof a trouvé environ | 6000 calories. |
| Ayrton et Perry | 6083 |
| Slaby | 4875 |
| Richard | 8000 |
| Dugald Clerk | 5370 à 5640 |
| A. Witz | 5103 à 5980 |
| Mahler | 5602 à 5804 |

En résumé, on peut admettre 5200 à 5500 calories par mètre cube.

Quant à la chaleur dégagée par kilogramme de gaz, elle est fonction de la densité et peut être évaluée de 10500 à 12000 calories.

On a longtemps admis, sur une assertion de W. Siemens, que la présence de l'hydrogène contribuait à l'élévation de la température et on avait proposé de fractionner la distillation de la houille de façon à avoir un gaz d'éclairage et un gaz de chauffage. Cette idée était erronée, car si 1 kilo-

gramme d'hydrogène dégage une grosse quantité de chaleur, il ne faut pas oublier que l'unité de volume de ce gaz est bien légère. Aussi a-t-on constaté, ce qu'il est facile de calculer à priori, qu'à volume égal un carbone riche dégage plus de calorique que l'hydrogène, bien qu'à poids égal il en soit autrement.

M. Aguitton a très sérieusement étudié cette question en relevant d'une part l'intensité lumineuse I et de l'autre la chaleur Q dégagée dans l'explosion. M. Aguitton, en traitant des gaz pour lesquels I a varié de 5 à 15 a montré qu'on pouvait lier ces deux éléments par la formule

$$Q = 2{,}280 + 352{,}6\ I$$

Il n'y a donc pas avantage à fractionner la distillation, car le gaz le moins intéressant pour l'éclairage est également le moins favorisé pour la combustion. Théoriquement il serait meilleur de n'utiliser que les parties les plus riches, mais industriellement cette solution est inadmissible, car le prix de revient deviendrait beaucoup trop élevé.

Il y a intérêt à mélanger les gaz du début plus riches en carbures et les gaz de la fin plus chargés en hydrogène. Remarquons en passant l'influence de l'épuration. M. Witz a constaté qu'un gaz donnant avant l'épuration 5 535 calories n'en donnait plus après que 5 292.

Au sujet de la proportion d'air nécessaire, voici ce que dit M. Witz :

« Le pouvoir calorifique le plus élevé que j'aie pu cons-
« tater correspond à un volume d'oxygène égal à un volume
« et quart du gaz : dans ce cas l'analyse des produits
« témoigne d'une combustion complète. Ce volume d'oxy-
« gène équivaut à 5,95 volumes d'air. La plupart de nos
« déterminations ont été faites sur un mélange de 6 volumes
« d'air : la chaleur dégagée dans ces conditions est moindre
« de 3 p. 100 qu'avec l'oxygène pur employé comme com-

« burant ; cette différence tient à ce que la combustion des « mélanges tonnants dilués dans les gaz inertes est tou- « jours incomplète..... Avec 2 volumes d'air la perte attein- « drait de ce chef au moins 10 p. 100. »

**Air nécessaire à la combustion.** — Lorsqu'on mélange un gaz de composition moyenne avec moins de 3,7 fois son volume d'air, l'explosion n'a pas lieu. L'étincelle électrique est sans action sur un mélange tenant plus de 13 volumes d'air et 1 volume de gaz. Un dard de chalumeau n'agit plus dès que l'on a plus de 16 d'air et 1 de gaz. La meilleure combustion a lieu pour 1 volume de gaz et 5,95 à 6,33 d'air.

Ces chiffres ont été relevés sous la pression atmosphérique ; mais ils sont tout à fait relatifs, car ils dépendent :

1° De la composition du gaz;

2° Du mode d'allumage;

3° De la température.

M. Roszkowski a montré qu'un mélange ne détonant plus à 15°, quand on avait, pour un gaz donné, plus de 1 vol. de gaz et 12,25 vol. d'air, détonait encore à 300° quand on n'avait pas plus de 1 vol. de gaz et 13,1 vol. d'air.

L'admission d'une trop grande proportion d'air ne permet pas d'obtenir une combustion complète, et plus cette proportion augmente, plus le phénomène est incomplet. M. Witz a trouvé les résultats suivants :

| MÉLANGE TONNANT | | COMBUSTION INCOMPLÈTE |
|---|---|---|
| Gaz 1 vol. | Air 6 vol. | 0 |
| 1 | 9,4 | 7 p. 100 |
| 1 | 11,6 | 12 p. 100 |

Il y a donc là un facteur important, dont on devra tenir compte dans la conduite des moteurs à gaz.

**Température de combustion.** — Lorsque l'on connaît le nombre de calories dégagées par la combustion d'un mélange,

il est facile de trouver la *température de détonation,* c'est-à-dire la température que prendrait la totalité des produits formés, si l'intégralité des calories développées était employée à leur échauffement.

Pour cela, il suffit de connaître les chaleurs spécifiques des divers gaz entrant dans les résidus. En cas de combustion complète, ce sont la vapeur d'eau, l'acide carbonique et l'azote, et il ne faut pas oublier que la vapeur d'eau ne se condense pas aux températures auxquelles on arrive.

MM. Mallard et Lechatelier ont donné les chaleurs spécifiques à volume constant, $c$, pour des températures de 2 000°. Ils trouvent :

$c = 0{,}677$ pour l'unité de poids de vapeur d'eau
0,308 — — d'acide carbonique
0,215 — — d'azote

Soient $p$, $p'$ et $p''$ les poids de vapeur d'eau, d'acide carbonique et d'azote résiduels, et N le nombre des calories dégagées. Il est évident que la température est :

$$t = \frac{N}{0{,}677\,p + 0{,}308\,p' + 0{,}215\,p''}$$

On trouve aussi qu'avec un mélange, comportant la quantité d'air strictement nécessaire à la transformation du gaz, la température finale serait de 2 064° C, c'est-à-dire de 2 337°, absolus.

La contraction dans ce cas est de 6 p. 100.

Si, d'après la température, on calcule la pression des gaz d'après la formule :

$$\frac{P}{p} = \frac{T}{t}$$

dans laquelle P représente la pression finale :

$p$ la pression initiale
T la température absolue finale
$t$ — — initiale

en supposant $t = 273°$ c'est-à-dire 0° C., $\frac{P}{p} = n$ le nombre d'atmosphères, en partant de la pression de 760 mm. de mercure. On trouve alors $n = 8{,}6$ atmosphères.

A pression constante, M. Witz donne :

$T = 1\,869°$ absolus
$n = 6{,}8$ atmosphères.

Un mélange de 1 de gaz avec 10 volumes d'air donne :

| A VOLUME CONSTANT | A PRESSION CONSTANTE |
| --- | --- |
| $T = 1\,787°$ absolus | $T = 1\,452°$ absolus |
| $n = 6{,}5$ atmosphères | $n = 5{,}3$ atmosphères |

Les valeurs de $c$ pour une température finale de 1 500° ou environ, sont inférieures à celles du cas précédent :

$c = 0{,}59$ pour la vapeur d'eau
0,29 l'acide carbonique
0,20 l'azote

et la contraction est de 4 p. 100.

Ces données sont intéressantes, puisque le mélange des moteurs à explosion comporte, pour 1 volume de gaz, 6 à 10 volumes d'air.

Dans ce qui précède on peut négliger la contraction qui ne dépasse guère 5 p. 100 en moyenne. Nous n'avons pas tenu compte non plus de la combustion incomplète.

Si cette combustion incomplète est de $a$ p. 100, le poids $\pi$ de gaz produit ne détonera pas tout entier; mais seulement $\pi\,(100 - a)$. Par conséquent le nombre de calories dégagées sera proportionnel à $\pi\,(100 - a)$ et c'est ce nombre qui représentera la valeur de N. Cette chaleur dégagée échauffera :

1° La vapeur d'eau, l'acide carbonique et l'azote correspondant à la combustion de $\pi\,(100 - a)$ de gaz ;

2° $\pi a$ de gaz échappant à la combustion ;

3° $a$ p. 100 de l'air introduit et qui ne s'est pas combiné au poids $\pi a$ de gaz ;

4° L'air diluant s'il y en a.

Nous avons déjà mentionné l'influence de la compression. Nous la retrouvons ici.

Pour un même volume, si la pression est $x$ atmosphères, le poids de mélange accumulé est $x$ fois plus fort, donc le nombre de calories dégagées sera $Nx$.

Les poids résiduels $p\ p'\ p''$ deviennent $px, p'x, p''x$.

La température finale reste la même, mais dans la formule qui donne $n$

$$n = \frac{P}{p} = \frac{T}{t}$$

il est évident que $p = x$ ; donc dans ce cas P devient $P' = nx$.

C'est-à-dire que le *rapport des pressions* a toujours pour valeur le rapport $\frac{T}{t}$.

Dans un moteur à gaz, appelons :

$\pi$, le poids de gaz introduit ;

$\Pi$, le volume d'air nécessaire à sa combustion ;

$\Pi'$, l'excès d'air introduit ;

$a$, le coefficient de combustion incomplète ;

$\varpi$, le poids des gaz résiduels non expulsés et remplissant la chambre de détonation quand commence l'admission.

On voit que le gaz détone moins une proportion $a\pi$ et que l'air non utilisé se monte à $a\Pi + \Pi'$.

Le nombre de calories N dégagées par la combustion de $(100 - a)\ \pi$ de gaz doit donc porter à la température T :

1° La vapeur d'eau, l'acide carbonique et l'azote provenant de la détonation ;

2° Le poids $a\Pi + \Pi'$ d'air,

et élèvera de $\tau$ à T le poids $\varpi$ des gaz résiduels du cylindre, en appelant $\tau$ la température d'expulsion, facile à calculer, puisque c'est celle de la détente finale.

Si $u$ = volume de la chambre d'explosion
$v$ = — du cylindre
$Pu^K = P'(u + v)^K$
$Pu = m\ RT \quad P'(u + v) = mR\tau$ $m$ étant une constante.

ce qui permet d'obtenir $\tau$ en fonction de T

$$\tau = \mathrm{T}\left(\frac{u}{u+v}\right)^{\mathrm{K}-1}$$

On se rappelle que K est le coefficient convenant à la détente du gaz, et qu'il est égal à $\gamma$ dans le cas adiabatique.

En appelant $c$, $c'$ et $c''$ la chaleur spécifique de la vapeur d'eau, de l'acide carbonique et de l'azote, résultats de la détonation ;

$p$, $p'$, $p''$, les poids de ces éléments ;

$c_1$ et $c_2$, les chaleurs spécifiques du gaz et de l'air ;

$c_r$, $c'_r$, $c''_r$, celles de la vapeur d'eau, de l'acide carbonique et de l'azote entre $\tau$ et T,

on voit que :

1° On peut négliger la proportion d'air et de gaz provenant de combustion incomplète et existant à l'état résiduel dans l'espace $u$ ;

2° Connaissant leur température $\tau$ on peut calculer leur poids $p_r\, p'_r$ et $p''_r$ en admettant qu'ils remplissent l'espace $u$ à la pression atmosphérique et dans la proportion des produits de l'explosion.

Dans ces conditions on aura :

$$\mathrm{T}\,(pc + p'c' + p''c'') + \mathrm{T}\left[c_2\,(a\Pi + \Pi') + c_1\pi\,(100 - a)\right] + (\mathrm{T} - \tau)\,(p_r c_r + p'_r c'_r + p''_r c)''_r = \mathrm{N}$$

et remplaçant $\tau$ par sa valeur

$$\mathrm{T}\left(\frac{u}{u+v}\right)^{\mathrm{K}-1}$$

on aura

$$\frac{\mathrm{N}}{pc + p'c' + p''c'' + c_1\pi\left(100 - a\right) + c^2\left(a\,\Pi + \Pi'\right) + \left[1 - \left(\frac{u}{u+v}\right)^{\mathrm{K}-1}\right]\left(p_r c_r + p'_r c'_r + p''_r c''_r\right)}$$

formule très suffisamment approchée.

Dans la pratique on n'observe pas avec les instruments *ad hoc* les pressions calculées; il s'en faut notablement.

Voici quelques observations d'après M. Witz.

Dans une expérience faite sur une bombe, Dugald Clerk releva $n' = 7,5$ au lieu de $n = 8,6$ pour le cas du mélange théorique.

M. Tresca, avec un moteur Lenoir, obtint $n' = 4,87$ au lieu de $n = 6,5$.

Un moteur Dugald Clerk à compression préalable donna $n' = 16$ au lieu de $n = 19,5$

Un moteur Otto ne permit d'observer que $n = 12$ au lieu de $n = 15$.

Nous résumons ces observations ainsi :

| EXPÉRIENCES | $n$ | $n'$ | RAPPORT $\frac{n'}{n}$ |
|---|---|---|---|
| Bombe d'expérience . . . . . . | 8,6 | 7,5 | 0,87 |
| Moteur Lenoir. . . . . . . . . | 6,5 | 4,87 | 0,75 |
| — Dugald Clerk. . . . . . | 19,5 | 16 | 0,87 |
| — Otto. . . . . . . . . . . | 15 | 12 | 0,80 |

Autrefois on calculait la température T et la pression $n$ en supposant la chaleur spécifique constante. On arrivait à des résultats absolument en désaccord avec l'expérience. En tenant compte des travaux de M. Mallard et Le Chatelier, on voit que le *rendement d'observation* $\frac{n'}{n}$ est assez rationnel.

Toutefois, il ne faut pas oublier que dans la première partie de cet ouvrage nous avons montré avec MM. Vermand et Lucas, que les formules de la thermodynamique doivent avoir une autre forme. De plus, nous avons insisté sur les perturbations que peut produire la variation du coefficient de dilatation. Il y a là un facteur qui n'est pas négligeable, puisque la variation du coefficient de dilatation $\alpha$ entraîne une formule autre que $pv = RT$.

Malheureusement, nous n'avons pas de données (du moins nous n'en connaissons pas) sur la variation de $\alpha$ à de hautes températures, et tout ce que l'on peut dire c'est que le rapport $\frac{n'}{n}$ des pressions observées et calculées serait certainement différent s'il était possible de se servir de formules dans lesquelles on tiendrait compte des dilatations vraies, au lieu d'employer un coefficient pour lequel l'extrapolation, ordinairement usitée, est certainement exagérée.

Les observations que nous venons de présenter sont générales, mais les chiffres fournis ne s'appliquent qu'à un gaz d'éclairage de composition moyenne. Les résultats numériques varient donc avec chaque gaz ; de là, la nécessité d'essayer le combustible dont on dispose.

« La carburation permet aussi d'augmenter la puissance « calorifique d'un gaz donné : en le faisant barboter dans une « gazoline de densité 0,68 bouillant à 54°, j'ai pu l'enrichir « de 77 p. 100. Dix volumes d'air sont alors nécessaires pour « opérer une combustion complète. Ces procédés de com« bustion sont susceptibles d'application. » (A. Witz.)

La houille n'est pas le seul corps capable de fournir par distillation des gaz combustibles. Beaucoup de substances sont dans ce cas. On a même proposé le goudron que l'on obtient comme sous-produit dans la fabrication du gaz d'éclairage.

D'après certaines expériences faites en Angleterre, une tonne de goudron fournirait environ 450 mètres cubes de gaz riche, et un peu plus de 500 kilogrammes de coke. Il y a donc là une source d'énergie sérieuse pour les moteurs à gaz.

Lorsque l'on distille certaines substances telles que le bois, par exemple, lorsqu'on produit la combustion incomplète du carbone, ou lorsqu'on fait réagir de la vapeur d'eau sur du carbone incandescent, on obtient une série de produits gazeux pouvant former avec l'air des mélanges ton-

nants, quoique n'ayant pas l'énergie du gaz d'éclairage.

Lorsque l'on fait réagir de l'eau à l'état de vapeur sur du carbone incandescent, on peut obtenir un mélange d'hydrogène, d'acide carbonique et d'oxyde de carbone. La transformation peut se produire d'après les réactions indiquées par les formules :

$$2\,H^2O + C = 2\,H^2 + CO^2$$
$$H^2O + C = H^2 + CO$$

D'autre part, la vapeur d'eau réagit sur l'oxyde de carbone pour donner de l'acide carbonique et de l'hydrogène.

$$CO + H^2O = CO^2 + H^2$$

et le carbone décompose l'acide carbonique en dégageant de l'oxyde de carbone.

$$CO^2 + C = 2CO$$

On voit donc qu'en définitive il est possible d'obtenir un mélange d'hydrogène et d'oxyde de carbone.

Avec 36 kg. de vapeur d'eau et 24 kg. de charbon, on devrait obtenir : 4 kg. d'hydrogène et 56 kg. d'oxyde de carbone ; c'est-à-dire volumes égaux de H et de CO donnant à 760 mm., et 0°C. environ 89 mètres cubes. Ce gaz devrait dégager en brûlant 3 200 calories au mètre cube. Ces chiffres sont absolument théoriques, car on est obligé de maintenir la combustion au moyen d'injections d'air ; aussi le mélange définitif contient-il toujours de l'azote et de l'acide carbonique. La puissance calorifique du mètre cube se trouve réduite à 2 400 ou 2 800 calories.

Les appareils destinés à produire les gaz pauvres sont nombreux et connus sous le nom de *gazogènes*. Nous renvoyons le lecteur à l'ouvrage de M. Witz, *Moteurs à gaz et à pétrole*, où il en trouvera la description.

Avec l'appareil Strong, M. Moore a produit un gaz à l'eau dont voici les principales caractéristiques :

| | | |
|---|---|---|
| Hydrogène | 100 | 53 volumes. |
| Oxyde de carbone. . . . . . . . . . . | | 35 — |
| Carbures . . . . . . . . . . . . . . . . | | 4 — |
| Gaz inertes ($CO^2$ et Az) . . . . . . . | | 8 — |
| Densité . . . . . . . . . . . . . . . . . . | | 0,54 — |
| Pouvoir calorifique par m. c . . . . . . . . | | 2 500 calories. |
| 1 vol. de ce gaz nécessitait pour sa combustion | | 2 vol. d'air. |

Un gazogène Dowson, alimenté avec de l'anthracite du pays de Galles, fournissait un mélange tenant :

| | | |
|---|---|---|
| Hydrogène . . . . . . . . . . . . . . . | 18,73 | 44,42 |
| Oxyde de carbone . . . . . . . . . . . . | 25,07 | |
| Carbures . . . . . . . . . . . . . . . . | 0,62 | |
| Azote . . . . . . . . . . . . . . . . . . | 48,98 | 55,58 |
| Acide carbonique . . . . . . . . . . . | 6,57 | |
| Oxygène . . . . . . . . . . . . . . . . | 0,03 | |

Ce gaz avait une densité de 0,833 et dégageait à la combustion 1 432 calories par mètre cube.

M. Witz assigne les limites suivantes à ces mélanges :

| | |
|---|---|
| Hydrogène, moins que . . . . . . | 25 p. 100 du volume dégagé ; |
| Oxyde de carbone . . . . . . . . . | 18 à 25 |
| Volume total des gaz combustibles, moindre que . . . . . . . . . . | 48 p. 100. |
| Capacité calorifique . . . . . . . . | 1 350 à 1 500 calories. |
| Consommation d'anthracite par m. c. produit. . . . . . . . . . . . . | 250 grammes. |
| Coût du m. c. de gaz dans de bonnes conditions . . . . . . . . . . . | de 1 à 2 centimes. |
| Capacité minima des appareils avantageux, par heure . . . . . . . . | 25 m. c. |

Si l'on pouvait insuffler à travers un feu de coke une quantité bien dosée d'air, on obtiendrait un mélange tenant :

34,3 volumes d'oxyde de carbone
65,7 d'azote

Ce mélange, pesant 1 kg. 251 au mètre cube, dégagerait en brûlant 824 calories, et développerait une température de 1 915°.

Cette réaction n'est jamais complète; il reste de l'acide carbonique, et la présence de la vapeur d'eau entraîne celle de l'hydrogène.

Lorsqu'on emploie de la houille, il y a distillation et production de carbures riches tels que le gaz des marais et l'éthylène.

L'influence de la température à laquelle a lieu la combustion est considérable. Ledebur a montré qu'en faisant passer un courant d'acide carbonique sur du charbon de bois, au-dessous de 700° la quantité d'acide carbonique est plus forte que celle d'oxyde de carbone, bien qu'elle diminue quand la température s'élève. Au-dessus de 1 100° on obtient de l'oxyde de carbone presque pur.

Akermann s'est livré à des expériences qui, tout en donnant des chiffres différents, lui ont permis de conclure dans le même sens. *L'allure chaude favorise la production de l'oxyde de carbone.*

Bunte a montré que la présence de la vapeur d'eau tend à refroidir le gazogène, et, par suite, à favoriser la production de l'acide carbonique.

Toutefois les gaz produits, variant en proportions, le mélange semble avoir son maximum de puissance pour une injection de 660 gr. de vapeur d'eau par kilogramme de carbone brûlé. Ces chiffres ne sont pas absolus ; ils résultent d'expériences, et par suite de cas particuliers, mais on peut dire qu'il y a intérêt à employer le poids convenable de vapeur d'eau, tout en marchant à allure chaude, ce que l'on obtiendra facilement en utilisant les chaleurs perdues à la surchauffe des produits insufflés ou injectés.

Des carbones poreux et des charges perméables favorisent la production de l'oxyde de carbone, et pour agir dans

le même sens, il ne faut pas trop activer le courant d'air, de façon à prolonger le contact du comburant avec le combustible.

Voici d'après Grüner un tableau relatif à divers gaz pauvres :

| PRODUITS BRULÉS | Az | $CO^2$ | CO | H | POUVOIR calorifique par m³. |
|---|---|---|---|---|---|
| Charbon de bois. | 64,9 | 0,8 | 31,1 | 0,2 | 1 120 calories. |
| Bois. . . . . . | 55,2 | 11,6 | 34,5 | 0,7 | 1 156 — |
| Coke. . . . . . | 64,8 | 1,3 | 33,8 | 0,1 | 1 131 — |

Voici encore un relevé intéressant se rapportant à un gazogène Siemens, à un gazogène Lencauchez et à un gazogène Dowson :

| | GAZ SIEMENS | GAZ LENCAUCHEZ | GAZ DOWSON |
|---|---|---|---|
| | Houille à 32 p. 100 de produits volatils. | Anthracite à 12 p. 100 de produits volatils. | Anthracite anglais. |
| Hydrogène . . . . . . . | 16,85 | 20 | 18,4 |
| Oxyde de carbone . . . . | 22,75 | 21 | 26,8 |
| Gaz des marais . . . . . | 2,05 | 3,50 | » |
| Ethylène . . . . . . . . | » | 0,50 | » |
| Oxygène . . . . . . . . | » | 0,50 | » |
| Acide carbonique. . . . . | 4,55 | 5 | 7,2 |
| Azote. . . . . . . . . . | 53,80 | 49,50 | 47 |
| Pouvoir calorifique par m³. | 1 303 cal. | 1 519 | 1 346 |

Avec l'appareil Riché on a eu en distillant du bois un mélange défini par le tableau ci-après :

| COMPOSITION | EN VOLUMES | EN POIDS |
|---|---|---|
| Oxyde de carbone | 29,00 | 33,40 |
| Hydrogène | 44,20 | 4,80 |

| COMPOSITION | EN VOLUMES | EN POIDS |
|---|---|---|
| Gaz des marais | 14,47 | 10,80 |
| Acide carbonique | 21,33 | 51,00 |
| Azote et oxygène | traces | |
| Poids du mètre cube | 0,824 | |
| Pouvoir calorifique du m. c. | 2956 calories. | |

Nous répéterons ici ce que nous avons déjà dit pour la distillation du gaz de houille. La composition du mélange n'est pas constante; elle varie avec les phases de chaque période, et est fonction d'un grand nombre d'éléments; mais elle oscille autour d'une valeur moyenne.

Un fait à noter est que la puissance du moteur est fonction de l'énergie qu'on lui fournit. *Pour maintenir une force donnée, il faudra consommer d'autant plus de gaz que celui-ci sera plus pauvre. L'enrichissement* est donc avantageux. Partant de ce principe, M. Rose Hastings a mélangé au charbon maigre des substances susceptibles de donner, par distillation et décomposition, des hydrocarbures qui enrichissent les gaz pauvres.

Avec 505 kg. de charbon ordinaire
75 — de coke;
305 litres d'huile lourde.

On a obtenu 1 000 m³ de gaz ainsi composé :

| | | |
|---|---|---|
| Hydrogène | 44,67 | 100 |
| Oxyde de carbone | 15,35 | |
| Gaz des marais | 14,50 | |
| Hydrocarbures | 5,30 | |
| Azote et oxygène | 20,18 | |

Le pouvoir calorifique de ce gaz était de 4,197 calories par mètre cube.

**Gaz des hauts fourneaux.** — Depuis longtemps déjà les gaz qui s'échappent des hauts fourneaux dans lesquels on traite le minerai de fer sont utilisés au chauffage des chau-

dières et au réchauffage de l'air destiné à l'insufflation. Tout récemment on vient de s'apercevoir que les procédés employés ne constituaient pas une solution avantageuse de la question et qu'il vaut mieux utiliser les émanations gazeuses issues de ces hauts fourneaux comme gaz pauvres, c'est-à-dire s'en servir pour alimenter des moteurs à gaz.

M. Hubert a montré que la composition en poids d'un pareil gaz était :

| | |
|---|---|
| Azote | 50,12 |
| Acide carbonique | 13,95 |
| Oxyde de carbone | 27,90 |
| Hydrogène et carbures | 1,02 |
| Vapeur d'eau | 7,01 |

Un kilogramme d'un tel gaz dégage 820 calories au moment de la combustion, et la densité est à peine supérieure à celle de l'air. Par suite, 1 $m^3$ produirait 1 060 calories.

Dans d'autres cas, on arrive à des chiffres moindres, mais en moyenne on peut admettre 1 000 calories pour la combustion d'un mètre cube.

M. Hubert a estimé que par tonne de fonte produite on dégageait plus de 5 000 kg. de ces gaz, c'est-à-dire plus de 4 000 $m^3$.

Si on paye volontiers 15 centimes pour un mètre cube de gaz dégageant 5 000 calories, la valeur approximative du mètre cube dégageant 1 000 calories devrait être 3 cent. Or, par tonne de fonte, 4 000 $m^3$ à 3 centimes représentent une valeur de 120 fr. !

Malheureusement, les usines métallurgiques n'ont pas sous la main la demande nécessaire pour distribuer de la force motrice, et ces gaz, bons pour les moteurs, ne valent rien pour l'éclairage, au moins pour l'éclairage direct; aussi les évaluations ci-dessus restent platoniques et les grandes usines telles que celles de Cockerill à Seraing se bornent-

elles à utiliser pour leur propre usage l'énergie jusqu'à ce jour perdue.

Certes, la question de savoir si ces gaz peuvent actionner des machines destinées à produire l'électricité et par suite l'éclairage, ou provoquer, dans le même but, l'incandescence de substances *ad hoc* est une question des plus intéressantes. Mais nous ne pouvons nous en occuper ici, car nous poursuivons un tout autre but.

M. Witz a essayé des gaz de hauts fourneaux provenant de chez Cockerill et il a trouvé de 950 à 1 020 calories par unité. D'autres gaz, prélevés aux collecteurs des chaudières, ont fourni de 1 030 à 1 080 calories.

En Belgique, MM. Bailly et Kraft, en Angleterre M. Thwaite, en Allemagne M. von Œchelhaüser semblent être les promoteurs de l'idée. Quelques installations ont été faites. Les gaz sortant du gueulard sont épurés avant d'être admis dans les gazomètres et de travailler dans les cylindres.

A Wishaw, près de Glascow, la machine, mue par les gaz des hauts fourneaux, actionnait une dynamo et servait à l'éclairage. On a prétendu que le cheval électrique correspondait à une consommation de moins de 600 gr. de combustible dans le haut fourneau ! Ce résultat a besoin de vérification !

A Seraing, en 1898, on a mis en route un moteur de 150 ch. alimenté au moyen des gaz échappés du gueulard.

A Hœrde, en Westphalie, des essais analogues ont été couronnés de succès. Toutefois il ne faut pas oublier que les gaz entraînent beaucoup de poussière et M. Lürmann, d'Osnabrück, a évalué que, pour alimenter journellement un moteur de 100 chev., on y introduisait en même temps 29 kg. de poussières occupant un volume de plus de 100 litres.

Un autre écueil provient de l'irrégularité de composition des gaz.

Heureusement les problèmes qui se posent ne sont pas insolubles et l'ingéniosité des constructeurs ne manquera pas de triompher des difficultés de la question.

**Pétrole.** — L'utilisation du pétrole pour l'alimentation des moteurs à explosion a pris aujourd'hui un grand développement. Cela tient à ce que ce liquide, au moyen duquel on carbure l'air pour former un mélange tonnant, contient un grand pouvoir calorifique sous un petit volume. De plus, il est facile à manier et, aujourd'hui, on est assuré de le trouver partout ou tout au moins dans des localités assez peu distantes les unes des autres pour qu'on puisse se borner à emporter un approvisionnement toujours peu considérable.

*Propriétés physiques.* — Le pétrole est un produit naturel que l'on trouve en abondance dans le sein de la terre. Les gîtes en sont nombreux et beaucoup sont exploitables bien qu'aucun ne puisse rivaliser avec ceux du Caucase et des États-Unis. Nous renvoyons à l'ouvrage de M. H. Deutsch le lecteur curieux d'être édifié à cet égard.

Les huiles de pétrole naturelles ont des aspects fort divers. Tantôt elles sont fluides, tantôt denses et sirupeuses. La couleur, parfois brune, est souvent jaune ou verdâtre. On les soumet à un traitement (voy. H. Deutsch) dont la base est une distillation fractionnée qui a pour but de recueillir, en les condensant, les produits qui passent à diverses températures.

Suivant les degrés auxquels on opère, on recueille les éthers de pétrole, les essences de pétrole, les huiles lampantes, les huiles lourdes et enfin les résidus.

Les éthers de pétrole passent à la distillation au-dessous de 65 à 70° ;

Les essences de pétrole passent à la distillation entre 70 et 150° ;

Les huiles lampantes passent à la distillation entre 150 et 250° ;

Les huiles lourdes de pétrole passent à la distillation au-dessus de 250°.

Ces divisions sont purement arbitraires.

Les densités ont à peu près les valeurs suivantes :

| | |
|---|---|
| Ethers de pétrole | 0,590 à 0,660 |
| Essences (gazoline, ligroïne, etc) | 0,660 à 0,740 |
| Huiles lampantes | 0,740 à 0,850 |
| Huiles lourdes | 0,850 à 0,910 |

A volatilité égale la densité est un peu plus forte pour les produits du Caucase que pour ceux de Pensylvanie.

L'indice de réfraction varie comme la densité, c'est-à-dire en sens inverse du degré de volatilité ; il oscille entre 1,470 et 1,480.

Soumis à l'action du froid, ces divers produits résistent d'autant mieux que leur volatilité est plus grande. Un bon pétrole convenablement rectifié ne doit pas se congeler au-dessus de — 15°.

Le coefficient de dilatation varie en sens inverse de la densité.

La viscosité est variable.

La chaleur spécifique est voisine de 0,50.

La première étude intéressante faite sur les pétroles est due à Henri Sainte-Claire Deville.

Si comme lieux de production nous n'avons signalé que le Caucase et la Pensylvanie, il ne faut pas croire que ce soient là qu'on rencontre les seules gîtes pétrolifères Dans le reste des États-Unis, dans l'Amérique du Sud, au Pérou particulièrement, en Italie, en Galicie, à Java, en Perse, en Chine, etc., etc., on a déjà entamé un grand nombre d'exploitations dont quelques-unes sont devenues très importantes.

*Pouvoir calorifique.* — Voici quelques chiffres relatifs au pouvoir calorifique, d'après Sainte-Claire Deville, Deutsch, Robinson, etc.

| Densités. | | Calories. |
|---|---|---|
| 0,872 | Pétrole lourd de Virginie au kg . . . . . | 10 102 |
| 0,886 | — — de Pensylvanie. . . . . . . | 10 680 |
| 0,938 | Pétrole russe. . . . . . . . . . . . . . . | 10 750 |
| 0,928 | — de Bakou. . . . . . . . . . . . | 10 760 |
| 0,938 | — de Bakou. . . . . . . . . . . . | 11 200 |
| 0,884 | — russe. . . . . . . . . . . . . . | 12 650 |

*Composition.* — Les pétroles ne sont que de simples mélanges dans lesquels on rencontre :

Des hydrocarbures *saturés* ou *paraffinés* de la série forménique de formules $C^n H^{2n+2}$ ;

Des hydrocarbures de la série éthylénique (famille des oléfines) $C^n H^{2n}$.

Des hydrocarbures appartenant à la série acétylénique $C^n H^{2n-2}$ ;

Des hydrocarbures aromatiques $C^n H^{2n-6}$.

Les types de ces quatre séries sont : le *gaz des marais* $CH^4$, l'*éthylène* $C^2 H^4$, l'*acétylène* $C^2 H^2$ et la *benzine* $C^6 H^6$.

La composition moyennne des pétroles est en somme assez constante comme on peut s'en rendre compte par les chiffres suivants :

| N° | | DENSITÉ à 15°. | CARBONE | HYDROGÈNE | OXYGÈNE | POUVOIR calorifique |
|---|---|---|---|---|---|---|
| 1 | Pétrole américain . . . . . | 0,7955 | 85,11 | 14,24 | 0,65 | 1 0151 |
| 2 | Id. | 0,8231 | 84,23 | 15,44 | 0,30 | 1 1040 |
| 3 | Id. | 0,7971 | 84,54 | 14,08 | 1,38 | 1 0767 |
| 4 | Pétrole russe . | 0,8257 | 83,52 | 13,98 | 0,50 | 1 0878 |

La combustion du n° 2 exigeait 15,117 kg. ou 11 690 litres d'air.

A titre de renseignement, nous indiquons ce que la distillation fractionnée a donné pour le type n° 1 du précédent tableau :

| | | |
|---|---|---|
| Il a passé 15 p. 100 | de 15° | à 150° |
| 8,8 | 150° | 175° |
| 10,2 | 175° | 200° |
| 9,0 | 200° | 225° |
| 10,0 | 225° | 250° |
| 10,2 | 250° | 275° |
| 11,8 | 275° | 300° |
| 25,0, au-dessus de. . . . . | | 300° |

Suivant nature et provenance :

| | |
|---|---|
| Les essences de pétrole forment de. | 5 à 20 p. 100 du volume total. |
| Les huiles lampantes de . . . . . . | 7 à 45 — |

le reste est constitué par les huiles lourdes et les résidus.

Un pétrole lampant rectifié ne doit pas s'enflammer à 35° quand on passe rapidement une petite flamme à sa surface. Quelquefois ces pétroles sont falsifiés au moyen d'addition d'essences légères et d'huiles lourdes en proportions telles que la densité ne soit pas altérée.

« La température à laquelles une huile émet des vapeurs « inflammables s'appelle *point d'éclair* ou d'*inflammabilité* ; « la température à laquelle il faut porter une huile pour « qu'elle continue à brûler, après avoir été allumée, s'ap- « pelle *point d'ignition* (burning point). Dans le premier cas, « les portions volatilisées s'enflamment et l'action s'arrête « là ; dans le second l'inflammation se communique à l'huile, « qui continue à brûler à la surface. » (H. Deutsch.)

Nous ne pouvons pas dire grand'chose de la tension des vapeurs de pétrole, car la question est encore obscure.

| | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|
| A 15° | une huile de densité | 0,812 | a une tension | de vapeur de | 0 | mm. d'eau. |
| — | — | 0,780 | — | — | 15 | — |
| — | — | 0,756 | — | — | 125 | — |
| — | — | 0,680 | — | — | 1 185 | — |
| — | — | 0,650 | — | — | 2 110 | — |

A la température d'ébullition la tension de vapeur est d'une atmosphère.

**Emploi des pétroles.** — Plus la gazéification est facile et mieux le pétrole semble approprié à la marche des moteurs. Toutefois il ne faut pas en arriver à un degré de volatilité tel que la manipulation du liquide soit dangereuse. C'est pour cela que l'on écarte les éthers de pétrole et qu'on se borne aux essences.

Le pétrole lampant, de densité 0,8 ou environ, donne un bon rendement, mais jusqu'à ce jour on a éprouvé quelques difficultés à l'employer. La locomotion automobile se sert principalement d'essences de densités voisines de 0,700. Il est absolument regrettable qu'aucune étude complète n'ait été faite sur les tensions de vapeur de pétrole. Regnault a montré pour la vapeur d'eau combien la voie de ces études était fructueuse et intéressante et nous souhaitons ardemment qu'un savant, ayant à sa disposition un laboratoire convenablement outillé, se livre à des recherches dont les résultats intéresseraient grandement l'avenir de toute une industrie.

Regnault s'est occupé d'étudier la vapeur d'eau; pourquoi les constructeurs d'automobiles ne se réuniraient-ils pas en un comité semblable à celui des machines à vapeur? Pourquoi ne serait-ce pas cette association, toute désintéressée, qui donnerait l'impulsion en s'adressant, sous la protection de l'autorité, à un de ces laboratoires que l'État entretient en France. Nous désirons vivement voir cesser l'ignorance où nous nous trouvons et voir les constructeurs s'entendre sur un terrain où la question scientifique interviendrait seule en dehors de toute préoccupation commerciale.

**Alcool.** — Assez récemment, on a essayé de se servir de

la vapeur d'alcool pour alimenter les moteurs à explosion. Bien qu'au début on ait éprouvé quelques difficultés dans cet ordre d'idées, on a pourtant réussi d'une manière satisfaisante. Il suffit du reste de mentionner le procédé, pour qu'on en comprenne le fonctionnement.

Des subsides fournis par la Société d'Agriculture de Meaux ont permis de procéder à des expériences comparatives dont les résultats se trouvent consignés dans le livre de M. Witz. C'est à M. Ringelmann que l'on est redevable de ces expériences car c'est sur son initiative qu'elles ont eu lieu.

| | | Gazoline. | Alcool dénaturé. |
|---|---|---|---|
| Composition. . . | Carbone. . . . . . . . . . . | 84,3 | 41,5 |
| | Hydrogène. . . . . . . . . . | 15,7 | 13,0 |
| | Oxygène. . . . . . . . . . . | 0 | 45,5 |
| Densité à 15° . . . . . . . . . . . . . . . . . . . | | 0,708 | 0,834 |
| Température d'ébullition sous 767mm 1/2 de mercure. | | 88° | 78°,5 |
| Pouvoir calorifique par kg en calories. . . . . . | | 11 360 | 6 522 |
| Mètres cubes d'air pour brûler 1 kg. . . . . . . . | | 11,782 | 5,698 |
| Poids relatifs des consommations par cylindrée. . . | | 100 | 207 |
| Quantités de chaleur correspondantes. . . . . . . | | 100 | 119 |

Avec un moteur Brouhot à quatre temps, on a obtenu :

| | | Gazoline. | Alcool. |
|---|---|---|---|
| Consommations par chev.-h. effectif. | A vide. . . . | 1 040 gr. | 2 267 gr. |
| | A demi-charge. | 950 | 1 767 |
| | A plein . . . | 892 | 1 396 |

Avec un moteur Bentz à deux temps, les résultats ont été :

| | | Gazoline. | Alcool. |
|---|---|---|---|
| Consommations. . . | A vide . . . . . . . . . . | 328 gr. | 771 gr. |
| | A demi-charge. . . . . . . | 619 | 1097 |
| | A plein . . . . . . . . . . | 407 | 763 |

On voit qu'il faut environ deux fois plus d'alcool que de gazoline, pour arriver au même résultat.

En comptant l'alcool dénaturé à 1 fr. le litre, le pétrole

à 30 cent. le kg. et l'essence à 0 fr. 50, M. Witz donne les éléments suivants :

| | CONSOMMATION par cheval-heure. | PRIX du cheval-heure. |
|---|---|---|
| Pétrole lampant. . . . . . . . . . | 438 gr. | 0,16 fr. |
| Gazoline à 0 fr. 50 le litre. . . . . | 0,565 lit. ou 400 gr. | 0,28 — |
| Alcool dénaturé à 1 fr. le litre . . . | 0,906 — 756 — | 0,90 — |

En comptant l'alcool à 30 fr. l'hectolitre et le pétrole à 56 cent. le litre, M. Lévy, de Douai, montre que pour une dépense de 1 fr. on obtient

| | | |
|---|---|---|
| Avec l'alcool . . . . . . . . . . . . . . | 8 1/2 | chevaux |
| — l'essence de pétrole. . . . . . . . . | 13,60 | — |

En résumé, chez nous, en France, l'emploi de l'alcool est beaucoup plus coûteux.

En Allemagne, on a fait des essais à Berlin et les résultats en ont été différents. Prenant un moteur Otto d'environ 5 chevaux, on l'a alimenté avec de l'alcool à 90° dégageant 6 000 calories par kilogramme, en chiffres ronds. La consommation par cheval indiqué n'aurait été que de 0,540 kg., chiffre bien inférieur à celui trouvé par M. Ringelmann. Un autre essai a donné 620 gr. et un troisième 380 gr. Dans les conditions les plus favorables, le cheval effectif correspondrait à une consommation de 533 gr. d'alcool à l'heure, et au prix de ce produit en Allemagne le coût du cheval-heure serait légèrement inférieur à 15 centimes. Mais n'oublions pas qu'il s'agit d'expériences faites avec de l'alcool que l'on paie 20 fr. l'hectolitre.

En France, dans les conditions de fabrication où nous nous trouvons, et avec nos lois fiscales, il n'est pas permis, pour le moment du moins, d'obtenir de semblables résultats.

**Acétylène.** — L'acétylène, resté longtemps une curiosité de laboratoire, est mieux connu depuis qu'il est facile de l'obtenir au moyen de la réaction du carbure de calcium sur l'eau. C'est un gaz qui, pur, a une odeur éthérée assez agréable, particularité peu connue du public qui est persuadé que ce produit possède une odeur nauséabonde.

Disons de suite que cette odeur est due à la présence d'impuretés telles que l'hydrogène sulfuré et l'hydrogène phosphoré qu'accompagnent le gaz ammoniac, l'oxyde de carbone, l'azote, etc.

La densité est 0,91 ; donc un litre de ce gaz à 0° C. et sous la pression 760 pèse 1 169 gr., et 855 litres pèsent 1 kg.

A 0° la liquéfaction se produit sous la pression de 27 kg. Sous la pression ordinaire ce gaz se liquéfie à — 85°. Le liquide formé a une densité de 0,451.

La température critique est + 37° pour 70 atmosphères.

Sous la cloche eudiométrique, en présence de l'oxygène, il donne de la vapeur d'eau et de l'acide carbonique sous l'influence de l'étincelle électrique. La température produite, en cas de combustion complète, sans excès de gaz, est de 4 000° environ.

Un mélange d'air et d'acétylène devient tonnant dès qu'on a 0,75 vol. d'air pour 1 vol. d'acétylène. Il cesse de l'être si l'on prend 20 vol. d'air pour 1 vol. d'acétylène. Le mélange le plus tonnant correspond à 1 vol. d'acétylène et 12 vol. d'air.

D'après M. Lechatelier, la vitesse de propagation de la flamme est la suivante :

| MÉLANGES EN VOLUMES | VITESSE DE PROPAGATION PAR SECONDE |
|---|---|
| 2,9 p. 100 d'air | 0m,18 |
| 8 p. 100 | 5,00 |
| 10 p. 100 | 6,00 |

Il en résulte une puissance considérable au moment des explosions.

Ce gaz, qui est *endothermique* (formé avec absorption de

chaleur) dégage en brûlant 14 340 calories par mètre cube et 12 200 par kilogramme.

On le prépare en faisant réagir le carbure de calcium sur l'eau. L'acétylène se dégage en même temps qu'il se forme de l'hydrate de chaux.

$$CaC^2 + 2H^2O = CaO,H^2O + C^2H^2$$

Théoriquement 1 kg. de carbure réagissant sur 562 gr. d'eau produit 340 lit. de gaz. Pratiquement on en compte 300.

L'emploi de l'acétylène sous pression est dangereux dès qu'on dépasse 20 atmosphères. Quant à l'acétylène liquide, il constitue un explosif de tout premier ordre.

On a diminué les risques, en dissolvant ce gaz dans l'acétone qui, sous une pression de 12 kg., peut en absorber 300 vol. Sous la pression ordinaire, à 15°, l'absorption n'est que de 25 vol. environ, c'est-à-dire le 1/12.

Quand la solution passe de 15 à 50°, la pression ne fait que doubler, la solubilité diminuant de moitié.

A 15° le gaz se liquéfie sous 24 atmosphères. Une augmentation de 22° seulement fait passer la pression à 70 atmosphères. La pression triple ou environ.

On a essayé d'utiliser l'acétylène dans les moteurs à explosion, mais son pouvoir brisant est un obstacle sérieux à son usage. Il faut doser rigoureusement le mélange sous peine de voir le mécanisme bien vite hors de service.

M. Cuinat s'est livré à une série d'expériences avec un moteur de 6 chevaux et a trouvé que l'on consommait environ trois fois moins d'acétylène que de gaz pour arriver au même résultat. D'après M. Ravel, cette proportion serait trop forte et on devait employer 2 vol. de gaz de ville au lieu d'un d'acétylène.

Quoi qu'il en soit, le gaz d'éclairage coûte à Paris 30 centimes le mètre cube. En admettant les données favorables de M. Cuinat, il faudrait que l'acétylène coutât 90 centimes le

mètre cube pour qu'il y eût équilibre. Or, actuellement il faut compter tout près de 1,50 fr. pour le prix de revient de ce gaz dont l'emploi, par suite, n'est pas avantageux.

Au point de vue locomotion automobile, la question de dépense, du moins pour le touriste, est un peu secondaire. Examinons la question approvisionnement.

Pour emporter 1 $m^3$ d'acétylène en dissolution acétonique sous 12 kg. de pression il faudrait (1 litre d'acétone absorbant 300 litres d'acétylène) 3,333 lit. d'acétone, c'est-à-dire environ 3 kg. avec le récipient (densité de l'acétone 0,792).

Pour dégager 1 $m^3$ d'acétylène, il faut 3,333 kg. de carbure de calcium. Quant à l'eau, nous la figurons pour mémoire, car on la trouve partout.

Donc l'approvisionnement serait plus lourd dans le second cas que dans le premier.

Toutefois avec la dissolution acétonique :

1° Il faudrait conserver et transporter le liquide épuisé;

2° L'approvisionnement serait encore plus difficile que pour le carbure de calcium;

3° Le prix de revient serait plus élevé.

Enfin, un mètre cube d'acétylène dégage 14 340 calories à la détonation, c'est-à-dire autant que 1,400 kg. d'essence de pétrole (approximativement).

Donc en tout état de cause l'approvisionnement au pétrole sera beaucoup plus léger que l'approvisionnement nécessaire pour dégager l'acétylène.

Quant au gaz liquéfié, nous en parlons pour mémoire, en raison des dangers qu'entraîne sa manipulation.

Donc, même au point de vue commodité, en dehors de la question de prix, il y a intérêt à utiliser le pétrole plutôt que l'acétylène.

**Régime de la détonation.** — Nous avons déjà, à propos des

causes d'imperfection des cycles, fourni quelques renseignements au sujet de la vitesse de détonation. Nous allons revenir sur ce sujet en nous plaçant à un autre point de vue.

Comment varie la vitesse de combustion ?

MM. Mallard et Le Chatelier, A. Witz, Dugald Clerk, Grover, Slaby, etc., etc., se sont occupés de la question, et nous savons déjà :

1° Que la combustion peut s'opérer soit à pression constante, soit à volume constant, soit en vertu d'un régime mixte.

2° Que sa vitesse varie avec la nature du mélange, et suivant la température et la pression.

**Détonation à pression constante.** — Supposons un cylindre GBAH (fig. 98,) dans lequel peut se mouvoir un piston

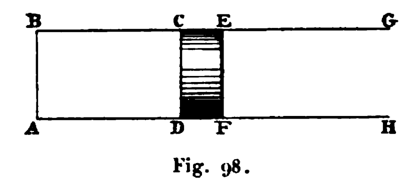


Fig. 98.

CDFE. Dans la capacité ABCD introduisons à une pression initiale $p_i$ le gaz à étudier. Sur la face FE du piston, exerçons une pression constante, quelle que soit sa position. Cette condition sera réalisée si le cylindre est vertical, et si le piston agit par son poids, ou si on met la face EF en communication avec une enceinte où la pression est maintenue constante, et devant le volume de laquelle le volume engendré par le piston sera négligeable.

Imaginons que l'inflammation soit communiquée au mélange *homogène* suivant la face CD. Dans cette hypothèse, le gaz brûlerait par tranches, et la combustion se propagerait vers la gauche de la figure. Au fur et à mesure que le gaz brûlerait, le piston serait chassé vers la droite. Si donc on relève les pressions au moyen d'un indicateur, et si on enre-

gistre les temps en inscrivant les vibrations d'un diapason, dispositif bien connu en physique expérimentale, on devra constater, en négligeant les perturbations :

1° Que la pression est constante ;

2° Qu'au bout d'un certain temps cette pression diminue, et ceci arrive lorsque la combustion est terminée.

Le nombre d'ondulations du diapason indique la durée du phénomène en fractions de seconde.

L'intensité de la pression constante dépend de la charge constante du piston mobile.

Si au lieu de produire l'inflammation du côté du piston, on la produisait à l'autre extrémité, le résultat serait le même.

En général, on détermine la déflagration en un point, et non pas suivant un plan. Il en résulte que la propagation a lieu, non plus suivant des tranches, mais suivant des surfaces sphériques dont le centre est le point d'ignition. Dans un espace indéfini, la quantité de gaz transformé serait, pour un instant donné, en rapport avec la surface de la sphère de rayon R correspondante, c'est-à-dire $4 \pi R^2$.

Dans le cas de la propagation par tranches dans un milieu homogène, on constaterait que la vitesse de détonation est constante, et que la quantité de gaz transformés est proportionnelle au temps.

Dans le cas d'un espace indéfini, la vitesse de combustion serait constante suivant un rayon. Donc $R = vt$, $v$ étant la vitesse de propagation pour le mélange donné et $t$ le temps. Les gaz transformés dépendraient de la surface $4 \pi R^2 = 4 \pi v^2 t^2$, c'est-à-dire seraient proportionnels au carré du temps.

Dans la pratique, en provoquant l'allumage dans le fond d'un cylindre, le régime initial participe du second cas. Mais au bout d'un certain temps, généralement très court, les portions sphériques de propagation peuvent être assimilées à

des plans, un peu déformés, et le régime participe du cas d'abord examiné.

On atténuera les effets perturbateurs du début, en diminuant le diamètre du cylindre et en augmentant sa longueur.

Il va sans dire que, durant ces expériences, le cylindre doit être muni d'une enveloppe calorifuge, de façon à éviter autant que possible les pertes par rayonnement. Du reste nous ne faisons qu'indiquer le principe de la question, dont l'étude est du domaine de la physique, bien plus que de celui de l'industrie.

En faisant varier la nature, les proportions, la température et la pression du mélange, on finira par recueillir les données nécessaires.

**Détonation à volume constant.** — Voyons maintenant ce qui se passe sous volume constant.

Nous supposerons un cylindre assez allongé pour qu'on puisse considérer la combustion comme se propageant par tranches (fig. 99), l'allumage ayant lieu en AB. Soit ABDC

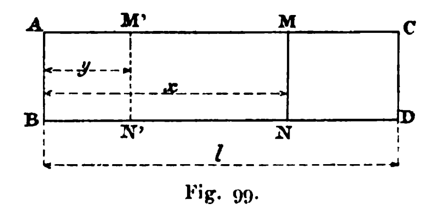



Fig. 99.

le cylindre de volume constant et MN la tranche en combustion. En supposant le mélange homogène et la propagation régulière ABNM est rempli de gaz brûlés à la pression P et MNDC de gaz non brûlés la pression P. La pression initiale étant $P_i$, on voit que les gaz brûlés (ABNM) occupaient l'espace ABN'M' avant la combustion à la pression $P_i$ tandis que l'espace MNDC résulte de la compression du volume M'N'DC à la pression $P_i$.

Soient : $x$ la distance de la tranche MN″ au fond du cylindre ; $y$ la distance de la tranche M′N′ au fond du cylindre.

Nous supposerons des évolutions adiabatiques suivant la formule $pv^K =$ const.

On a évidemment :

$$P_i y^K = P x^K$$

De même

$$P_i (\lambda - y)^K = P (\lambda - x)^K$$

$\lambda$ désigne la longueur du cylindre.

Il est clair que la pression varie constamment à droite de la tranche MN et la vitesse de propagation de AB et CD sera $\frac{dx}{dt}$, $t$ représentant le temps. On peut admettre que $v$ est fonction de P, donc :

$$\frac{dx}{dt} = f(P) \quad \text{ou } v = f(P)$$

en éliminant $y$ entre les équations précédentes on a successivement

$$y = x \sqrt[K]{\frac{P}{P_i}} = x \left(\frac{P}{P_i}\right)^{\frac{1}{K}}.$$

et $$P_i \left[\lambda - x \left(\frac{P}{P_i}\right)^{\frac{1}{K}}\right]^K = P (\lambda - x)^K$$

équation qui donne P. Or $P = \varphi(x)$, donc

$$v = f[\varphi(x)] = F(x).$$

donc $\frac{dx}{dt} = F(x)$ et la durée de l'explosion $t = \int_0^\lambda \frac{dx}{F(x)}$

La vitesse de propagation dépend donc non seulement de la vitesse de combustion, mais du déplacement de la tranche MN sous l'influence de l'augmentation de pression due à la déflagration des gaz. La vitesse de combustion elle-même augmente avec la pression et comme la tranche MNDC se comprime de plus en plus, il en résulte que MN se déplace plus rapidement vers la droite.

Donc : *Sous volume constant, la vitesse de détonation d'une même masse d'un même mélange tonnant est plus grande que sous pression constante, dans des conditions identiques de température et de pression initiales.*

Cette vitesse diminuera si la pression P diminue, par exemple s'il y a des pertes de calorique; c'est ce qui arrive dans les moteurs dont les cylindres, par rayonnement ou par cession de calorique à l'eau ambiante, refroidissent les gaz.

Pour faire l'expérience on relèvera de la même façon que précédemment :

1° Les pressions au moyen d'un indicateur;

2° Les temps au moyen des vibrations d'un diapason.

La durée de l'explosion sera caractérisée par l'augmentation de pression et la fin en sera indiquée par la chute de pression.

Si, au lieu d'allumer en AB, on allume au milieu en EF (fig. 100), la propagation sera symétrique à droite et à gauche

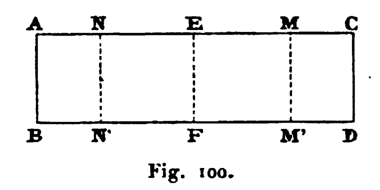



Fig. 100.

et par suite tout se passera comme si on avait deux cylindres isolés ABFE, EFDC, chacun ayant pour longueur la moitié de AC. La durée de l'explosion totale sera donc diminuée puisque à une propagation unique on en aura substitué deux ayant chacune un chemin moitié moindre à parcourir.

**Application aux moteurs.** — Nous avons vu dans l'étude des diagrammes quelle importance capitale il y a à avoir une explosion rapide de façon à se rapprocher autant que possible du régime à volume constant. Une solution pour obtenir ce desideratum est de *multiplier les points d'allumage*,

en les disposant de telle façon que la déflagration puisse s'effectuer plus promptement. Dans la figure 100 nous avons supposé l'allumage effectué suivant un plan médian EF, mais il pourrait l'être suivant des tranches MM' et NN' situées au quart et aux trois quarts de AC à partir de A.

NN' jouerait par rapport au volume ABEF, et MM' par rapport au volume EFCD, le même rôle que EF par rapport à ABCD.

On aurait quatre ondes se propageant deux à deux à partir de MM' et de NN', c'est-à-dire qu'au lieu de faire brûler de bout en bout un cylindre de longueur AC on ferait déflagrer simultanément quatre cylindres de longueur $\frac{AC}{4}$, car par suite de la répartition symétrique des pressions la tranche médiane EF ne bougerait pas.

Nous insistons sur ce point.

*Multiplier et bien répartir les points d'allumage pour augmenter la rapidité de la déflagration.*

Remarquons en terminant ce chapitre, qu'il ne suffit pas d'étudier les explosions, en faisant varier la nature et la richesse des mélanges ainsi que la pression initiale, mais qu'il faudrait tenir compte de la température.

Si l'on chauffe un mélange sous volume constant sa pression augmente

Si l'opération a lieu *sous pression constante*, le volume augmente.

Il serait intéressant de voir entreprendre une série d'expériences, où l'on noterait soigneusement les dosages des mélanges, leurs pressions et leurs températures initiales, et de fixer les résultats par des tables, des formules et des courbes que chacun pourrait consulter et utiliser.

---

# CHAPITRE VIII

## COMPARAISON ET ESSAIS DES MOTEURS ET DES VOITURES AUTOMOBILES

---

Du calcul des moteurs à gaz.

De la puissance des moteurs. — Mesure du travail indiqué. — Évaluation des diagrammes. — Mesure du travail utile. — Évaluation des pertes dues au refroidissement. — Pertes dues à l'échappement. — Données diverses.

Comparaison des divers moteurs. — Considérations relatives aux moteurs à deux, quatre et six temps.

Des essais des véhicules automobiles. — Des essais sur la route, et des courses.

---

# CHAPITRE VIII

## COMPARAISON ET ESSAIS DES MOTEURS ET DES VOITURES AUTOMOBILES

**Du calcul des moteurs à gaz.** — Lorsqu'il s'agit de construire un moteur, le problème est de produire une machine de force donnée. Mais il faut bien vite dire qu'il est fort difficile d'arriver à ce résultat pour les moteurs à gaz, tandis que pour la machine à vapeur les solutions sont plus satisfaisantes.

Tout d'abord il faut se fixer le régime, c'est-à-dire choisir entre les divers types existants. Dans certains cas on voudra un moteur à quatre temps du type ordinaire, dans un autre une machine à deux temps ; il peut arriver qu'on veuille faire de la compression préalable, etc., etc.

En tout état de cause ce choix n'a que peu de chose à voir avec le problème de construction. Il est déterminé par des considérations relatives au service que l'on compte exiger de la machine. L'expérience a montré que tel ou tel type convenait mieux que tel ou tel autre pour un travail visé, et les *calculs d'établissement* ne peuvent être faits que lorsqu'on a procédé à cette sélection.

Examinons les conditions du problème.

Tout d'abord *on se trouve en présence d'un combustible de nature souvent variable.* C'est ce qui arrive avec le gaz d'éclairage, aliment des machines fixes, et le pétrole qu'emploient les conducteurs d'automobiles est loin d'avoir une

composition constante. L'alcool et l'acétylène, que l'on écarte généralement par raison d'économie, resteraient plus identiques.

*Le mélange avec l'air n'est nullement constant.* Si l'on consulte les ouvrages où se trouvent les descriptions des appareils d'alimentation, on verra qu'il n'y a pas de dosage rigoureux, et que le mélange peut varier dans de larges proportions.

Il suffit de mentionner le fait pour qu'on s'aperçoive qu'il est évident. Serrant de plus près les conditions du transport automobile, et envisageant les conditions dans lesquelles fonctionnent les carburateurs, il y a lieu de tenir compte de trois facteurs importants qui sont : la pression, la température et la vitesse d'aspiration.

Il ne faut pas oublier que l'aspiration est fonction du volume du cylindre, lequel est une constante pour une machine déterminée. L'admission, fonction de ce volume, sera donc en raison inverse de la densité, c'est-à-dire du poids. Or, comme l'énergie développée est proportionnelle au poids de mélange introduit (pour un mélange défini), il en résulte que la puissance du moteur diminuera avec la pression atmosphérique. Donc un moteur fonctionnant à Paris et à Mexico (où l'altitude dépasse 2 000 mètres) ne produira pas le même travail avec le même mélange, car les admissions, égales en volume, seraient loin d'être comparables en poids.

La température agit dans le même sens, puisque l'échauffement d'une masse gazeuse, sous pression constante, détermine une augmentation de volume, c'est-à-dire une diminution de densité.

De plus, avec un carburateur, l'élévation de l'échelle thermométrique favorise la vaporisation de l'essence, tandis que le froid tend à l'enrayer.

Remarquons à ce propos que l'évaporation d'une masse de pétrole tend à la refroidir, et par suite à diminuer progres-

sivement la tension de vapeur, d'où avantage à réchauffer la masse.

Enfin, il y a lieu de tenir compte d'un facteur que l'on a souvent négligé : nous voulons parler de la vitesse avec laquelle on veut produire le mélange.

Il ne faut pas oublier que le phénomène de vaporisation n'est pas absolument instantané, et, bien que l'admission ne soit qu'intermittente, il n'en est pas moins vrai que, même dans des conditions égales de température et de pression, avec un appareil maintenu identique à lui-même, l'air carburé ne conservera pas le même degré de saturation si l'on fait varier le débit en agissant sur l'aspiration.

A côté de ces considérations viennent se placer celles qui concernent l'allumage et la détente.

Nous en avons assez dit précédemment, pour ne pas être obligé de revenir sur ce sujet. Les ratés sont fréquents, et les allumages souvent irréguliers. Suivant que le mélange est plus ou moins homogène, on voit varier le régime de la détonation, et par suite la détente elle-même.

Quant à l'action de la paroi elle est considérable. Avec des cylindres à circulation, elle est fonction de la température de l'eau qui, généralement, varie avec les saisons, et l'emploi des ailettes comporte un refroidissement par contact avec l'atmosphère, ce qui entraîne des irrégularités suivant les oscillations de l'échelle thermométrique.

Lorsque nous avons étudié les conditions d'utilisation de l'énergie développée, nous avons vu que les pertes étaient grandes. En chiffres très ronds et dans le but de se rappeler sans hésitation le quantum des utilisations et des pertes, nous dirons que sur 100 unités calorifiques développées, on peut avoir :

| | | |
|---|---|---|
| Pertes par influence des parois. . | 50 p. 100 | 80 p. 100 |
| — par les gaz éliminés . . . | 30 | |
| Utilisation. . . . . . . . . . . | | 20 p. 100 |

Mais ces proportions peuvent varier avec le degré de carburation, c'est-à-dire suivant la richesse du mélange, avec le travail demandé au moteur, avec les dispositifs adoptés, etc.

Enfin, il ne faut pas oublier que la condition dans laquelle fonctionne le cycle des moteurs à gaz, est contradictoire.

Au point de vue du rendement, il faudrait :

1° Éviter le refroidissement de l'enceinte où ont lieu la détonation et la détente;

2° Introduire le plus grand poids de gaz possible pour obtenir le maximum de travail, abstraction faite du rendement;

3° Maintenir le mélange au point de saturation le plus avantageux;

4° Diminuer toutes les causes pouvant produire l'altération du cycle.

Mais il est bien évident qu'on est limité en sens inverse par l'imperfection des dispositifs et la nécessité de maintenir le mécanisme en bon état; d'où obligation de refroidir le cylindre pour en éviter l'oxydation au contact de l'air. L'augmentation démesurée de la température des parois entraînerait, outre des grippements, une grande diminution de la résistance du métal.

Autre contradiction : le cylindre doit présenter, pour un volume donné, le minimum de surface; pour profiter du travail de détente il faudrait, allonger la course, ce qui, du reste, entraîne des modifications dans l'admission. Bref, pour toutes ces causes, le *calcul proprement dit des moteurs à gaz n'existe pas*. Les premières machines ont été établies sans calculs préalables et l'on a toujours un peu procédé par imitation.

Cela ne veut pas dire qu'il faille entièrement renoncer aux considérations théoriques et l'on pourra toujours se faire une idée de la force d'un moteur en faisant entrer en ligne de compte :

1° La nature du mélange à admettre (composition moyenne);

2° Le volume du cylindre;

3° La compression à obtenir laquelle est fonction du rapport de la chambre de détonation au volume du cylindre;

4° Un rendement moyen qu'on admettra d'environ 15 p. 100.

Il est dès lors possible, en considérant les éléments 1° et 3° de calculer ou de prendre dans les tables la température et la pression pratiquement développées, puis de construire le diagramme théorique ainsi que nous l'avons montré au chapitre II, en tenant compte des modifications résultant des études relatées dans le chapitre III.

Voici quelques types d'après M. Witz :

| | MOTEUR DUGALD CLERK | MOTEUR BENZ | MOTEUR KŒRTING |
|---|---|---|---|
| Puissance | 8 chev. | 2 chev. | 3 chev. |
| Nombre de tours par minute | 150 | 150 | 119 |
| Diamètre du cylindre de travail | 178 mm. | 140 mm. | 180 mm. |
| Course du même | 304 mm. | 280 mm. | 360 mm. |
| Diamètre du cylindre compresseur | 178 mm. | | 150 mm. |
| Course du même | 457 mm. | | |

En posant :

$d$ = diamètre du cylindre;

$\lambda$ = course des pistons;

$n$ = nombre de tours par minute;

N = puissance des moteurs en chevaux;

M. Hospitalier donne

$$N = (3,49 \text{ à } 4,36)\, n\lambda d^2$$

D'après M. Witz

$$N = 2,8\, n\lambda d^2$$

M. Ringelmann propose

$$N = 3,37\, n\lambda d^2$$

MM. Vigreux, Milandre et Bouquet adoptent

$$N = 3{,}22\ n\lambda d^2$$

Du reste, l'incertitude qui règne dans les formules montre bien qu'elles n'ont qu'une exactitude relative. Nous estimons que l'expression $N = \frac{1}{3}\ n\lambda d^2$ est satisfaisante.

Sous une autre forme M. Witz appelle $p_m$ la pression moyenne, K le rendement organique, S la surface du piston dont C est la course, et $n$ le nombre de tours par minute, puis il exprime ainsi la puissance en chevaux :

$$N = np_m \frac{KSC}{9\,000}$$

M. Ringelman, tenant compte du pouvoir calorifique du pétrole, appelle V le volume engendré et désignant par $n$ le nombre de tours par minute, écrit :

$$N = 0{,}0043\ n\ V.$$

Mais il est bien entendu qu'il s'agit là du travail disponible total et le travail *disponible aux jantes* n'est qu'une fraction de celui-là. Le rendement correspondant peut varier de 75 à 50 p. 100.

Or, c'est ce travail à la jante qui doit vaincre les résistances dont nous avons donné l'expression page 260.

**De la puissance des moteurs.** — L'énergie totale, fournie à un moteur, est loin, comme nous l'avons déjà expliqué, d'être tranformée tout entière en travail utile. Une grande quantité se perd en route, soit par suite des moyens d'utilisation, soit à cause des circonstances au milieu desquelles le cycle évolue, soit enfin à cause des résistances passives, toutes causes qui interviennent pour restreindre le rendement de la machine.

Tout d'abord nous savons que les gaz évoluent entre

la température maxima T et la température minima T′. Le rendement maximum des gaz serait celui que l'on obtiendrait en les faisant travailler suivant un cycle de Carnot (v. p. 47). Si l'on appelle $\mathcal{T}_m$ le travail produit pendant cette évolution, on peut appeler cette quantité le *travail disponible maximum*.

Mais, d'autre part, ce cycle ne peut être obtenu dans une machine conçue sur le plan de celles que nous faisons journellement travailler.

En effet, un cycle de Carnot comporte, en partant du volume minimum, et de la pression maxima :

1° Une détente isothermique,

2° Une détente adiabatique,

3° Une compression isothermique,

4° Une compression adiabatique.

Or, dans la machine à gaz, nous trouvons pour un moteur à quatre temps :

1° Une détente que, dans le cas théorique, on suppose adiabatique,

2° Un échappement que nous admettons instantané,

3° Une expulsion des gaz brûlés,

4° Une admission de mélange,

5° Une compression qui devrait être adiabatique,

6° Une augmentation de pression qui se produirait sous volume constant, si la détonation était instantanée.

Au bout de la phase, on se retrouve dans les mêmes conditions qu'à la fin de la phase précédente.

Nous avons vu que le cycle, dont la surface du diagramme figuratif représente le travail, comporte théoriquement :

1° Détente adiabatique de T à $T_f$,

2° Chute de pression à volume constant de $T_f$ à $T^t$,

3° Compression adiabatique de T à $T_2$,

4° Augmentation de pression à volume constant de $T_2$ à T.

Le cycle de Carnot fonctionnerait ici entre T et T, car $T_t$ représente T′ température minima.

On voit donc :

1° Que la détente adiabatique, au lieu de se faire de T à $T_i$ s'arrête à $T_f$; d'où diminution du travail,

2° Que la compression adiabatique de T' à T est remplacée par la compression de T à $T_2$ et que $T_2$ est moindre que T, d'où diminution également,

3° Que la compression et la détente isothermiques font place à des variations à volume constant.

Nous avons vu comment on calculait le travail correspondant à un pareil cycle, appelons-le $\mathcal{T}_t$, c'est le travail théorique du cycle.

Mais il a été établi que le fonctionnement d'un pareil cycle était impossible, parce que tout d'abord ni la détonation ni l'échappement ne sont instantanés, puis parce que les détentes n'ont pas lieu en vertu de la relation $pv^\gamma =$ const., mais d'après la loi approchée $pv^K =$ constante, K ayant une valeur numérique appropriée.

Ajoutons qu'il est à peu près impossible de fixer à l'avance ces éléments. Toutefois, en appelant $\alpha$ un coefficient plus petit que l'unité, le travail maximum possible serait $\alpha\,\mathcal{T}_t$ que nous désignerons par $\mathcal{T}_p$.

Dans la pratique on n'atteindra jamais cette valeur $\mathcal{T}_p$ et suivant les conditions de marche on ne pourra obtenir qu'un travail $\mathcal{T}_i$ pour le cycle représentant la marche au moment considéré.

Cette quantité $\mathcal{T}_i$ dépendra de la valeur de K qui peut varier suivant les circonstances, de la rapidité de la détonation, de la température, de la pression, du plus ou moins bon état des organes mis en jeu, etc., etc. Bref $\mathcal{T}_i$ représente la somme d'énergie développée réellement derrière le piston.

Mais cela n'est pas tout. Cette énergie doit être transformée en travail utile $\mathcal{T}_u$, c'est-à-dire en un certain nombre de kilogrammètres à prendre sur l'arbre moteur pour les utiliser.

La différence entre $\mathcal{T}_i$ et $\mathcal{T}_u$ est absorbée par les résistances du moteur. Cette perte peut se diviser en deux éléments, l'une fixe, l'autre proportionnelle à $\mathcal{T}_i$.

En regardant de près ce que nous venons de dire, on voit que :

L'expression $\frac{\mathcal{T}_t}{\mathcal{T}_m}$, qui représente le rapport du travail maximum disponible au travail théorique, caractérise le mode d'utilisation, c'est-à-dire qu'il définit le cycle par rapport à celui de Carnot.

Le rapport $\frac{\mathcal{T}_p}{\mathcal{T}_t}$ dépend non plus du mode d'emploi mais de la nature de l'évolution, en supposant le mécanisme parfait.

$\frac{\mathcal{T}_i}{\mathcal{T}_p}$ caractérise au contraire les conditions de marche,

et $\frac{\mathcal{T}_u}{\mathcal{T}_i}$ dépend de la nature et de la qualité du mécanisme.

En réalité, les éléments nécessaires pour apprécier la marche d'un moteur sont les suivantes :

1° Nature du combustible employé ;

2° Quantités consommées ;

3° Énergie développée ;

4° Travail indiqué $\mathcal{T}_i$ ;

5° Travail utile $\mathcal{T}_u$ ;

6° Évaluation des pertes par refroidissement ;

7° Évaluation des pertes à l'échappement.

Le premier de ces éléments est facile à apprécier. De même le second ; s'il s'agit d'un gaz, on peut employer un compteur ; s'il s'agit d'un liquide, il suffit de le peser avant et après l'opération. Quant à l'énergie développée par la détonation on la mesurera au moyen des méthodes calorimétriques.

Nous nous bornerons donc à fournir quelques renseignements sur les autres termes du problème.

**Mesure du travail indiqué.** — On le mesure généralement au moyen de l'indicateur de Watt ou en employant tout autre instrument dérivé de celui-là. Un *indicateur* consiste essentiellement en une petite capacité cylindrique dans laquelle peut se mouvoir un piston dont la face inférieure reçoit librement l'action de la pression développée dans le cylindre moteur. Les mouvements de ce piston sont guidés suivant la verticale par des ressorts et ce piston détermine le mouvement d'une pointe devant une feuille de papier ou de carton qui se déplace en suivant les oscillations du piston moteur et sur laquelle elle laisse une trace.

En général, on emploie un papier recouvert de blanc de zinc et la pointe traçante y marque son chemin. On fixe ce papier sur un tableau que l'on relie (en réduisant l'amplitude du mouvement) à la crosse de la tige du piston moteur au moyen d'un fil. Lorsque le piston tire le fil, les déplacements du tableau sont proportionnels à ceux du piston. Lorsque celui-ci revient en arrière, un ressort antagoniste ramène le tableau en place, et la série de ces opérations peut durer autant que l'on veut.

Au lieu de disposer le papier sur un tableau oscillant, on peut l'enrouler sur deux cylindres animés d'un mouvement uniforme. Dans ces conditions, les pressions enregistrées sont proportionnelles au temps, le papier se déplaçant d'un cylindre à l'autre. Du reste, avec l'indicateur synchrone des mouvements du piston, il est assez facile de mesurer le temps. En effet, on sait que l'abscisse a pour valeur $a\text{R}(1 - \cos \omega)$, $a$ étant un coefficient numérique et R le rayon de la manivelle; de plus, $\omega$ est proportionnel au temps. Le calcul sera donc facile, si le mouvement communiqué à l'arbre est uniforme.

Mais on peut procéder à une mesure directe en faisant vibrer devant le papier enregistreur un diapason armé à l'une de ses extrémités d'un style dont la pointe tracera une courbe sur le papier de contrôle ou sur un cylindre enduit

de noir de fumée. Plus les déplacements du papier seront lents et plus serrées seront les ondulations tracées.

Il est à remarquer que ce dispositif serait sans grande valeur avec le tableau de Watt, car les ondes se superposeraient bien vite au point de rendre la courbe absolument illisible. Dans ce cas, l'évaluation du temps d'après la valeur de l'abscisse est bien suffisante.

Au contraire, l'enregistrement de la courbe correspondant à $\mathcal{C}_i$ se fait assez nettement après un certain nombre d'oscillations. Les tracés se superposent malgré quelques écarts, et on en peut facilement faire le relevé.

M. Marcel Deprez est l'auteur d'une méthode optique des plus ingénieuses. Il prend un miroir qu'il rend solidaire des déplacements du piston moteur et des variations de celui de l'indicateur ; puis il laisse tomber sur ce miroir un pinceau de lumière qui, réfléchi par le miroir, va tracer sur un écran une courbe facilement visible à cause de la rapidité du déplacement et de la persistance de l'impression sur la rétine. Il est, du reste, facile de matérialiser cette courbe en la fixant sur l'écran au moyen d'un crayon que l'on promène sur la ligne lumineuse.

Dans ce qui précède, nous venons de supposer que la rotation de l'arbre moteur était constante. Dans la pratique, il n'en n'est pas ainsi. On peut le constater en faisant vibrer un diapason dont l'une des branches est armée d'une pointe devant un cylindre recouvert de noir de fumée et dont le mouvement est égal ou proportionnel à celui de l'axe que l'on se propose d'étudier. Pour éviter la superposition des ondes, il convient d'animer soit le diapason soit le tambour d'un certain mouvement de déplacement. On détermine ainsi, sur le cylindre, une ligne ondulée continue dont l'examen fournit des indications sur le problème étudié.

Quels que soient les moyens employés, voyons maintenant comment on se sert du diagramme tracé.

**Évaluation des diagrammes.** — Supposons que nous ayons relevé un diagramme que nous représentons par la figure 101. Nous savons que sa surface est proportionnelle au travail développé et nous voulons la mesurer.

Il importe d'en chercher l'ordonnée moyenne $p$, c'est-à-dire une ordonnée telle que son produit par l'abscisse totale de la courbe en représente la surface.

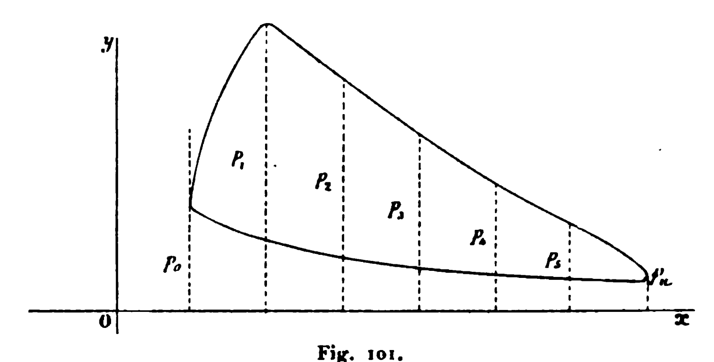



Fig. 101.

Considérons les ordonnées limites $p_0$ et $p_n$, et traçons $(n - 1)$ ordonnée équidistantes, déterminant ainsi $n$ portions dans la courbe.

Mesurant ces ordonnées, la formule de Simpson donne :

$$p = \frac{1}{2n}\left[p_0 + 4\left(p_1 + p_3 + p_5 + \cdots\right) + 2\left(p_2 + p_4 + p_6 \cdots\right) + p_n\right]$$

Dans la pratique, le ressort qui régularise le mouvement du piston de l'indicateur, en limite le déplacement à un nombre connu de millimètres par kilogramme de pression. De l'ordonnée moyenne $p$ il est donc aisé de déduire la pression moyenne de P.

Poncelet a donné la formule

$$p = \frac{1}{4}\left(p_0 + p_n\right) - \frac{1}{4}\left(p_1 + p_{n-1}\right) + 2\left(p_1 + p_3 + \cdots\cdots\right)$$

Tchébitcheff mène les ordonnées $p_0$ et $p_n$, une ordonnée

médiane, puis entre $p_0$ et l'ordonnée du milieu aussi bien qu'entre celle-ci et $p_n$ il mène trois ordonnées distantes de celle du centre de

$$0{,}267 \frac{\lambda}{2} \qquad 0{,}422 \frac{\lambda}{2} \qquad 0{,}866 \frac{\lambda}{2}$$

$\lambda$ étant la longueur du diagramme.

On mesure les six ordonnées ainsi obtenues $p_1 p_2 \dots p_6$ et on prend

$$p = \frac{1}{6} \left(p_1 + p_2 + \cdots + p_6\right)$$

Au lieu de procéder à la quadrature de la surface du diagramme on peut l'évaluer directement :

1° Au moyen du planimètre d'Amsler. Nous renvoyons au *Traité de mécanique* de M. H. Résal, pour la description et la théorie de cet instrument.

2° *En se servant de la balance*, méthode qui nous a toujours donné de bons résultats.

Le diagramme est reporté sur un papier épais bien homogène. Puis on le découpe en même temps qu'on prépare une surface carrée de 1 décimètre de côté, c'est-à-dire représentant 1 décimètre carré. En pesant les deux fragments de papier on voit que les surfaces sont proportionnelles aux poids obtenus.

Connaissant la surface du diagramme, il est facile d'en déduire l'ordonnée moyenne $p$, et d'en conclure la pression moyenne P.

Il est évident que cette méthode ne peut donner de bons résultats qu'autant que l'on se sert d'une balance de précision, et qu'on emploie un papier bien homogène et suffisamment épais pour que de petites variations de surface soient appréciables à la balance.

Au lieu de papier il est avantageux d'employer une feuille métallique (zinc ou cuivre) sur laquelle on reporte le dia-

gramme que l'on découpe ensuite et avec laquelle la pesée est plus facile.

**Mesure du travail utile.** — Pour mesurer le travail utile on se sert d'appareils dynamométriques, tels que le *frein de Prony* et le *frein à corde*.

Le frein de Prony est constitué (fig. 102) par une mâchoire enserrant une poulie montée sur l'arbre, de centre O,

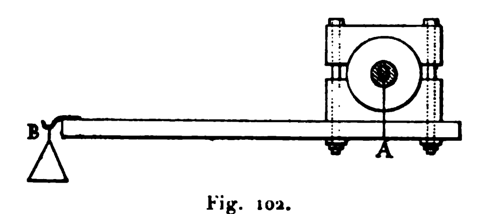



Fig. 102.

actionné directement ou indirectement par le piston. A cette mâchoire est relié un levier AB supportant en B un plateau que l'on peut charger de poids. Le mouvement de l'axe doit avoir lieu, pour notre figure, dans le sens des aiguilles d'une montre.

A l'état de repos, si l'on fait appuyer l'extrémité B sur le plateau d'une balance, on constate que, pour maintenir horizontal ce bras de levier, il faut équilibrer la balance au moyen d'un poids $p$.

A l'état de mouvement le frein tend à être entraîné et on le maintient dans sa position primitive en chargeant le plateau accroché en B d'un poids P.

Appelons L la distance AB ;

$r$, le rayon de la poulie ;

$n$, le nombre de tours de l'arbre moteur O *par seconde*.

$$\mathcal{T}_u = (P + p)\, 2\pi\, L\, n.$$

Pour que l'essai soit concluant, il y a lieu de choisir le rayon de la poulie en raison de la force développée.

Pour une puissance de

| | | |
|---|---|---|
| 1 à 6 chevaux | on doit prendre $r$ entre | 0 m. 20 et 0 m. 30 |
| 6 à 15 — | — — — | 0 m. 30 et 0 m. 40 |
| 15 chevaux et au-dessus — | — — | 0 m. 40 et 0 m. 80 |

Au lieu du frein de Prony on peut utiliser le frein à corde. On enroule une corde autour de la poulie calée sur l'axe O.

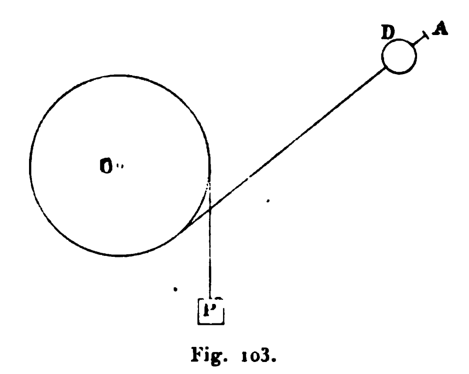



Fig. 103.

On l'attache à un point fixe A par l'intermédiaire d'un dynamomètre D et on la tend par un poids P (fig. 103).

En posant :

$r$ = rayon de la poulie ;

$\rho$ = rayon de la corde ;

P = poids tenseur de la corde ;

$p$ = tension du dynamomètre ;

$n$ = nombre de tours par minute ;

$\mathcal{T}$ = puissance en chevaux.

On a :

$$\mathcal{T} = \frac{2\pi (r + \rho) n}{60 \times 75} \left(P - p\right)$$

Pour une vitesse déterminée on fera à volonté varier soit P soit $p$.

Ce dispositif, très simple du reste, a été heureusement modifié par M. Bourdon et M. Ringelman.

Le travail est consommé par le frottement, ce qui par suite produit un échauffement que l'on peut mesurer en prenant une poulie creuse dans l'intérieur de laquelle on provoque une circulation d'eau. Il est du reste fort simple de mesurer quelle quantité de chaleur a été absorbée par l'eau.

**Evaluation des pertes dues au refroidissement.** — Le procédé le plus simple consiste à observer les variations de l'eau de refroidissement. On mesure le volume et le poids de l'eau qui passe, soit au moyen d'un compteur, soit au moyen d'un récipient gradué où on la fait couler, puis on observe la température de l'eau admise et celle de l'eau évacuée. Au bout d'un certain temps il s'établit un régime et l'on peut voir que l'eau entrant à une température $t$ sort à une température T. Pendant un temps $\theta$, la chaleur absorbée est $\varpi\,(T - t)$, si $\varpi$ désigne en kilogrammes le poids d'eau qui a traversé l'appareil refroidisseur.

Pendant le même temps $\theta$, il faut mesurer le volume de combustible admis et, par suite, *l'énergie disponible.*

Il est dès lors facile d'introduire une relation entre ces deux éléments et de savoir quelle est la proportion de chaleur absorbée pour l'eau de circulation par rapport à la quantité totale dégagée par les explosions.

**Pertes dues à l'échappement.** — Pour les apprécier, il faut évaluer ou mesurer la température des gaz à la fin de la détente.

Une approximation consiste à se donner la pression et la température maxima, puis à calculer la température au début de l'échappement en passant par la pression $P_f$, d'après les formules $Pv^{x} = P_f v^{x}$ et $P_f v_f = RT_f$, dans lesquelles P et $v$ se rapportent aux éléments maxima, $v_f$ désigne le volume au début de l'échappement, et $P_f$ et $T_f$ la pression et la température au même moment.

Mais il vaut mieux procéder à des mesures directes, à cause de l'incertitude qui règne relativement à la distribution des points à considérer.

On a souvent plongé un pyromètre dans le courant des gaz d'échappement, pour en apprécier la température moyenne. D'autres fois on a disposé à la place du pyromètre des alliages fusibles à divers degrés, et on évaluait la température en comparant les alliages non fondus à ceux restés intacts. Si $t$ désigne la température de fusion de l'alliage le moins fusiblé parmi ceux qui ont fondu, et $t'$ celle qui provoquerait la fusion du plus fusible des alliages restés intacts, on peut admettre que les gaz de l'échappement ont la température $\frac{t + t'}{2}$.

A ces procédés grossiers, M. Witz préfère le pyromètre calorimétrique de Salleron, dont nous nous bornerons à indiquer le principe.

Une petite masse de platine ou d'argent, de poids connu, est placée dans le tuyau d'échappement tout près de l'orifice du cylindre. Lorsque cette masse a pris la température des gaz, on la laisse tomber dans un poids connu d'eau distillée à une température connue. On observe la température finale.

Connaissant la chaleur spécifique du platine, on écrit que la chaleur perdue par le platine a servi à l'élévation de température de l'eau.

**Données diverses.** — Il y a lieu, comme nous l'avons déjà dit, de mesurer non seulement le combustible consommé, mais aussi l'admission de l'air. Pour remplir ce desideratum, on peut, ou bien disposer sur le passage de l'air un compteur, ou bien puiser ce comburant dans des poches de caoutchouc qu'il est facile de jauger.

Les essais de M. Ringelmann montrent que pour brûler un kilogramme de pétrole il faut employer, pour être sûr du résultat, 16300 litres d'air. Certes ce chiffre est loin d'être une constante absolue, mais on peut le considérer comme

une moyenne que l'on doit sans cesse avoir présente à l'esprit.

Enfin, bien que l'on soit pratiquement renseigné en comparant le travail utile moyen d'un moteur avec la quantité de combustible consommé, il convient de tenir compte :

1° De la vitesse, ce que l'on fait au moyen d'un compteur de tours qui enregistre les rotations de l'arbre ;

2° Des variations de vitesse dues aux perturbations de marche qui se traduisent souvent par des suppressions d'admission. On relèvera ce nouvel élément en se servant de la tige de la soupape d'admission pour actionner un indicateur spécial.

L'enregistrement des temps se fait très facilement au moyen d'un diapason vibrant, muni d'un excitateur électrique si l'expérience doit se prolonger.

Nous ne parlons que pour mémoire de la différence entre les diagrammes ayant pour abscisses les positions du piston ou des intervalles proportionnels aux temps (*time base diagrams*) puisqu'une simple construction géométrique permet de passer de l'un à l'autre.

**Comparaison des divers moteurs.** — Puisque nous n'entrons pas dans la description des divers systèmes de moteurs, nous devons forcément limiter les renseignements que nous donnons sous cette rubrique. Toutefois, nous essaierons de présenter quelques conclusions générales résultant des essais pratiques sur les moteurs. Tout d'abord l'objectif étant d'établir un régime de vitesse uniforme, il convient de savoir comment varie la vitesse par rapport au temps. Sur une même feuille de papier on enregistre les temps au moyen du diapason, puis on constate la vitesse en se servant du manchon du régulateur auquel on fixe le style indicateur. Si la vitesse était uniforme, le manchon du régulateur ne bougerait pas ; mais les variations de vitesse déter-

minent son mouvement suivant la verticale et, par suite, il trace une courbe sur la feuille de papier qui se déroule devant lui.

La figure 104, empruntée à l'ouvrage de M. A. Witz, montre les résultats obtenus. La courbe n° 1 représente les variations de vitesse d'une machine Atkinson munie de volant, et la courbe n° 2 représente les variations avec un volant plus lourd. Comme on le voit et comme on le savait, la plus grande masse du volant produit une meilleure régularisation de la vitesse.

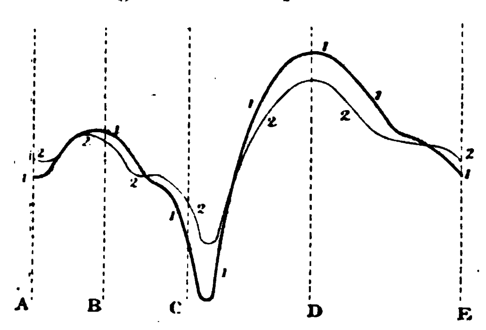


Fig. 104.

Les lignes A, B, C, D, E marquent les temps correspondant aux différentes phases.

L'aspiration a lieu de A en B ;

La compression a lieu de B en C ;

L'explosion et la détente ont lieu de C en D ;

La décharge a lieu de D en E.

M. Ranson a étudié cette question sur des moteurs Atkinson et Crossley, en se servant d'un appareil basé sur le principe ci-dessus, et appelé *cyclomètre*. Il est arrivé aux conclusions suivantes :

Si M est la masse réduite du volant, $\Sigma$ la surface du piston et $\omega$ la vitesse angulaire du moteur, la variation de vitesse est en raison inverse du terme $\frac{M\omega^2}{\Sigma}$.

Les courbes de vitesse, presque parallèles aux courbes des moments moteurs, présentent un maximum faible vers la fin de l'aspiration, et un maximum plus considérable vers la fin de la phase d'explosion.

Lorsqu'un raté se produit, la phase suivante est caractérisée par une plus grande valeur de la pression.

Une augmentation de vitesse réduit la pression moyenne.

L'effort à vaincre diminuant brusquement, le régulateur n'agit pas instantanément ; cette action ne peut se manifester qu'au bout de quelques tours.

Nous donnons ci-dessous le relevé de quelques essais caractéristiques, d'après M. Witz :

MOTEUR OTTO (AYRTON et PERRY)

| | |
|---|---|
| Diamètre du cylindre. . . . . . . . . . | 160 mm. |
| Course du piston. . . . . . . . . . . . | 315 — |
| Longueur de la chambre de combustion . | 275 — |
| Équation de la courbe de détente . . . . | $pv^{1,479} = 145,5$ |
| — — — de compression . | $pv^{1,304} = 39,36$ |
| Température maxima des gaz comprimés. | 120° C. |
| Température après explosion . . . . . . | 1900° C. |
| Température à l'échappement. . . . . . | 410° C. |

*Concours de la Société des Arts de Londres.*

| | Atkinson | Crossley | Griffin |
|---|---|---|---|
| Durée de l'essai à pleine charge en heures . . . . . . . . . . . . . | 6 | 6 | 6 |
| Puissance nominale en chevaux . . . | 6 | 9 | 8 |
| Vitesse moyenne en tours. . . . . . | 131,1 | 160,1 | 198,1 |
| — maxima en tours . . . . . . | 132,7 | 161,8 | 199,8 |
| — minima en tours . . . . . . | 129,2 | 155,8 | 192,7 |
| Nombre moyen d'explosions par minute. . . . . . . . . . . . . . | 121,6 | » | 129 |
| Pression initiale en kgs. . . . . . . | 11,62 | » | » |
| — moyenne en kgs. . . . . . | 3,24 | » | » |
| Travail indiqué en chevaux . . . . . | 11,15 | 17,12 | 15,47 |
| — utile en chevaux . . . . . . | 9,48 | 14,74 | 12,51 |
| Rendement organique . . . . . . . | 0,85 | 0,86 | 0,81 |
| Consommation de gaz, par cheval-heure indiqué, en litres . . . . . . . . | 526 | 575 | 634 |
| Consommation de gaz, par cheval-heure effectif, en litres. . . . . . . . . | 618 | 765 | 784 |
| Utilisation. . . . . . . . . . . . . . | 22,8 p. 100 | 21,2 p. 100 | 19,2 p. 100 |

*Essais sur un moteur Charon.*

| PUISSANCE développée en chevaux. | VITESSE EN TOURS | CONSOMMATION DE GAZ par cheval-heure effectif en litres |
|---|---|---|
| 2,02 | 166 | 1 262 |
| 2,81 | 165 | 909 |
| 3,89 | 160 | 756 |
| 4,25 | 158 | 685 |
| 4,46 | 166 | 659 |
| 5,71 | 158 | 642 |
| 6,38 | 158,28 | 620 |
| 6,53 | 157 | 600 |
| 6,60 | 157,2 | 577 |
| 7,48 | 158 | 586 |

Voici quelques chiffres provenant des relevés faits au concours des moteurs à pétrole à Berlin.

Le pétrole employé, de densité 0,797, développait 10,767 calories.

| MOTEURS | PISTON | | PUISSANCE | VITESSE | TRAVAIL effectif. | CONSOMMATION par cheval-heure. |
|---|---|---|---|---|---|---|
| | Diamètre. | Course. | | | | |
| | mm. | mm. | chev. | tours | chev. | gr. |
| Daimler. . | 175 | 280 | 4 | 240 | 2,25 | 609 |
| Otto. . . . | 155 | 240 | 4 | 230 | 4 | 575 |
| Dürkopp. . | 175 | 280 | 4 | 230 | 4,46 | 585 |
| Hille . . . | 130 | 230 | 3 | 240 | 3,12 | 450 |
| Kœrting. . | 175 | 275 | 4 | 220 | 4,15 | 600 |
| Robey. . . | 153 | 229 | 2 | 300 | 1,82 | 1 190 |

Nous pourrions multiplier ces exemples à l'infini; mais nous croyons en avoir donné suffisamment. Nous renvoyons le lecteur, désireux de s'éclairer davantage, aux mémoires spéciaux.

Nous présentons en terminant quelques chiffres obtenus

par M. Petréano, avec un moteur de 4 chevaux, et relatifs à divers combustibles.

| COMBUSTIBLES | POUVOIR calorifique. | CONSOMMATION par cheval-heure indiqué. | PRIX EN ALLEMAGNE par cheval-heure indiqué. |
|---|---|---|---|
| Gaz d'éclairage . | 5 000 cal. par m³. | 380 à 450 lit. | 5 à 6 cent. |
| Alcool 90°. . . . | 6 000 par kg. | 320 à 400 kg. | 10 — |
| — 80°. . . . | 5 279 — | 450 à 500 — | 10 à 13 — |
| Benzol . . . . . | 2 400 — | 190 à 200 — | 6,5 — |
| Benzine. . . . . | 1 200 — | 240 à 260 — | 6 à 7 — |
| Pétrole de densité 0,8. . . . . | 10 500 — | 250 à 280 — | 5 à 7 — |
| Pétrole brut. . . | 11 000 — | 240 à 270 — | 12,5 — |

Si l'on veut bien se reporter au chapitre dans lequel nous traitons des combustibles, on trouvera quelques chiffres se rapportant à la consommation du gaz, du pétrole et de l'alcool. Disons, en terminant ce paragraphe, que, s'il est facile de comparer entre eux les divers combustibles, il n'est pas facile de rapprocher les essais de différents moteurs faits par des expérimentateurs variés, car il faudrait connaître les conditions de l'expérience, et ces données font défaut dans la plupart des cas.

| MOTEURS | NOMBRE de CYLINDRES | NOMBRE DE TOURS PAR MINUTE | PUISSANCE UTILE | DIAMÈTRE du ou DES CYLINDRES | COURSE |
|---|---|---|---|---|---|
| | | | chev. | mm. | mm. |
| De Dion Bouton . | 1 | 1350 | 1 1/4 | 62 | 72 |
| Cosmos . . . . . | 1 | 1200 | 2,50 | 82 | 90 |
| Daimler Levassor. | 2 | 750 | 3,50 | 75 | 120 |
| Phenix Levassor . | 2 | 750 | 4,25 | 80 | 120 |
| Peugeot . . . . . | 2 | 750 | 4,90 | 84 | 126 |
| Benz. . . . . . . | 1 | 480 | 5 | 145 | 180 |
| Duplex. . . . . . | 2 | 600 | 6 | 154 | 120 |
| Bollée. . . . . . | 2 | 660 | 6,50 | 95 | 160 |
| Tenting . . . . . | 4 | 250 | 16 | 140 | 220 |

**Considérations relatives aux moteurs à deux, quatre et**

**six temps.** — Revenant sur ce que nous avons dit à plusieurs reprises au cours de ce travail, nous croyons devoir grouper en un rapide aperçu quelques éléments concernant les divers moteurs à explosion.

Le lecteur doit se rappeler que dans un moteur à deux temps, la course étant $\lambda$, l'admission a lieu suivant $\alpha\lambda$ ($\alpha$ étant moindre que l'unité) à la pression $P_i$ qui sera la pression atmosphérique dans le cas général ou une pression de $x$ atmosphères s'il y a admission après compression préalable.

Alors a lieu la détonation et la détente se produit jusqu'à bout de course. Après l'échappement, l'expulsion des produits brûlés s'opère durant le retour du piston. Nous supposerons le cas théorique, c'est-à-dire la détonation et l'échappement instantanés, en même temps que nous admettrons que la détente ait lieu suivant la courbe $pv^\gamma =$ const.

Pour les considérations qui vont suivre nous n'envisagerons que les cycles théoriques, car ils définissent la nature de la machine. Les cycles réels dépendent en partie de la construction et du système du moteur. C'est ainsi que la détente ayant lieu suivant la courbe $pv^K =$ const.; K dépend du régime adopté (vitesse du piston, etc.). De même l'influence des temps de détonation et d'échappement est fonction de divers facteurs dont le constructeur (ou le conducteur quelquefois) peuvent disposer dans une certaine mesure.

Dans le cas d'un moteur à deux temps, nous appellerons $P_1$ la pression après l'explosion, $P_f$ la pression au commencement de l'échappement et $P_a$ la pression atmosphérique. Supposant qu'il n'y ait pas d'espace nuisible on voit que, pendant l'admission, la surface du piston étant égale à l'unité, le travail a pour expression $\alpha\lambda P_i$. On atteint la pression $P_1$, après la détonation, et $P_1 = n\ P_i$, puis la détente a lieu adiabatiquement suivant la loi

$$P_1 (\alpha\lambda)^\gamma = \lambda P_f \lambda^\gamma \qquad \text{ou} \qquad n P_i \alpha^\gamma = P_f.$$

Le travail correspondant a pour expression

$$\mathcal{T} = \frac{n\,\mathrm{P}_i\,(\alpha\lambda)^{\gamma}}{1-\gamma}\left[\left(\alpha\lambda\right)^{1-\gamma} - \gamma^{1-\gamma}\right]$$

Le travail, lors du retour du piston, a pour expression $\lambda\ \mathrm{P}_a$. Par suite, le travail total

$$\mathcal{T} = \alpha\lambda\ \mathrm{P}_i - \frac{n\ \mathrm{P}_i\alpha^{\gamma}}{1-\gamma} + \frac{n\alpha\lambda\mathrm{P}_i}{1-\gamma} - \lambda\,\mathrm{P}_a$$

Or, si l'explosion avait lieu au début de l'admission, celle-ci serait nulle et, par suite, le travail serait nul. La même chose aurait lieu si elle avait lieu à la fin de l'admission. Il y a donc une valeur de $\alpha$ par laquelle $\mathcal{T}$ passe par un maximum. Pour trouver cette valeur annulons la dérivée $\frac{d\mathcal{T}}{d\alpha}$. Il vient :

$$\lambda\,\mathrm{P}_i - \frac{\gamma}{1-\gamma}\ n\ \lambda\ \mathrm{P}_i\ \alpha \qquad + \frac{n\,\lambda\,\mathrm{P}_i}{1-\gamma} = 0$$

ou encore en divisant par $\lambda\mathrm{P}_i$ et multipliant par $1-\gamma$

$$1-\gamma-n\gamma\,\alpha^{\gamma-1}+n=0$$

d'où
$$\alpha^{\gamma-1} = \frac{n+1-\gamma}{n\gamma}$$

or pour $n = 8$ et $\gamma = 1{,}40$, on trouve

$$\alpha^{0{,}40} = 0{,}623$$

d'où l'on tire
$$\alpha = \left(0{,}623\right)^{\frac{1}{0{,}40}} = \left(0{,}623\right)^{2{,}50}$$

et
$$\log \alpha = 2{,}50\ \log.\ (0{,}623)$$

d'où l'on tire $\alpha = 0{,}31$.

Telle est la valeur de $\alpha$ *théoriquement la plus avantageuse*, c'est-à-dire que l'admission doit avoir lieu pendant environ 1/3 de la course.

Si nous passons au cycle à quatre temps, il est évident que le travail maximum aura lieu avec l'admission correspondant à la course entière. En appelant :

$\lambda$ la course du piston ;

$u$ la longueur de l'espace nuisible considéré comme cylindrique et prolongeant le cylindre ;

$P_2$ la pression de compression;

$P_3$ la pression après l'explosion égale à $n$ $P_2$.

on a :

$$\mathcal{T} = \frac{u}{1-\gamma}\left[\left(\frac{u+\lambda}{u}\right)^{1-\gamma} - 1\right]\left(P_3 - P_2\right)$$

Supposons que la compression soit de $a$ atmosphères ; dans ce cas $P_2 = a$ et $P_3 = na$, donc :

$$P_3 - P_2 = (n-1)a$$

mais pour comprimer à $a$ atmosphères il faut évidemment avec une admission sous la pression 1 :

$$\left(u+\lambda\right)^{\gamma} = u^{\gamma}a. \qquad \text{d'où} \qquad = u\,\frac{\lambda}{a^{\frac{1}{\gamma}} - 1}$$

par suite en substituant

$$= \mathcal{T}\,\frac{(n-1)a}{1-\gamma}\,\frac{\gamma}{a^{\frac{1}{\gamma}} - 1}\left[a^{\frac{1-\gamma}{\gamma}} - 1\right]$$

En considérant un cycle à six temps, il n'y a qu'à répéter ce que nous venons de dire à propos du cycle à quatre temps. Toutefois nous présenterons quelques observations.

Dans le moteur Griffin ou le moteur Fournier, les quatre temps ordinaires sont suivis d'un cinquième temps correspondant à une admission d'air qui est expulsé durant le sixième. Les avantages résultant de ce dispositif n'entachent en rien la théorie. Les inventeurs se sont proposés de balayer les gaz brûlés et de rafraîchir les parois de l'enceinte.

Nous avons proposé un moteur à six temps comportant :

1° Admission ;

2° Compression ;

3° Détente des gaz comprimés ;

4° Recompression ;

5° Détonation et détente ;

6° Expulsion.

Théoriquement, le travail durant les phases 3 et 4 doit être le même, mais de sens contraire. Dans la pratique il n'en est pas ainsi. Les gaz s'échauffent et le travail négatif de recompression est plus grand que le travail de détente de la phase 3. Mais, d'autre part, celui-ci est supérieur à celui nécessaire à la compression de la phase 2 d'une quantité à peu près égale ; il n'y a donc pas de perturbation sensible de ce chef.

Nous croyons obtenir avec ce cycle les avantages suivants :

Un meilleur brassage du mélange tonnant, d'où des explosions plus régulières avec moins de ratés ;

Un réchauffement des gaz durant les quatre premières phases, d'où une détonation plus rapide permettant d'allonger le diagramme par sa partie supérieure ;

Enfin un refroidissement relatif des parois du cylindre, permettant de diminuer et dans certains cas de supprimer l'eau de circulation.

**Des essais des véhicules automobiles.** — Nous venons de voir comment il était possible d'établir un moteur, de l'essayer, et d'en comparer plusieurs entre eux. Un problème analogue se pose pour les voitures automobiles.

Tout d'abord, il va sans dire que le moteur doit être essayé avant d'être mis en service. On doit en déterminer les éléments, l'étudier et au besoin y faire les modifications nécessaires.

Mais il est intéressant de s'assurer du bon fonctionnement de la voiture et pour cela des épreuves sont nécessaires.

On pourra déterminer le pouvoir de traction en attachant la voiture à une corde s'enroulant autour d'un pieu et à l'extrémité de laquelle il faudra appliquer une force connue, celle développée par la tension du ressort d'un dynamomètre par exemple, pour équilibrer l'effort développé par la voiture. Nous avons donné, page 236, la solution de ce problème.

On choisira pour faire cet essai un sol parfaitement horizontal et en bon état.

Sur un terrain en pente, il faudra tenir compte de son inclinaison, ou bien procéder à deux opérations en sens inverse et en prendre la moyenne.

Quant aux essais de roulement, il n'y a pas de règles à fixer à ce sujet. Chacun essaiera sa voiture en lui faisant subir des épreuves en rapport avec le service qu'il compte exiger du véhicule. Le *chauffeur* qui rêve de vitesses vertigineuses devra être plus difficile que le paisible touriste, de même que celui qui prétend affronter des routes pénibles demandera plus que le promeneur pour lequel les avenues du Bois-de-Boulogne sont suffisantes.

Un point important est la consommation. Jusqu'à ce jour on ne s'en est peut-être pas assez préoccupé. L'automobilisme, tant qu'il restera à l'état de sport, méprisera la dépense. Mais le jour où l'industrie utilisera les mêmes engins, ce facteur prendra une importance capitale.

Certes il est intéressant de pouvoir se transporter rapidement d'un point à un autre, mais si c'est là seulement le but visé, à part la satisfaction personnelle, il est sans grand intérêt. La question changera de face le jour où l'on cherchera des moteurs puissants capables de transporter de gros poids, lentement peut-être mais économiquement.

Il ne faut pas oublier que, sauf le terme correspondant à la résistance de l'air et qui, étant proportionnel au carré de

la vitesse, augmente terriblement plus vite que celle-ci, la résistance d'un véhicule au roulement et par suite l'effort de propulsion sont proportionnels au poids total.

Le travail est le produit de cet effort par la vitesse. Donc la puissance du moteur devra être proportionnelle à la vitesse à obtenir, sauf la correction provenant du terme dû à la résistance de l'air.

Pour deux véhicules de même poids, sous la réserve de cette observation, celui qui aura un moteur deux fois plus puissant que l'autre ira deux fois plus vite.

Inversement, deux moteurs pourront, à la même vitesse, et toutes choses égales d'ailleurs, transporter des poids proportionnels à leur puissance.

Cette observation est capitale, car on en conçoit qu'un moteur puisse transporter utilement un poids relativement lourd à une vitesse modérée tandis qu'à une vitesse qu'il serait facile d'évaluer, mais à coup sûr beaucoup plus grande, il suffirait tout juste à provoquer son déplacement.

**Des essais sur la route, et des courses.** — Les voitures étant destinées à circuler sur les routes, il est tout naturel qu'on ait l'idée de les comparer entre elles sur le terrain qui leur est propre. De là l'origine des courses.

Du reste, cette idée de lutte est vieille comme le monde. Depuis que les hommes existent ils n'ont cessé d'être rivaux, et chacun a toujours été bien aise d'affirmer sa supériorité sur ses concurrents. C'est une caractéristique de la barbarie que de provoquer la lutte entre deux unités notoirement dissemblables puisque la victoire appartient nécessairement à celle dont les moyens sont supérieurs. Ce n'est que plus tard, sous l'influence d'une civilisation plus avancée, qu'on en est arrivé à *égaliser les chances*.

En effet, l'admission sans conditions à une compétition

quelconque écarte forcément certaines classes susceptibles de rendre des services dans un ordre d'idées différent, mais incapables de triompher en présence des individualités exceptionnelles. Or, ces individualités sont généralement rares, et incapables de suffire seules aux besoins généraux. De là la nécessité de comparer les unités de valeur moindre non seulement entre elles, mais encore avec celles de premier rang, et par suite l'obligation de faire varier les épreuves de façon à mettre en relief les qualités de chacun.

Si prenant deux hommes, l'un très fort l'autre très agile, on se borne à les comparer en leur demandant de soulever un poids, le prix reviendra incontestablement au premier. Si vous leur demandez une simple course, c'est au second que reviendra la victoire. Dans l'un et l'autre cas, si l'on se borne à une épreuve unique, on sera tenté de conclure que le vaincu est inutilisable.

Ayant procédé aux deux épreuves en question, on verra que chaque individu est meilleur que l'autre dans une spécialité. Il pourra donc arriver qu'on veuille les comparer en faisant intervenir leurs qualités spéciales. Par exemple, on leur demandera de transporter d'un point à un autre une certaine charge divisible à leur volonté.

Le plus fort des concurrents mais le moins agile transportera lentement une série de grosses charges, tandis que le plus leste ira plus vite, en prélevant des poids moindres et effectuant des voyages plus fréquents. Au bout d'un temps déterminé, le *meilleur* sera celui qui aura accompli le plus de travail utile.

En dehors de la question d'*utilité*, le goût du *sport* est intervenu. Depuis bien longtemps les épreuves se sont régularisées, ou du moins on a tenté de les régulariser. L'automobilisme, jusqu'à ces derniers temps, a procédé d'une façon assez aveugle, et ses débuts n'ont pas échappé à cette influence de barbarie que nous venons de mentionner.

Sans doute il est intéressant de savoir quelle est la voiture la plus rapide, abstraction faite des éléments mis en jeu pour arriver à ce résultat. Mais il serait tout aussi intéressant de savoir quel est le véhicule susceptible de démarrer avec la plus lourde charge utile, quel est celui qui poursuivra le plus longtemps sa marche sans arrêt, quel est celui dont la consommation sera la moindre pour un travail donné, et donnant les résultats les plus économiques etc., etc.

Récemment, on a compris ces obligations, et divers concours ont été organisés en dehors des courses. Il n'y a qu'à s'en féliciter.

Une voiture automobile est un engin mécanique auquel on donne à volonté (ou à peu près) une puissance et un poids déterminés.

Il y a absurdité à faire lutter ensemble un véhicule léger muni d'un faible moteur, avec un engin plus lourd et surtout plus puissant.

Choqués par l'anomalie d'une compétition ayant lieu sur de semblables bases, les organisateurs des concours ont commencé par répartir les véhicules d'après leurs poids. Or cette classification est loin d'être suffisante.

En effet, deux voitures du même poids peuvent être construites en vue de destinations tout à fait différentes ; l'une peut avoir un moteur de beaucoup supérieur à celui de l'autre, et par suite les résultats obtenus ne sont pas comparables.

De là, la nécessité de faire intervenir le travail et la consommation.

Au point de vue mécanique, le travail est fonction du poids total déplacé, comprenant le poids mort et la charge utile. Au point de vue pratique, c'est ce dernier facteur qui compte seul.

Si l'on n'envisage que les qualités du moteur, on aura un élément d'appréciation en rapportant la consommation au

travail total, tandis qu'économiquement on doit envisager le coût du transport utile, c'est-à-dire le rapprocher de la consommation.

Un système étant donné, la science et l'industrie sont assez avancées aujourd'hui, pour qu'on sache le parti que l'on en peut tirer. Ce qu'il importe, c'est de comparer entre eux les divers systèmes, les méthodes d'application, l'habileté des constructeurs et des conducteurs.

Aussi, nous croyons que l'on doit rendre comparables les éléments du problème, et nous pensons que la façon la plus simple d'arriver à ce résultat est de faire entrer en ligne de compte le quotient du poids total par la puissance du moteur en chevaux, c'est-à-dire le facteur $\frac{Q}{N}$, en appelant Q le poids total et N la puissance en chevaux.

Q représente le poids en ordre de marche, et N résulte des données du moteur.

Pour calculer N dans un moteur, il est rationnel de tenir compte des cycles théoriques qui supposent la détente et la compression adiabatiques en même temps que la détonation et l'échappement instantanés. Cette proposition peut paraître bizarre, mais nous allons la légitimer.

Nous avons vu que les courbes de détente différaient de $pv^{\gamma}$ = const., suivant les machines, et qu'elles devenaient $pv^{K}$ = const, K étant un coefficient numérique variable. Or, dans une certaine mesure, la construction peut régler la valeur de K qui dépendra de la nature des parois, du mode de refroidissement, de la vitesse du piston, etc. Plus le constructeur sera habile, et plus il saura donner à K une valeur avantageuse. Pour faire bénéficier le fabricant de son savoir-faire, il n'y a pas d'inconvénient à comparer leur cycle au cycle théorique.

Même observation pour ce qui est relatif aux perturbations des diagrammes dues à la non-instantanéité de la détonation et de l'échappement. Celui qui étudie un moteur peut

faire varier divers éléments tels que la pression, la température, l'avance aux phases, etc., qui peuvent augmenter la surface des diagrammes. *Il convient donc de prendre comme point de comparaison le diagramme du cycle théorique et non pas la puissance effective résultant d'un essai au frein.*

Pour un moteur à deux temps on tiendra compte :

1° Du diamètre du cylindre $\delta$;

2° De sa course $\lambda$;

3° De la pression d'admission P (généralement la pression atmosphérique);

4° On supposera l'admission la plus avantageuse et égale au $\frac{1}{3}$ de la course;

5° Le mélange sera considéré comme au maximum et l'on se donnera $n$ augmentation de pression due à l'explosion.

L'admission sera donc

$$\frac{1}{4}\pi\delta^2\frac{\lambda}{3} = \frac{\pi}{12}\lambda\delta^2$$

à la pression P; la pression sera $n$P après l'explosion et la détente aura lieu pendant deux tiers de la course. La pression $P_f$ sera

$$P_f\,\lambda^\gamma = nP\left(\frac{\lambda}{3}\right)^\gamma \quad \text{ou} \quad P_f = \frac{nP}{3^\gamma}$$

Or nous savons que le travail correspondant est exprimé par

$$\mathcal{T} = \frac{nP}{1-\gamma}\left(\frac{\lambda}{3}\right)^\gamma\left[\lambda^{1-\gamma} - \left(\frac{\lambda}{3}\right)^{1-\gamma}\right] - \frac{2}{3}\lambda P_a$$

$P_a$ étant la pression atmosphérique.

On déduit facilement la pression moyenne $p$ en posant $\mathcal{T} = \frac{2}{3}\lambda\,p$ et en égalant les valeurs de $\mathcal{T}$.

$$\frac{2}{3}\lambda p = \frac{nP}{1-\gamma}\left(\frac{\lambda}{3}\right)^\gamma\left[\lambda^{1-\gamma} - \left(\frac{\lambda}{3}\right)^{1-\gamma}\right] - \frac{2}{3}\lambda P_a$$

ou $$\frac{2}{3}\lambda p = \frac{nP}{1-\gamma}\left(\frac{\lambda}{3}\right)^{\gamma}\lambda^{1-\gamma}\left[1-\left(\frac{1}{3}\right)^{1-\gamma}\right]-\frac{2}{3}\lambda P_a$$

ou en divisant par λ

$$\frac{2}{3}p = \frac{nP}{(1-\gamma)}\,\frac{1}{3^{\gamma}}\left[1-\left(\frac{1}{3}\right)^{1-\gamma}\right]-\frac{2}{3}P_a$$

Si $P = P_a$ et si on prend $P_a = 1$, c'est-à-dire si l'on compte en atmosphères, on a :

$$\frac{2}{3}p = \frac{n}{3^{\gamma}(1-\gamma)}\left[1-\left(\frac{1}{3}\right)^{1-\gamma}\right]-\frac{2}{3} = \frac{n}{3^{\gamma}(1-\gamma)}\left(\frac{3^{1-\gamma}-1}{3^{1-\gamma}}\right)-\frac{2}{3}$$

ou enfin : $$p = \frac{n}{2(1-\gamma)}\left(3^{1-\gamma}-1\right)-2$$

Connaissant la pression moyenne $p$ correspondant au diagramme, *la puissance en kilogrammètres développée par une cylindrée* sera

$$\Pi_2 = \frac{2}{3}\,\frac{\pi}{4}\,\delta^2\lambda p = \frac{1}{6}\pi\delta^2\lambda p$$

en exprimant δ en centimètres, λ en mètres, et $p$ en atmosphères.

Or le nombre de tours par minute sera d'autant plus grand que $\Pi_2$ sera plus élevé. Nous appellerons ce facteur Π la *puissance nominale disponible* de la machine et nous proposons de classer les voitures d'après le quotient $\frac{Q}{\Pi_2}$. Plus cette *caractéristique* sera élevée et plus la voiture devra aller vite ou bien encore plus le poids transporté devra être grand.

Pour une machine à quatre temps, nous savons que

$$\mathcal{T} = \frac{u}{1-\gamma}\left[\left(\frac{u+\lambda}{u}\right)^{1-\gamma}-1\right]\left(P_3-P_2\right)$$

$u$ représentant la longueur de la chambre de détonation ramenée au diamètre du cylindre et λ la course. $P_3$ = pres-

sion après l'explosion, $P_2$ = pression avant, $P_a$ étant la pression atmosphérique

$$P_2 u^\gamma = P_a (u + \lambda)^\gamma \qquad P_2 = P_a \left(\frac{u+\lambda}{u}\right)^\gamma$$

$$P_3 = nP_2 = nP_a \left(\frac{u+\lambda}{u}\right)^\gamma$$

donc $$\mathcal{T} = \frac{u}{1-\gamma}\left[\left(\frac{u+\lambda}{u}\right)^{1-\gamma} - 1\right] nP_a \left(\frac{u+\lambda}{u}\right)^\gamma$$

et par suite $$\mathcal{T} = \frac{nP_a u}{1-\gamma}\left[\frac{u+\lambda}{u} - \left(\frac{u+\lambda}{u}\right)^\gamma\right]$$

et définitivement

$$\mathcal{T} = \frac{nP_a (u+\lambda)}{1-\gamma}\left[1 - \left(\frac{u+\lambda}{u}\right)^{\gamma-1}\right]$$

Pour terme de comparaison nous supposerons $u = \frac{1}{2}\lambda$ et $P_a = 1$ et on aura

$$\mathcal{T} = \frac{3n\lambda}{2(1-\gamma)}\left(1 - 3^{\gamma-1}\right)$$

Il sera facile de calculer la *pression moyenne p* en atmosphères et on posera

$$\Pi' = \frac{\pi}{4}\delta^2\lambda p$$

Pour un moteur à quatre temps on aura une explosion tous les deux tours et nous considérerons $\Pi_4 = \frac{1}{2}\Pi'$.

De même pour un moteur à six temps $\Pi_6 = \frac{1}{3}\Pi'$.

$$\Pi_4 = \frac{1}{8}\pi\delta^2\lambda p \quad \text{et} \quad \Pi_6 = \frac{1}{12}\pi\delta^2\lambda p.$$

Les véhicules seront toujours classés d'après leur caractéristique $\frac{Q}{\Pi}$, d'une façon générale.

Dans ces conditions, on voit que, *partant des cas théoriques*, on laisse aux constructeurs la libre disposition des éléments devant améliorer le rendement, éléments parmi lesquels le plus intéressant serait probablement l'utilisation du calorique perdu, à l'échappement c'est-à-dire le *compoundage* des cylindres. Nous nous sommes surtout efforcé d'introduire une relation entre le *poids en ordre de marche* et la *puissance nominale disponible* dont il s'agit précisément de constater la meilleure utilisation.

Cette classification établie, rappellons-nous que l'effort moteur pour une voiture est

$$X = \frac{2(A + fr)}{R + R'} Q + 0{,}0625\ \varepsilon SV^2 \pm Q \sin i.$$

$r$, R et R', diamètres des fusées et des roues dépendent du constructeur.

Dans la pratique, les écarts ne sont pas grands, et on peut remplacer le terme $2 \frac{(A + fr)}{R + R'}$ par une constante M, ce qui représentera un cas moyen, les constructeurs pouvant disposer des éléments variables $r$, R et R'.

Négligeons pour le moment le terme en $V^2$ dû à la résistance de l'air; nous voyons que

$$X_1 = MQ \pm Q \sin i = Q (M \pm \sin i)$$

$i$ étant l'angle d'un tronçon de route avec l'horizon.

Le facteur $M \pm \sin i$ sera le même pour tous les véhicules, en supposant M constant.

Lorsque $\sin i = 0$, l'équation se réduit à $X_2 = MQ$.

Le travail élémentaire développé sera égal à $XVdt$, en appelant V la vitesse et $t$ le temps. Pour les tronçons plats on aura, abstraction faite de la résistance de l'air :

$$\Sigma X_1V_1\,dt = X_1V_1\,\Sigma\,dt = X_1V_1t_1$$

De même, pour une pente $i$, on aura $X_iV_it_i$.

$V_i$ indiquant la vitesse sur la rampe, et $t_i$ le temps employé pour la franchir.

Avec le même poids et un moteur susceptible de communiquer une vitesse $V'$ le travail élémentaire sera $XV'dt$, et le rapport $\frac{V}{V'}$ dépendra du rapport de la puissance des moteurs.

Considérant deux voitures ayant le même poids total, si l'une a un moteur $k$ fois plus puissant que l'autre, la valeur de X étant la même puisqu'elle ne dépend que de Q, elle devra aller $k$ fois plus vite.

Dans le cas du moteur le moins puissant, on aura pour le travail total :

$$\mathcal{T} = X_1V_1t_1 + (X_iV_it_i)_1 + (X_iV_it_i)_2 + (\ldots$$

en posant $X_1$ = résistance en palier ;

$V_1$ = vitesse en palier ;

$t_1$ = temps nécessaire pour franchir la somme des paliers.

$X_i$, $V_i$, $t_i$ ont la même signification pour une pente déterminée et chaque terme entre parenthèses correspond à une rampe différente.

On peut écrire, pour la seconde voiture :

$$\mathcal{T} = X_1\,kV_1\frac{t_1}{k} + \left(X_ikV_i\frac{t_i}{k}\right)_1 + \left(X_ikV_i\frac{t_i}{k}\right)_2 + \ldots\,.$$

le travail total est le même puisque Q n'a pas changé et que le profil de la route est identique.

Le moteur poussant la voiture $k$ fois plus vite, celle-ci mettra $k$ fois moins de temps à accomplir son voyage.

Donc nous proposons, sur un parcours donné, de *handicaper* des voitures automobiles d'après le rapport $\frac{Q}{\Pi}$ ; plus il sera faible et plus la vitesse devra être grande.

Voici comment nous nous proposons d'utiliser ce coefficient $\frac{Q}{\Pi}$.

La course ayant eu lieu, chaque concurrent aura mis un

temps $\theta$ qui devra dépendre de la force du moteur comparé au poids, c'est-à-dire du facteur $\frac{Q}{\Pi}$. Si toutes les machines avaient les mêmes qualités, pour deux voitures de caractéristiques $\frac{Q'}{\Pi'}$ et $\frac{Q''}{\Pi''}$ les vitesses V′ et V″ devraient être telles que

$$V'\frac{Q'}{\Pi'} = V''\frac{Q''}{\Pi''}$$

et, comme les temps sont inversement proportionnels aux vitesses, on devrait avoir :

$$\frac{1}{\theta'}\,\frac{Q'}{\Pi'} = \frac{1}{\theta''}\,\frac{Q''}{\Pi''} \qquad \text{et par suite} \qquad \frac{\theta'}{\frac{Q'}{\Pi'}} = \frac{\theta''}{\frac{Q''}{\Pi''}}$$

La marche d'une voiture sera donc appréciée d'après la valeur de $\frac{\theta}{\frac{Q}{\Pi}}$, que nous appelons *coefficient de marche.*

Donc le coefficient de marche sera égal au quotient du temps employé à effectuer le parcours par la caractéristique $\frac{Q}{\Pi}$ de la voiture, étant entendu que Q désigne le *poids total* et $\Pi$ la *puissance nominale disponible* dérivant du *cycle théorique* adopté dans la construction.

Nous ne prétendons point condamner les courses de pure vitesse qui ont leur intérêt propre et pour lesquelles il convient de créer des moteurs spéciaux grâce à l'étude desquels l'industrie ne peut que progresser. De même il importe de poursuivre les études entamées au sujet des poids transportés, des combustibles consommés, etc., etc.

Nous avons seulement essayé de trouver un élément permettant de grouper dans une course unique des véhicules essentiellement différents. Une course ayant lieu, on constatera non seulement l'arrivée du premier, auquel pourra être décerné un prix de vitesse, mais on constatera en même temps les consommations; et, pour nous, le véritable triomphateur de l'épreuve sera celui qui, classé premier sur les bases plus haut énoncées, c'est-à-dire ayant le coefficient de

marche minimum pourra montrer que durant le parcours il a eu le minimum de dépense.

Il ne faut pourtant pas oublier que la résistance de l'air intervient pour limiter la vitesse et il ne serait pas juste de ne pas en tenir compte. On y arrivera en réduisant dans une certaine proportion la valeur du coefficient $\frac{\theta}{\frac{Q}{\Pi}}$. Nous laissons du reste aux commissions d'organisation le soin de se prononcer dans chaque cas particulier.

. . . . . . . . . . . . . . . . . . . . .

Dans tout ce qui précède, nous avons serré le problème d'aussi près que possible, et nous avons largement profité des travaux existants auxquels nous rendons un juste hommage. Nous devons nous féliciter d'avoir pu puiser dans le grand ouvrage de M. A. Witz, et nous lui sommes largement redevable pour les données que nous y avons rencontrées.

Çà et là nous avons présenté quelques idées personnelles. Espérons qu'elles seront bien accueillies. Du reste, nous n'avons qu'une seule prétention, celle d'avoir apporté notre pierre à un édifice à la construction duquel tous peuvent concourir.

# CATALOGUE DE LIVRES

SUR

# LA MÉCANIQUE, LES MACHINES ET L'ÉLECTRICITÉ

PUBLIÉS PAR

**LA LIBRAIRIE POLYTECHNIQUE CH. BÉRANGER**

**Successeur de BAUDRY et Cie**

15, RUE DES SAINTS-PÈRES, A PARIS

21, RUE DE LA RÉGENCE, A LIÈGE

---

*Le catalogue complet est envoyé franco sur demande.*

---

**Portefeuille des machines.**

Portefeuille économique des machines, de l'outillage et du matériel, relatifs à la construction, à l'industrie, aux chemins de fer, aux routes, aux mines, à la navigation, à l'électricité, etc.; contenant un choix des objets les plus intéressants des expositions industrielles; fondé par OPPERMANN. 12 livraisons par an formant un beau volume de 50 à 60 planches, et 200 colonnes de texte. Abonnements : Paris, 15 fr. — Départements et Belgique, 18 fr. — Union postale . . . . . . . . . . 20 fr.
Prix de l'année parue, reliée. . . . . . . . . . 20 fr.
La 3e série a commencé à paraître en 1876.

**Mécanique générale.**

Mécanique générale. Cours professé à l'Ecole centrale des Arts et Manufactures, par A. FLAMANT, ingénieur en chef des ponts et chaussées, professeur à l'Ecole nationale des Ponts et Chaussées et à l'Ecole centrale, 1 volume grand in-8°, avec 203 figures dans le texte . . . . . . . . . . 20 fr.

**Mécanique appliquée.**

Cours élémentaire de mécanique appliquée, à l'usage des écoles primaires supérieures, des écoles professionnelles, des écoles d'apprentissage, des écoles industrielles, des cours techniques et des ouvriers, par BOCQUET, ingénieur, directeur de l'Ecole Diderot, 3e édition. 1 volume in-12, avec 69 figures dans le texte, Relié. . . . . . . . . . 5 fr.

**Mécanique applique.**

Manuel de mécanique appliquée, par DWELSHAUVERS. 1re partie : Cinématique 1 volume in-8°, avec 12 planches. . . . . . . . . . 5 fr.

**Guide de mécanique pratique.**

L'ouvrier mécanicien. Guide de mécanique pratique, par ARMENGAUD jeune. 1 volume in-12, avec 4 planches. Relié. . . . . . . . . . 5 fr.

**L'A B C du chauffeur.**

L'A B C du chauffeur, par HENRI MATHIEU, contrôleur des mines, officier de l'Instruction publique, avec une introduction par C. WALCKENAER, ingénieur des mines. 1 vol. format $0^m,15 \times 0^m,10$, avec 66 figures dans le texte, Relié. 3 fr.

**Construction des machines à vapeur.**

Traité pratique de la construction des machines à vapeur fixes et marines. Résumé des connaissances actuellement acquises sur les machines à vapeur, considérations relatives au type de machine et aux proportions à adopter, détermination des dimensions et des proportions des principaux organes, étude et construction de ces organes, par MAURICE DEMOULIN, ingénieur des arts et manufactures. 1 volume grand in-8°, avec 483 figures dans le texte. Relié . . 20 fr.

**La machine à vapeur.**

La machine à vapeur. Traité général contenant la théorie du travail de la vapeur, l'examen des mécanismes de distribution et de régularisation, la description des principaux types d'appareils, l'étude de la condensation et de la production de la vapeur, par EDOUARD SAUVAGE, professeur à l'Ecole nationale supérieure des mines. 2 volumes grand in-8° jésus, avec 1 036 figures dans le texte. Relié . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . 60 fr.

**Traité de la machine à vapeur.**

Traité de la machine à vapeur. Description des principaux types et théorie : étude, construction, conduite et applications, par ROBERT H. THURSTON, directeur du « Sibley-College » Cornell University, ancien président de « l'American Society of Mechanical Engineers », traduit de l'anglais et annoté par MAURICE DEMOULIN. 2 volumes grand in-8°, avec de nombreuses figures dans le texte. Relié. 60 fr.

**Essais des machines et chaudières à vapeur.**

Manuel pratique des essais de machines et chaudières à vapeur, par ROBERT H. THURSTON, directeur du « Sibley College » Cornell University, ancien président de « l'American Society of Mechanical Engineers », ancien ingénieur de la marine aux Etats-Unis, traduit de l'anglais par AUGUSTE ROUSSEL, ancien élève de l'Ecole polytechnique et de l'Ecole nationale supérieure des mines. 1 volume grand in-8°, avec de nombreuses figures dans le texte. Relié. . . . . . . . . . . . 25 fr.

**Machines à vapeur.**

Traité théorique et pratique des machines à vapeur au point de vue de la distribution. — Méthode générale des gabarits, permettant d'établir des épures approchées ou exactes de tous les types de machines. — Etude méthodique des principales distributions au double point de vue de leur fonctionnement et de leur construction, par COSTE et MANIQUET. 2e édition. 1 volume grand in-8° contenant 53 figures intercalées dans le texte et 1 altas grand in-4° de 46 planches de dessins exactement réduits à l'échelle et cotés. . . . . . . . . . . 25 fr.

**Machines à vapeur.**

Etude sur les machines à vapeur. Moteurs à vapeur pour les petites industries et moteurs à vapeur de grandes dimensions, à l'exposition des arts et métiers de Vienne (Autriche), 1888, par A. GOUVY FILS, ingénieur des arts et manufactures. 1 brochure grand in-8°, avec 3 grandes planches et 16 figures dans le texte . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . 4 fr.

**Locomotives.**

Traité pratique de la machine locomotive comprenant les principes généraux relatifs à l'étude et à la construction des locomotives, la description des types les plus répandus, l'étude de la combustion, de la production et de l'utilisation de la vapeur, du rendement, des conditions de fabrication et de réception des matériaux, des proportions et du mode de construction des organes, par MAURICE DEMOULIN, ingénieur des arts et manufactures. Ouvrage précédé d'une introduction par EDOUARD SAUVAGE, professeur à l'Ecole supérieure des mines. 4 volumes grand in-8°, avec 973 figures et planches dans le texte et 6 planches hors texte. Relié . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . 150 fr,

**Locomotives.**

Note sur la construction des locomotives en Angleterre, par MAURICE DEMOULIN. ingénieur des arts et manufactures. 1 brochure grand in-8°, avec 2 grandes planches . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . 3 fr.

**Locomotives.**

La machine locomotive. Manuel pratique donnant la description des organes et du fonctionnement de la locomotive, à l'usage des mécaniciens et des chauffeurs, par EDOUARD SAUVAGE, ingénieur en chef adjoint du Matériel et de la Traction de la Cie des Chemins de fer de l'Est. 3e édition. 1 volume in-8°, avec 324 figures dans le texte. Relié . . . . . . . . . . . . . . . . . . 5 fr

**Voitures automobiles.**

*N. B.* Les études suivantes ont paru dans le *Portefeuille des machines* et se vendent, avec la livraison qui les renferme, au prix de 2 fr. la livraison.

Notes sur les voitures automobiles. Livraisons d'octobre, novembre et décembre 1896, novembre et décembre 1898, janvier, février, mars, avril, mai et juin 1899 . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . 22 fr.

Omnibus automobile à vapeur F. Weidknecht, constructeur, avec 2 planches. Livraison de mars 1898 . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . 2 fr.

Mécanisme de changement de vitesse pour motocycles et automobiles; système L. Brun, avec 1 planche. Livraison de juin 1899 . . . . . . . . . . . . 2 fr.

**Moteurs à gaz et à pétrole.**

*N. B.* — Les études suivantes ont paru dans le *Portefeuille des machines* et se vendent, avec la livraison qui les renferme, au prix de 2 fr. la livraison.

Moteur à gaz et à air dilaté, système Langen et Otto, avec 2 planches. Livraisons d'avril et mai 187 . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . 4 fr.

Moteur à gaz, système de Bisschop, avec 1 planche. Livraison de mars 1879 . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . 2 fr.

Moteurs à gaz, de 6 chevaux, système Otto, avec 1 planche. Livraison de juillet 1880 . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . 2 fr.

Moteurs à gaz Otto, de 8 chevaux, à 2 cylindres, avec 2 planches. Livraison, de février 1884. . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . 2 fr.

Moteur à gaz de 2 chevaux, système Koerting-Lieckfeld, avec 1 planche. Livraison de novembre 1886 . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . 2 fr.

Moteur à gaz « Simplex », système Delamare-Deboutteville et Malandin, avec 1 planche. Livraison de novembre 1890 . . . . . . . . . . . . . . . . 2 fr.

Moteur à gaz, système Benz, avec 1 planche. Livraison de janvier 1891. 2 fr.

Moteur à gaz, à détente complète variable par le régulateur, système L. Charon, avec 1 planche. Livraison de décembre 1891 . . . . . . . . . . 2 fr.

Note sur le moteur à gaz système Crossley. Livraison de septembre 1892. . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . 2 fr.

Moteur à pétrole, système Diedrichs, avec 1 planche. Livraison d'octobre 1892 . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . 2 fr.

Moteur de 2 chevaux, à air carburé, système Lenoir, avec 1 planche. Livraison de mars 1888. . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . 2 fr.

Moteur à gaz « Simplex » monocylindrique, de 320 chevaux, installé aux moulins de Pantin. Livraison de janvier 1895. . . . . . . . . . . . . . . . 2 fr.

Moteur à pétrole, système Gerhard et Oehmé, avec 1 planche. Livraison de décembre 1895 . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . 2 fr.

Moteurs à pétrole pour canots, de 12 chevaux effectifs, système Forest, avec 1 planche. Livraison de mai 1896 . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . 2 fr.

Moteur à gaz, système Cuinat, avec 1 planche. Livraison de juin 1896. 2 fr.

Moteur pour canot fonctionnant à la vapeur de pétrole, avec chaudière chauffée au pétrole, système Essh, avec une planche. Livraison de janvier 1897 . 2 fr.

Moteur à essence de pétrole, système Daimler, avec 1 planche. Livraison de juin 1897 . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . 2 fr.

Moteur à pétrole de 3 chevaux, système Millot frères, avec 2 planches. Livraison d'août 1897 . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . 2 fr.

Moteur mixte, à gaz ou à pétrole, de 3 chevaux, système Roser-Mazurier, avec 1 planche. Livraison de janvier 1898. . . . . . . . . . . . . . . . . . 2 fr.

**Distribution de vapeur.**

Étude géométrique des principales distributions en usage dans les machines à vapeur fixes, par Cornut, ingénieur en chef de l'Association des propriétaires de machines à vapeur du nord de la France. 1 volume in-8° de texte et 1 atlas in-4° de 31 planches. . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . 15 fr.

**Distribution de vapeur.**

De la distribution de la vapeur dans les machines, par Spineux. Etude rationnelle des distributeurs les plus remarquables. 1 volume grand in-8 et 1 atlas grand in-8° de 26 planches doubles . . . . . . . . . . . . . . . . . . . 15 fr.

**Agenda Oppermann.**

Agenda Oppermann paraissant chaque année. Elégant carnet de poche contenant tous les chiffres et tous les renseignements techniques d'un usage journalier. Rapporteur d'angles, coupe géologique du globe terrestre, guide du métreur. — Résumé de géodésie. — Poids et mesures, monnaies françaises et étrangères. Renseignements mathématiques et géométriques. — Renseignements physiques et chimiques. — Résistance des matériaux. — Electricité. — Règle-

ments administratifs. — Dimensions du commerce. — Prix courants et séries de prix. — Tarifs des Postes et Télégraphes.

Relié en toile, 3 fr.; en cuir, 5 fr. — Pour l'envoi par la poste, 0 fr. 25 en plus.

**Aide-Mémoire de l'ingénieur.**

Aide-mémoire de l'ingénieur. Mathématiques, mécanique, physique et chimie, résistance des matériaux, statique des constructions, éléments des machines, machines motrices, constructions navales, chemins de fer, machines-outils, machines élévatoires, technologie, métallurgie du fer, constructions civiles, législation industrielle. Troisième édition française du Manuel de la Société « Hütte », par Philippe HUGUENIN. 1 volume in-12 contenant plus de 1200 pages, avec 500 figures dans le texte, solidement relié en maroquin . . . . . 15 fr.

**Aide-mémoire des conducteurs des ponts et chaussées.**

Aide-mémoire des conducteurs et commis des ponts et chaussées, agents voyers, chefs de section, conducteurs et piqueurs des chemins de fer, contrôleurs des mines, adjoints du génie, entrepreneurs et, en général, de toute personne s'occupant de travaux, par J. Eug. PETIT, conducteur des ponts et chaussées. 1 volume in-12, avec de nombreuses figures dans le texte, solidement relié en maroquin . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . 15 fr

**Traité de constructions civiles.**

Traité de constructions civiles. Fondations, maçonnerie, pavages et revêtements, marbrerie, vitrerie, charpente en bois et en fer, couverture, menuiserie et ferrures, escaliers, monte-plats, monte-charges et ascenseurs, plomberie d'eau et sanitaire, chauffage et ventilation, décoration, éclairage au gaz et à l'électricité, acoustique, matériaux de construction, résistance des matériaux, renseignements généraux, par E. BARBEROT, architecte, 2e édition. 1 volume, in-8°, avec 1700 figures dans le texte dessinées par l'auteur. Relié. . . . . . 20 fr.

**Législation du bâtiment.**

Traité pratique de la législation des bâtiments et des usines. Voirie, mitoyenneté, clôtures, servitudes, assainissement, propriété, bornage, vente d'immeubles, contributions, location, réparations locatives, concours publics, honoraires, législation, jurisprudence, usages locaux, etc., etc., à l'usage des architectes, des ingénieurs, des entrepreneurs, des conducteurs des ponts et chaussées, des agents voyers, des propriétaires et des locataires, par E. BARBEROT, architecte. 1 volume in-8°, contenant plus de 1500 pages, avec de nombreuses figures dans le texte, Relié . . . . . . . . . . . . . . . . . . 20 fr.

**Serrurerie et Constructions en fer.**

Traité pratique de serrurerie. Constructions en fer et serrurerie d'art. — Planchers en fer, linteaux, filets, poutres ordinaires et armées. — Colonnes en fonte, consoles en fonte, colonnes en fer creux, pans de fer, montants en fer composés. — Charpentes en fer, combles, hangars, marchés couverts. — Passerelles et petits ponts. — Escaliers en fer, — Châssis de couche, bâches, serres, jardins d'hiver, chauffage, vitrerie. — Volières, tonnelles, kiosques. — Auvents, marquises, vérandahs, bow-windows. — Grilles, panneaux de portes, rampes. — Éléments divers de serrurerie et de ferronnerie d'art. — Principaux assemblages employés en serrurerie, etc., etc., par E. BARBEROT, 2e édition, 1 volume grand in-8°, avec 972 figures dans le texte. . . . . . . . . . . . . . . . 25 fr.

**Constructions métalliques.**

Manuel des constructions métalliques et mécaniques. 2e édition. Ouvrage contenant les méthodes de calcul, graphiques et analytiques, appliquées aux poutres droites des ponts, etc., aux charpentes et aux arcs continus, articulés et encastrés par J. BUCHETTI, ingénieur. E. C. Paris, A. M. Aix, ex-constructeur, ex-professeur suppléant à l'École centrale. 1 vol. in-4°, avec 220 figures dans le texte et un atlas in-4° de 32 planches . . . . . . . . . . . . 40 fr.

**Charpentes métalliques.**

Les principes de la construction des charpentes métalliques et leur application aux ponts à poutres droites, combles, supports et chevalements. Extraits du cours *d'architecture industrielle* professé à l'Ecole spéciale des arts et manufactures et des mines annexée à l'Université de Liège par Henri DECHAMPS, professeur à la Faculté des sciences de Liège, ancien ingénieur de la Société

Cockerill, à Seraing, 2e édition refondue et augmentée. 1 volume grand in-8°, avec 344 figures dans le texte. Relié . . . . . . . . . . . . . . . . . . 15 fr.

**Résistance des matériaux.**

Résistance des matériaux. Cours de l'école des ponts et chaussées, par Jean Résal, ingénieur en chef des ponts et chaussées. 1 volume grand in-8°, avec de nombreuses figures dans le texte. . . . . . . . . . . . . . . . . . . 16 fr.

**Résistance des matériaux.**

Stabilité des constructions et résistance des matériaux, par A. Flamant, ingénieur en chef des ponts et chaussées, professeur à l'Ecole des ponts et chaussées et à l'Ecole centrale. 2e édition revue et augmentée. 1 volume grand in-8°, avec 251 figures dans le texte . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . 25 fr.

**Moments d'inertie.**

Carnet du constructeur. Recueil de moments d'inertie relatif à 3263 poutres composées à âme simple et double d'une hauteur variant de 20 centimètres à 1 mètre, par Chevalier et Brun, ingénieurs-constructeurs. 1 volume in-12. Relié . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . 7 fr. 50

**Moments d'inertie.**

Les moments d'inertie dans les constructions métalliques. Tables des moments d'inertie des principaux profils de I et pour faciliter le calcul des moments d'inertie des poutres composées symétriques ou non symétriques, par Boubée. 1 volume in-12, cartonné . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . 4 fr.

**Poutres droites.**

Calcul simplifié des poutres droites à plusieurs travées, par Édouard Linglin. ingénieur civil. 1 volume in-8°. . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . 3 fr. 50.

**Constructions en fer.**

Expressions analytiques et tables des moments d'inertie et des moments résistants des sections à double T, par Hulevicz. 1 brochure in-8°, avec fig. 3 fr.

**Constructions en ciment armé.**

Étude des divers systèmes de construction en ciment armé, par Gérard Lavergne, ingénieur civil des mines. 1 volume in-8°, avec 43 figures dans le texte, relié . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . 3 fr. 50.

**Constructions en ciment armé.**

Note sur les constructions en ciment armé système Boussiron, description. avantages, théorie du système, par S. Boussiron, ingénieur civil. 1 brochure grand in-8°, avec figures dans le texte . . . . . . . . . . . . . . . . 1 fr. 50.

**Béton de ciment armé.**

Calcul des poutres droites et planchers en béton de ciment armé, par L. Lefort. ingénieur en chef des ponts et chaussées. 1 vol. in-8°, avec 7 abaques représentatifs des formules et 48 figures dans le texte. Relié . . . . . . . . . . 8 fr.

**Barême des poutres métalliques.**

Barême des poutres métalliques à âmes pleines et à treillis, par Pascal, ingénieur civil. 1 volume in-4°, avec figures dans le texte. Relié. . . . . . 12 fr. 50

**Constructions métalliques.**

Constructions métalliques. — Elasticité et résistance des matériaux : fonte. fer et acier, par Jean Résal, ingénieur des ponts et chaussées. 1 volume grand in-8°, avec figures dans le texte. . . . . . . . . . . . . . . . . . . 20 fr.

**Ponts métalliques.**

Traité pratique des ponts métalliques ; calcul des poutres et des ponts par la méthode ordinaire et par la statique graphique, par M. Pascal, ingénieur ancien élève de l'Ecole d'arts et métiers d'Aix, 2e édition. 1 volume grand in-8°, avec 14 planches. Relié . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . fr.

**Ponts métalliques.**

Ponts métalliques, par Jean Résal, ingénieur des ponts et chaussées.
*Tome premier.* — Calcul des pièces prismatiques ; renseignements pratiques

formules usuelles; poutres droites à travées indépendantes; ponts suspendus ponts en arc. 1 volume grand in-8°, avec de nombreuses gravures dans le texte . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . 20 fr.

*Tome second.* — Poutres à travées solidaires : Théorie générale des poutres à section constante; calcul des poutres symétriques; poutres continues à section variable; théorie générale des poutres de hauteur variable; montage des ponts par encorbellement; ponts-grues; calcul des systèmes articulés; piles métalliques; tables numériques. 1 volume grand in-8°, avec de nombreuses gravures dans le texte . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . 20 fr.

**Ponts métalliques.**

Calcul des ponts métalliques à poutres droites, à une ou plusieurs travées par la méthode des lignes d'influence. Formules et tables servant au calcul rapide des moments fléchissants et des efforts tranchants maximums déterminés, en divers points des poutres, par des charges uniformément réparties et des charges concentrées mobiles, par Adrien Cart et Léon Portes, ingénieurs civils attachés au service des ponts métalliques de la Compagnie d'Orléans. 1 volume grand in-8°, avec figures dans le texte et 2 planches, Relié. . . . . . 20 fr.

**Ponts et viaducs métalliques.**

Calculs de résistance des ponts et viaducs métalliques à poutres droites, d'après la circulaire ministérielle du 29 août 1891, par Maurice Hulewicz, ingénieur, ancien élève de l'Ecole des ponts et chaussées. 1 volume grand in-8°, avec 1 planche . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . 10 fr.

**Ponts métalliques.**

Etudes théoriques et pratiques sur les ponts métalliques à une travée et à poutres droites et pleines, par E. Dumetz, commis des ponts et chaussées, attaché au service vicinal du Pas-de-Calais. 1 vol. gr. in-8, avec 117 fig. dans le texte . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . 10 fr.

**Ponts métalliques.**

Ponts métalliques à travées continues. Méthode de calcul satisfaisant aux nouvelles prescriptions du règlement ministériel du 29 août 1891, avec tables numériques pour en faciliter l'emploi, par Bertrand de Fontviolant, ingénieur de la Compagnie de Fives-Lille, répétiteur de mécanique appliquée à l'École centrale. 1 vol. grand in-8°, avec 3 planches . . . . . . . . . . . . . . 10 fr.

## ÉLECTRICITÉ

**Électricité industrielle.**

Traité pratique d'électricité industrielle. Unités et mesures; piles et machines électriques; éclairage electrique; transmission électrique de l'énergie; galvanoplastie et électro-métallurgie; téléphonie, par E. Cadiat et L. Dubost, 5e édition. 1 volume grand in-8°, avec 277 gravures dans le texte, Relié. . . . 16 fr. 50

**Manuel pratique de l'électricien.**

Manuel pratique de l'électricien. Guide pour le montage et l'entretien des installations électriques, par E. Cadiat. 3e édition, 1 volume in-12, avec 243 figures dans le texte, Relié . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . 7 fr. 50

**Aide-mémoire de poche de l'électricien.**

Aide-mémoire de poche de l'électricien; guide pratique à l'usage des ingénieurs, monteurs, amateurs électriciens, etc., par Ph. Picard et A. David, ingénieurs des arts et manufactures. 1 petit volume, format oblong de 0m,125×0m,08, Relié en maroquin, tranches dorées . . . . . . . . . . . . . . . . 5 fr.

**Traité d'électricité et de magnétisme.**

Traité d'électricité et de magnétisme. Théorie et applications, instruments et méthodes de mesure électrique. Cours professé à l'école supérieure de télégraphie, par A. Vaschy, ingénieur des télégraphes, examinateur d'entrée à l'école Polytechnique. 2 volumes grand in-8°, avec de nombreuses figures dans le texte . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . 25 fr.

**Théorie de l'électricité.**

Théorie de l'électricité. Exposé des phénomènes électriques et magnétiques fondé uniquement sur l'expérience et le raisonnement, par A. Vaschy, ingénieur des télégraphes, examinateur d'admission à l'Ecole Polytechnique. 1 volume grand in-8°, avec 74 figures dans le texte, Relié . . . . . . . . . . . . . 20 fr.

**Traité pratique d'électricité.**

Traité pratique d'électricité à l'usage des ingénieurs et constructeurs. Théorie mécanique du magnétisme et de l'électricité, mesures électriques, piles, accumulateurs et machines électrostatiques, machines dynamo-électriques génératrices, transport, distribution et transformation de l'énergie électrique, utilisation de l'énergie électrique, par Félix Lucas, ingénieur en chef des ponts et chaussées, administrateur des chemins de fer de l'Etat. 1 volume grand in-8°, avec 278 figures dans le texte . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . 15 fr.

**Electricité industrielle.**

Traité d'électricité industrielle, théorique et pratique, par Marcel Deprez, membre de l'Institut, professeur d'électricité industrielle au Conservatoire national des arts et métiers, professeur suppléant au Collège de France. 2 volumes grand in-8°, avec de nombreuses figures dans le texte, paraissant en 4 fascicules. Prix de souscription à l'ouvrage complet . . . . . . . . . . . 40 fr.
Chaque fascicule se vend séparément . . . . . . . . . . . . . . . . . 12 fr.

**Contrôle des installations électriques.**

Contrôle des installations électriques au point de vue de la sécurité. Le courant électrique, production et distribution de l'énergie, mesures, effets dangereux des courants, contrôle à l'usine, contrôle du réseau, des installations intérieures et des installations spéciales, résultats d'exploitation, règlements français et étrangers, par A. Monmerqué, ingénieur en chef des ponts et chaussées, ancien ingénieur des services de la première section des travaux de Paris et du Secteur municipal d'électricité, précédé d'une préface de M. Hippolyte Fontaine, président honoraire de la chambre syndicale des électriciens. 1 volume in-8°, avec de nombreuses figures dans le texte, Relié. . . . . . . . 10 fr.

**Pile électrique.**

Traité élémentaire de la pile électrique, par Alfred Niaudet, 3e édition revue par Hippolyte Fontaine et suivie d'une notice sur les accumulateurs, par E. Hospitalier. 1 volume grand in-8°, avec gravures dans le texte . . . 7 fr. 50

**Electrolyse.**

Electrolyse; renseignements pratiques sur le nickelage, le cuivrage, la dorure, l'argenture, l'affinage des métaux et le traitement des minerais au moyen de l'électricité, par Hippolyte Fontaine. 2e édition. 1 volume grand in-8°, avec gravures dans le texte, Relié . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . 15 fr.

**Courants alternatifs d'électricité.**

Les courants alternatifs d'électricité, par T.-H. Blakesley, professeur au Royal Naval Collège de Greenwich, traduit de la 3e édition anglaise et augmenté d'un appendice, par W.-C. Rechniewski, 1 volume in-12, avec figures dans le texte, Relié . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . 7 fr. 50

**Transformateurs.**

Les transformateurs à courants alternatifs simples et polyphasés. Théorie. construction, applications, par Gisbert Kapp, traduit de l'allemand par A.-O. Dubsky et G. Chenet, ingénieurs électriciens. 1 volume in-8°, avec 132 figures dans le texte, Relié . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . 12 fr.

**Téléphone.**

Le Téléphone, par William-Henri Preece, électricien en chef du *British Post-Office*, et Julius Maier, docteur ès sciences physiques. 1 volume grand in-8°, avec 290 gravures dans le texte . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . 15 fr.

**Télégraphie électrique.**

Traité de télégraphie électrique. — Production du courant électrique. — Organes de réception. — Premiers appareils. — Appareil Morse. — Appareils

accessoires. — Installation des postes. — Propriétés électriques des lignes. — Lois de la propagation du courant. — Essais électriques, recherches des dérangements. — Appareils de translation, de décharge et de compensation. — Description des principaux appareils et des différents systèmes de transmission. — Etablissement des lignes aériennes, souterraines et sous-marines, par H. Thomas, ingénieur des télégraphes. 1 volume grand in-8°, avec 702 figures dans le texte. Relié . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . 25 fr.

**Télégraphie sous-marine.**

Traité de télégraphie sous-marine. — Historique. — Composition et fabrication des câbles télégraphiques. — Immersion et réparation des câbles sous-marins. — Essais électriques. — Recherche des défauts. — Transmission des signaux. — Exploitation des lignes sous-marines, par Wünschendorff, ingénieur des télégraphes. 1 volume grand in-8°, avec 469 gravures dans le texte. 40 fr.

**Tirage des mines par l'électricité.**

Le tirage des mines par l'électricité, par Paul-F. Chalon, ingénieur des arts et manufactures. 1 volume in-18 jésus, avec 90 figures dans le texte. Relié 7 fr. 50

**Traction mécanique des tramways.**

La traction mécanique des tramways. Etude des différents systèmes : comparaison et prix de revient, par Raymond Godfernaux, ingénieur des arts et manufactures, attaché à l'exploitation du chemin de fer du Nord et à la direction de diverses compagnies de chemin de fer d'intérêt local. 1 volume grand in-8°, avec 182 figures dans le texte. Relié . . . . . . . . . . . . . . . . . . 20 fr.

**Traction électrique.**

La traction électrique sur voies ferrées. Voie, matériel roulant, traction, par André Blondel, ingénieur des ponts et chaussées, professeur du cours d'électricité à l'Ecole des ponts et chaussées, et F. Paul Dubois, ingénieur des ponts et chaussées, ingénieur du service municipal de la Ville de Paris. 2 volumes grand in-8°, contenant plus de 1700 pages et 1014 figures dans le texte. Relié. . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . 50 fr.

**Constructions électro-mécaniques**

Constructions électro-mécaniques ; recueil d'exemples de construction et de calculs de machines dynamos et appareils électriques industriels, par Gisbert Kapp, traduit de l'allemand par A. O. Dubsky et P. Girault, ingénieurs électriciens. 1 vol. in-4°, avec 54 figures dans le texte et 25 planches. Relié. 30 fr.

**Électricité médicale**

Traité théorique et pratique d'électricité médicale. — Précis d'électricité, — Appareils et instruments électro-médicaux. — Application thérapeutique, par Félix Lucas et André Lucas, 1 vol. in-18 jésus, avec 120 figures dans le texte. Relié. . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . 10 fr.

---

ÉVREUX, IMPRIMERIE DE CHARLES HÉRISSEY